

Моделирование социальных сетей

Сергей Меликов⁸, Даниил Мусатов^{1,2,3},
Алексей Савватеев^{1,2,3,4,5,6,7}

¹Московский физико-технический институт (ГУ)

²Российская экономическая школа

³Компания «Яндекс»

⁴Центральный экономико-математический институт РАН

⁵Отдел региональных экономических и социальных проблем ИНЦ СО РАН

⁶Иркутский государственный университет

⁷НИУ Иркутский политехнический институт

⁸Московский авиационный институт

Екатеринбург, 21 апреля 2013

Что такое социальная сеть

Социальная сеть состоит из:

- ▶ Агентов;
- ▶ Связей между агентами.

Как правило, связи двусторонние, но могут быть и односторонними.

Что такое социальная сеть

Социальная сеть состоит из:

- ▶ Агентов;
- ▶ Связей между агентами.

Как правило, связи двусторонние, но могут быть и односторонними.

Социальные сети существовали всегда, но изучать их на макроуровне стало возможным только с появлением онлайн-сетей.

Примеры социальных сетей

- ▶ Контакты между отдельными людьми:
 - ▶ Личные
 - ▶ Онлайновые
 - ▶ Деловые
 - ▶ Профессиональные
 - ▶ Криминальные
 - ▶ ...

Примеры социальных сетей

- ▶ Контакты между отдельными людьми:
 - ▶ Личные
 - ▶ Онлайновые
 - ▶ Деловые
 - ▶ Профессиональные
 - ▶ Криминальные
 - ▶ ...
- ▶ Сети совместной деятельности: есть группы людей, занимающихся общим делом, связи проводятся между людьми, участвующими в одном проекте:
 - ▶ Соавторство научных статей
 - ▶ Съёмки в одних фильмах
 - ▶ Членство в онлайн-сообществах
 - ▶ ...

Сети совместной деятельности (Affiliation networks)

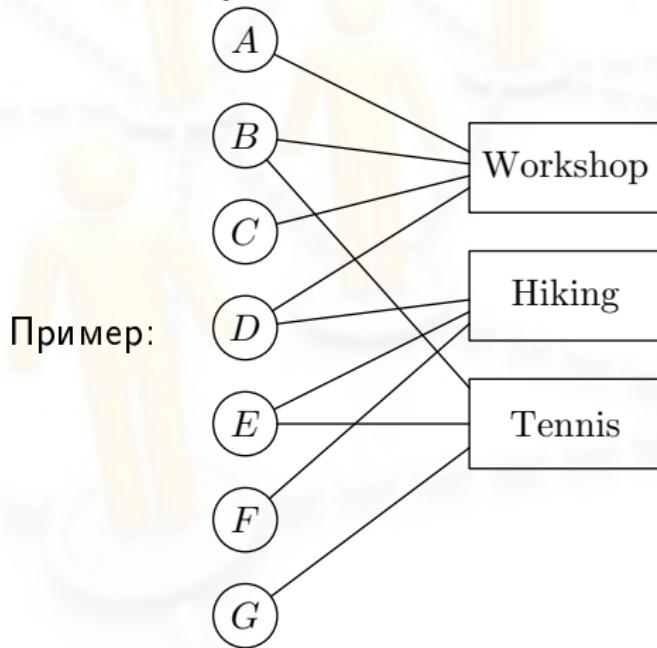
Формирование сетей совместной деятельности:

- ▶ Изначально задан двудольный граф между людьми и группами;
- ▶ Связь возникает между двумя людьми, участвующими в одной группе.

Сети совместной деятельности (Affiliation networks)

Формирование сетей совместной деятельности:

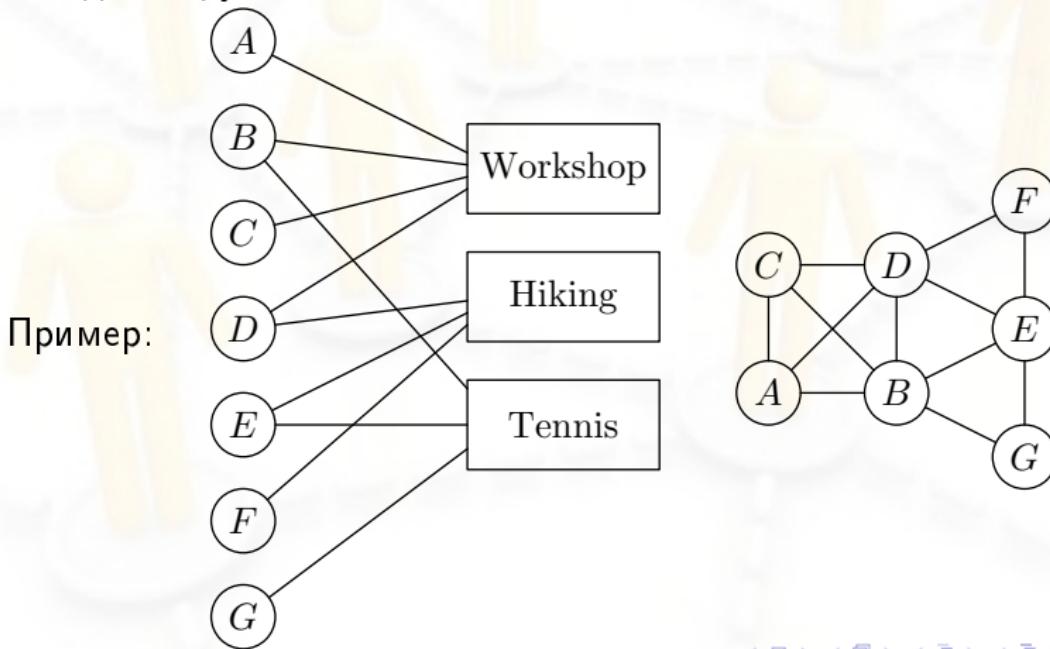
- ▶ Изначально задан двудольный граф между людьми и группами;
- ▶ Связь возникает между двумя людьми, участвующими в одной группе.



Сети совместной деятельности (Affiliation networks)

Формирование сетей совместной деятельности:

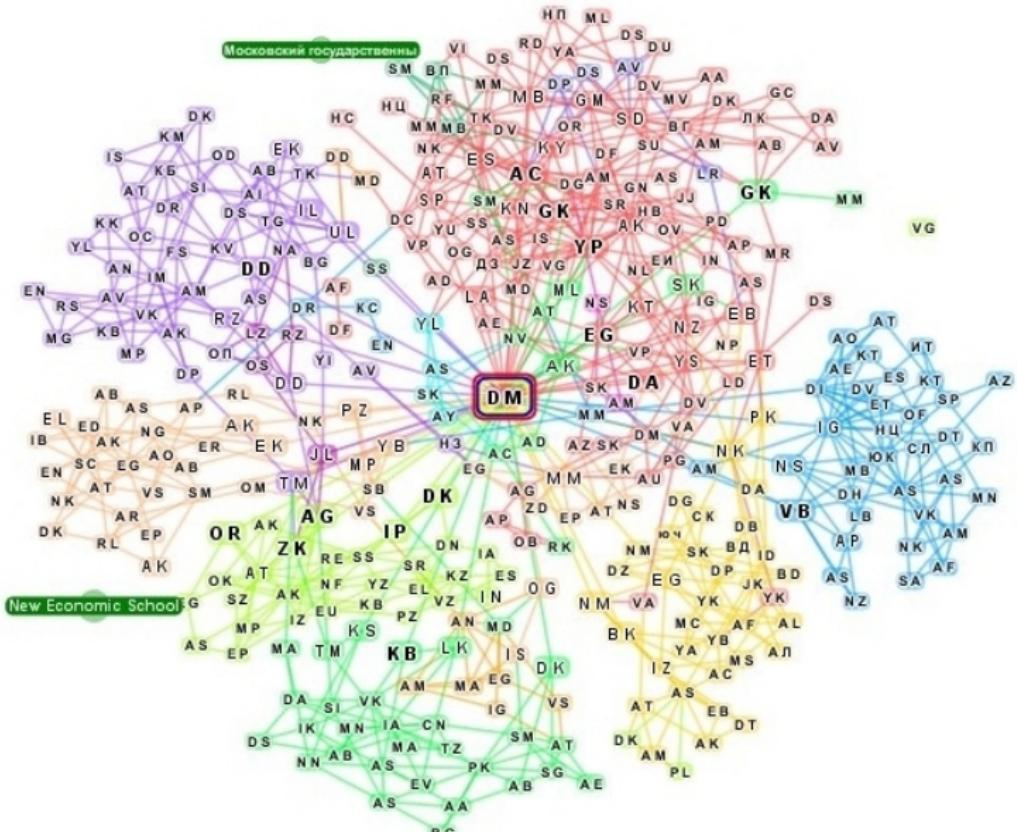
- ▶ Изначально задан двудольный граф между людьми и группами;
- ▶ Связь возникает между двумя людьми, участвующими в одной группе.



Примеры социальных сетей

- ▶ Контакты между отдельными людьми:
 - ▶ Личные
 - ▶ Онлайновые
 - ▶ Деловые
 - ▶ Профессиональные
 - ▶ Криминальные
 - ▶ ...
- ▶ Сети совместной деятельности: есть группы людей, занимающихся общим делом, связи проводятся между людьми, участвующими в одном проекте:
 - ▶ Соавторство научных статей
 - ▶ Съёмки в одних фильмах
 - ▶ Членство в онлайн-сообществах
 - ▶ ...
- ▶ Двудольные сети: мужчины-женщины, авторы-статьи, фирмы-работники и т.п.

Фрагмент facebook



Сделано при помощи TouchGraph

Сеть facebook на карте мира

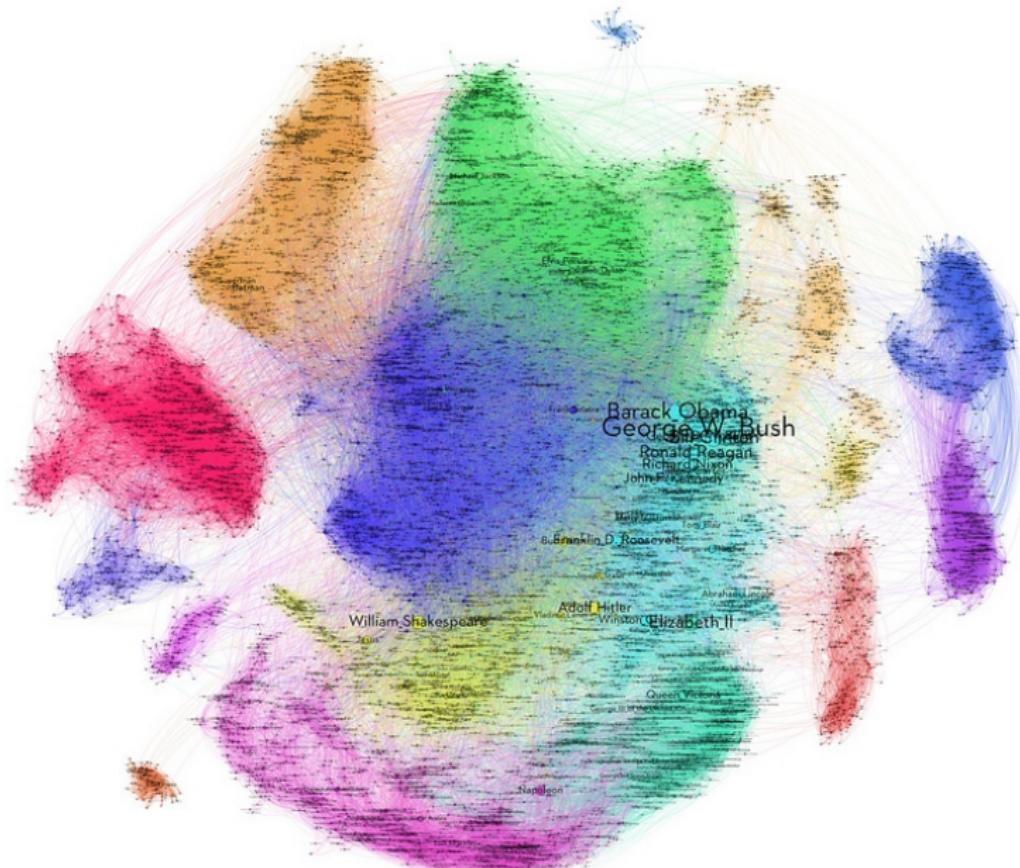


Автор: Paul Butler, 2010

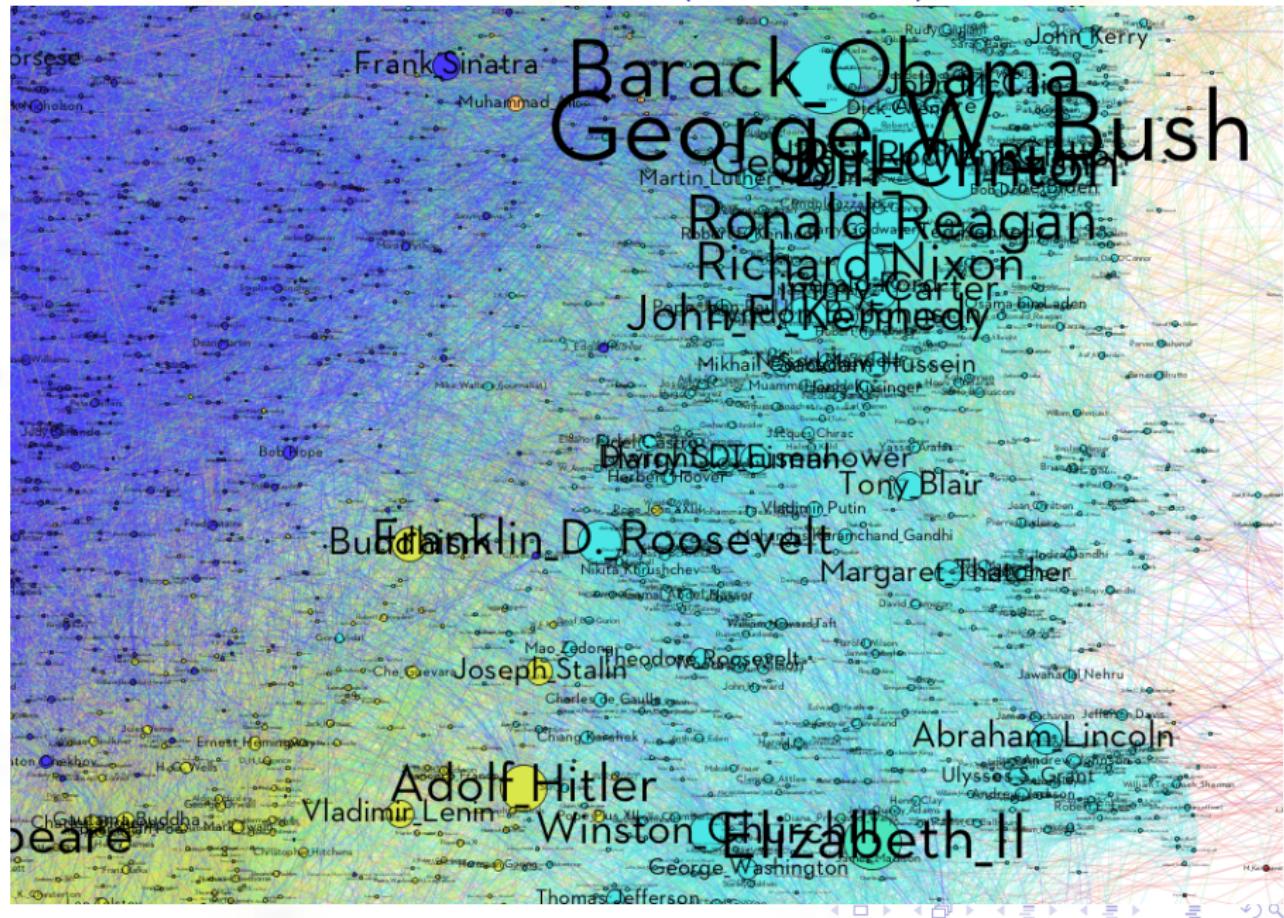
Сеть facebook на карте мира (Фрагмент)



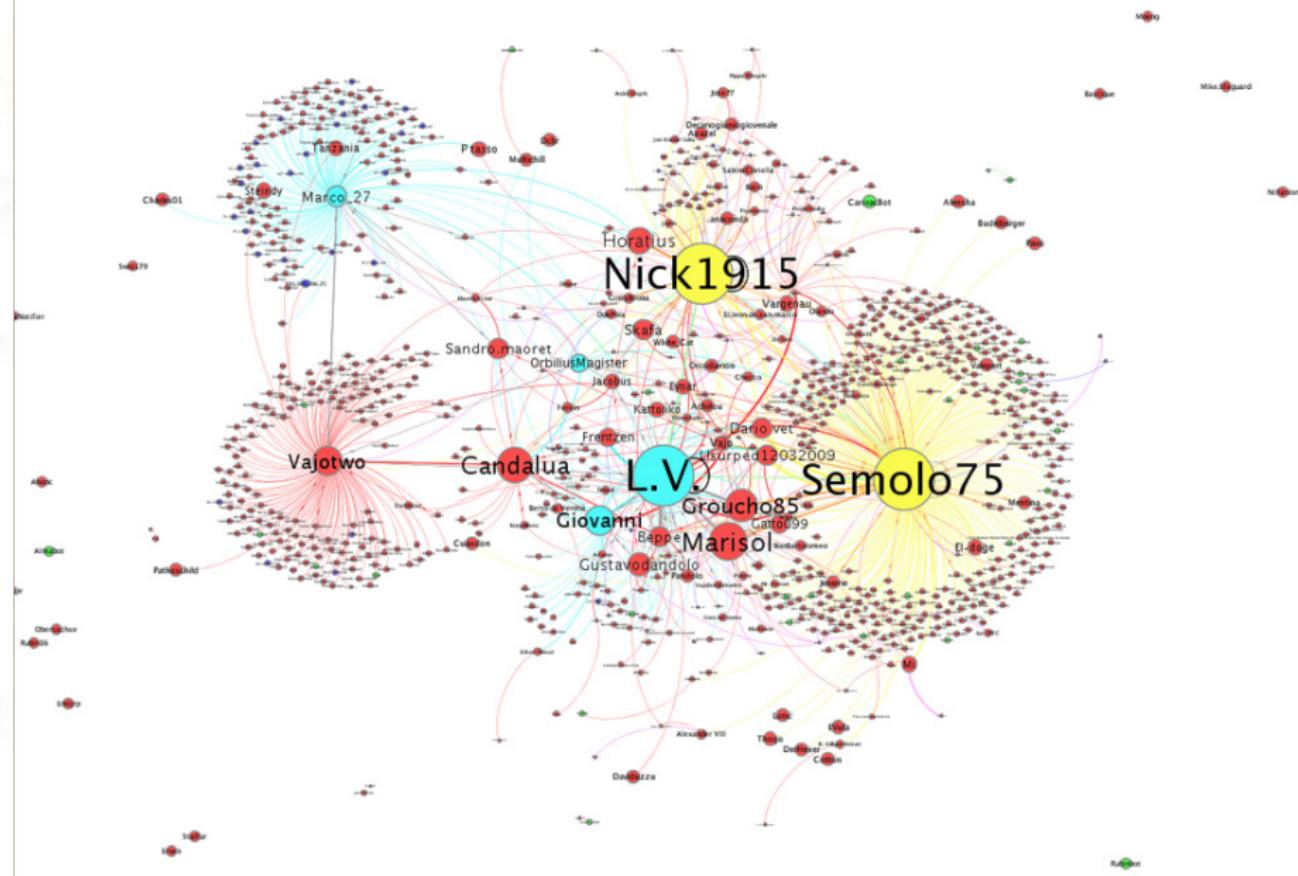
Персонажи статей википедии (hackdiary.com)



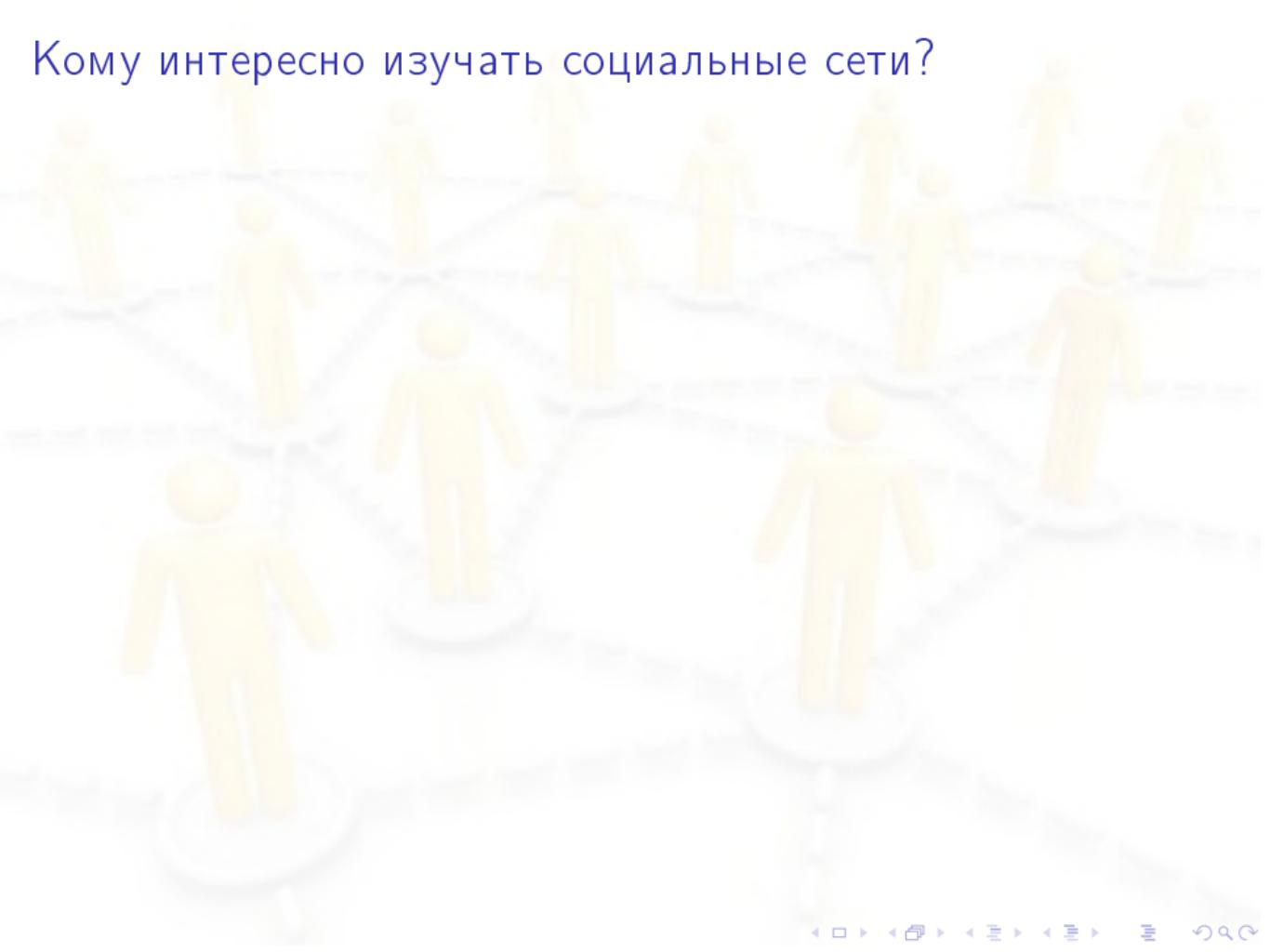
Персонажи статей википедии (фрагмент)



Авторы vec.wikipedia.org (Paolo Massa, 2011)



Кому интересно изучать социальные сети?



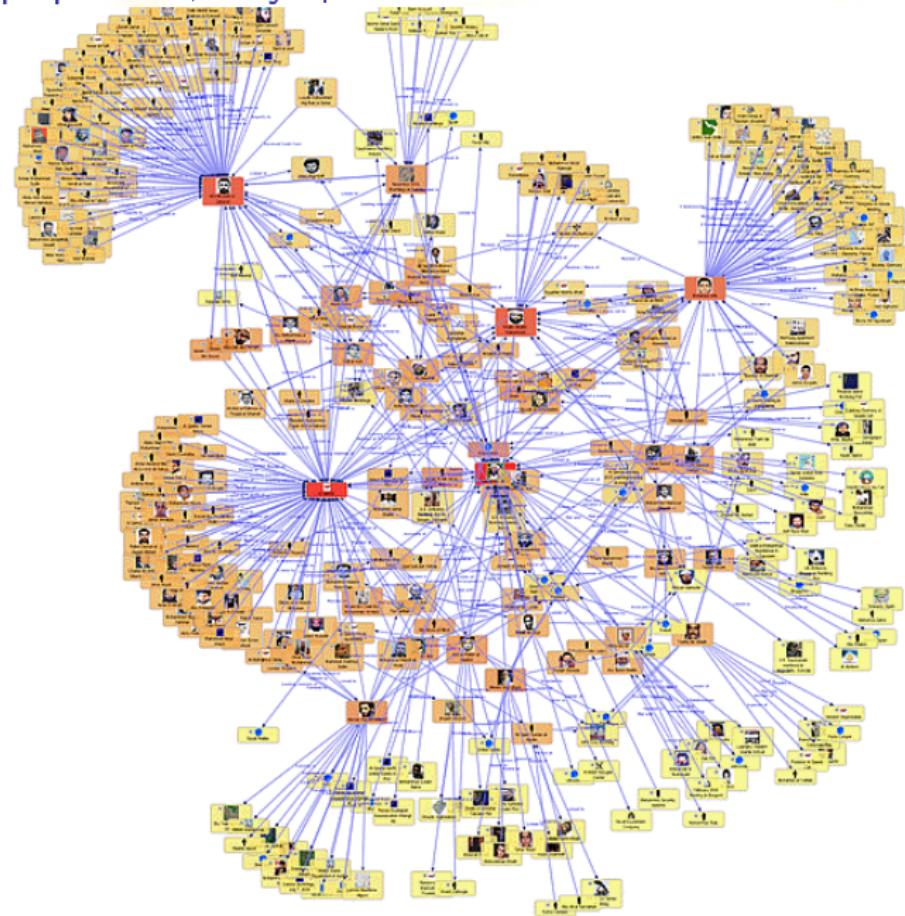
Кому интересно изучать социальные сети?

ВСЕМ!

Кому интересно изучать социальные сети?

- ▶ Социологам:
 - ▶ По определению
 - ▶ Через социальные сети формируется общественное мнение
- ▶ Экономистам:
 - ▶ Сети контрагентов
 - ▶ Распространение информации о возможных сделках
 - ▶ Влияние окружающих на экономическое поведение человека (что покупать, сколько работать и т.п.)
- ▶ Политологам:
 - ▶ Через социальные сети формируются политические предпочтения, в том числе целенаправленно
- ▶ Математикам:
 - ▶ Модели случайных графов
- ▶ Специалистам по computer science
 - ▶ Изучение онлайн-сетей и их специфики
- ▶ И, конечно, прикладникам

Террористы, осуществлявшие атаки 11 сентября



Числовые характеристики узлов и сети в целом

- ▶ Расстояние между двумя вершинами
- ▶ Диаметр графа
- ▶ Степень вершины (количество контактов)
- ▶ Распределение степеней вершины
- ▶ Меры центральности узла (closeness centrality и betweenness centrality)
- ▶ Распределение меры центральности
- ▶ Коэффициент кластеризации
- ▶ Коэффициент асортативности

Теория шести рукопожатий



Утверждение

Между любыми двумя людьми на земле можно установить цепочку знакомств средней длины б.

Пути и расстояния в графе

- ▶ Традиционные обозначения: V — множество агентов (вершин, узлов), E — множество связей (ребер, дуг)
- ▶ Путь в графике — последовательность $(v_0, e_0, v_1, e_1, \dots, e_{n-1}, v_n)$, где ребро e_i соединяет вершины v_i и v_{i+1} . Число n (т.е. число ребер) — длина пути
- ▶ Расстояние между двумя вершинами — длина кратчайшего пути, соединяющего эти две вершины
- ▶ Диаметр графа — максимальное расстояние между двумя вершинами
- ▶ Радиус графа — $\min_v \max_w \text{dist}(v, w)$
- ▶ Переформулировка утверждения: в графике знакомств жителей Земли среднее расстояние между двумя вершинами равно 6

Теория шести рукопожатий: история вопроса

1929 — Фридеш Каринти, рассказ «Звенья цепи»

A fascinating game grew out of this discussion. One of us suggested performing the following experiment to prove that the population of the Earth is closer together now than they have ever been before. We should select any person from the 1.5 billion inhabitants of the Earth – anyone, anywhere at all. He bet us that, using no more than five individuals, one of whom is a personal acquaintance, he could contact the selected individual using nothing except the network of personal acquaintances.

Теория шести рукопожатий: история вопроса

1967 — эксперимент Стэнли Милгрома (“small world experiment”)

- ▶ Случайно выбранным жителям Омахи (Небраска) и Уичиты (Канзас) предлагалось переслать письмо адресату в Бостоне, используя только личные знакомства
- ▶ Из 296 писем 64 достигли цели
- ▶ Длины цепочек варьировались от 2 до 10
- ▶ Средняя длина цепочки — около 6

Теория шести рукопожатий: история вопроса

1967 — эксперимент Стэнли Милгрома (“small world experiment”)

- ▶ Случайно выбранным жителям Омахи (Небраска) и Уичиты (Канзас) предлагалось переслать письмо адресату в Бостоне, используя только личные знакомства
- ▶ Из 296 писем 64 достигли цели
- ▶ Длины цепочек варьировались от 2 до 10
- ▶ Средняя длина цепочки — около 6

1969 — Casper Goffman: *And what is your Erdős number?*

Теория шести рукопожатий: история вопроса

1967 — эксперимент Стэнли Милгрома (“small world experiment”)

- ▶ Случайно выбранным жителям Омахи (Небраска) и Уичиты (Канзас) предлагалось переслать письмо адресату в Бостоне, используя только личные знакомства
- ▶ Из 296 писем 64 достигли цели
- ▶ Длины цепочек варьировались от 2 до 10
- ▶ Средняя длина цепочки — около 6

1969 — Casper Goffman: *And what is your Erdős number?*

- ▶ Mine is three: Musatov—Shen—Alon—Erdős

Теория шести рукопожатий: история вопроса

1967 — эксперимент Стэнли Милгрома (“small world experiment”)

- ▶ Случайно выбранным жителям Омахи (Небраска) и Уичиты (Канзас) предлагалось переслать письмо адресату в Бостоне, используя только личные знакомства
- ▶ Из 296 писем 64 достигли цели
- ▶ Длины цепочек варьировались от 2 до 10
- ▶ Средняя длина цепочки — около 6

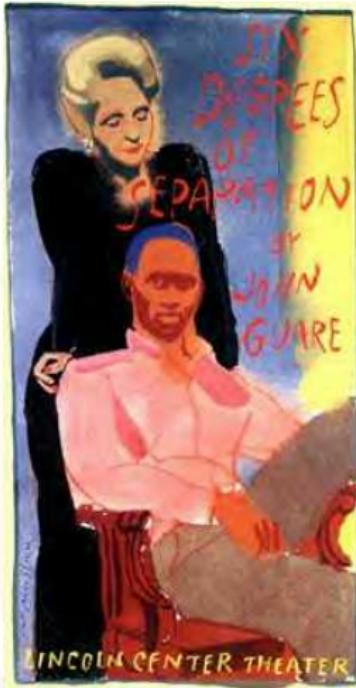
1969 — Casper Goffman: *And what is your Erdős number?*

- ▶ Mine is three: Musatov–Shen–Alon–Erdős
- ▶ Or Stiglitz number?

Теория шести рукопожатий: история вопроса

1990 — выход пьесы “Six degrees of separation”

1993 — выход одноимённого фильма



Теория шести рукопожатий: проверка на онлайн-сетях

- 2003 — Повторение эксперимента Милгрома Уоттсом и Строгатцом с использованием электронной почты.
- ▶ Среднее расстояние около 6
 - ▶ Большой процент потерь
- 2006 — Исследование сообщений в MSN Messenger (LesKovec, Horvitz), среднее расстояние 6,6
- 2006 — Исследование сетей Orkut, Livejournal, Flickr, Youtube (Mislove et al), среднее расстояние 4.25–5.88, диаметр графа 9–27
- 2010 — Исследование Twitter (Alex Cheng), среднее расстояние 4.67
- 2011 — Исследование Facebook (Backstrom et al), среднее расстояние 4.74

Распределение степеней вершин и безмасштабные сети

- ▶ Степень вершины — количество её соседей
- ▶ Распределение степеней: $P(k) = \#\{v \mid \deg v = k\}$
- ▶ Независимость от масштаба (scale-freeness): $P(k) \approx ck^{-\gamma}$
- ▶ Эмпирическая проверка: функция распределения степеней в log-log-масштабе должна быть примерно прямой линией.

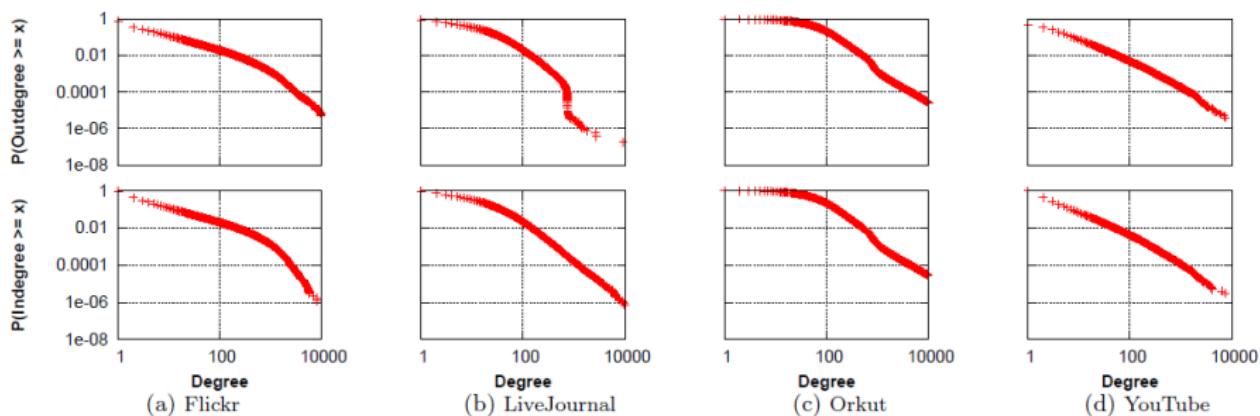
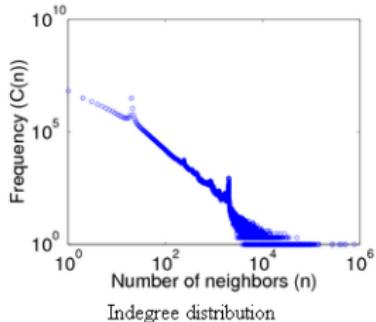
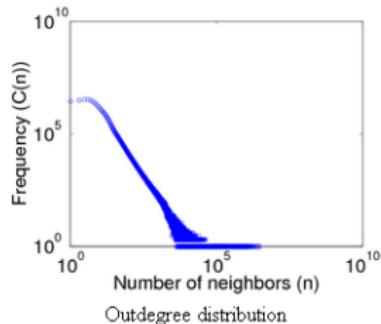
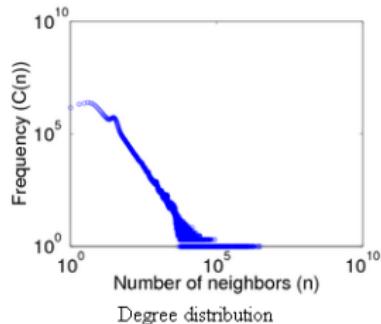


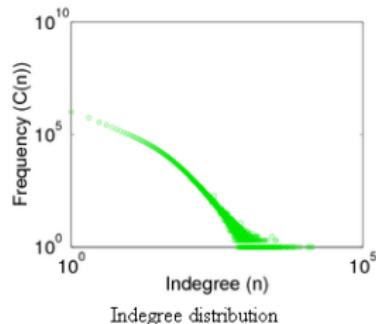
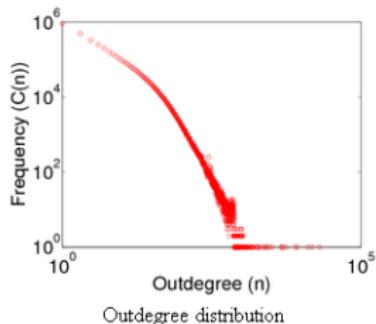
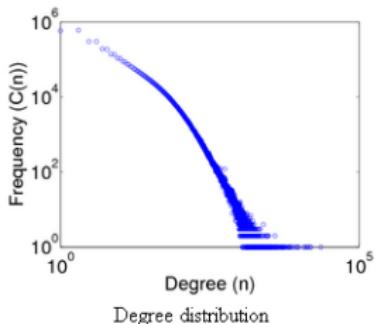
Figure 2: Log-log plot of outdegree (top) and indegree (bottom) complementary cumulative distribution functions (CCDF). All social networks show properties consistent with power-law networks.

Распределение степеней вершин: примеры

Twitter:



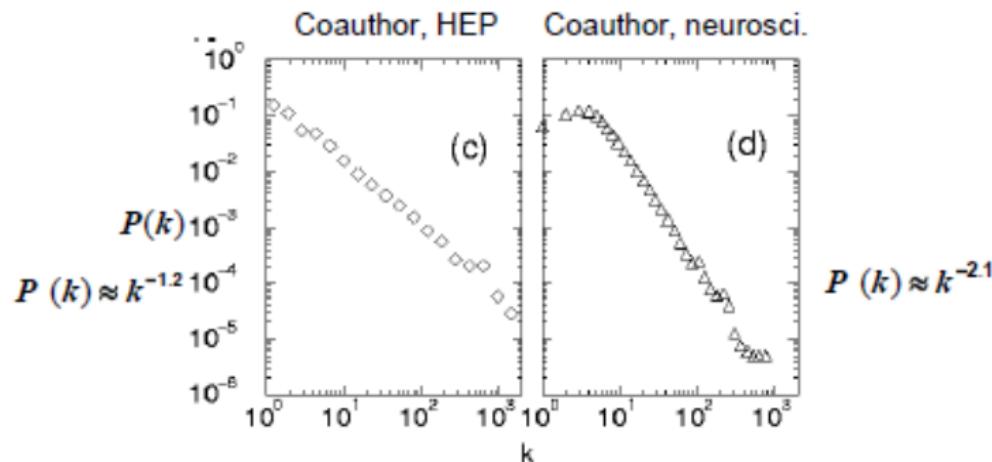
Livejournal:



Источник: Koblenz network collection

Распределение степеней вершин: примеры

Networks of science collaborations also have power-law degree distributions



M. E. J. Newman, Phys. Rev. E 64, 016131 (2001)

A.-L. Barabási et al., cond-mat/0104162 (2001)

Меры центральности узлов

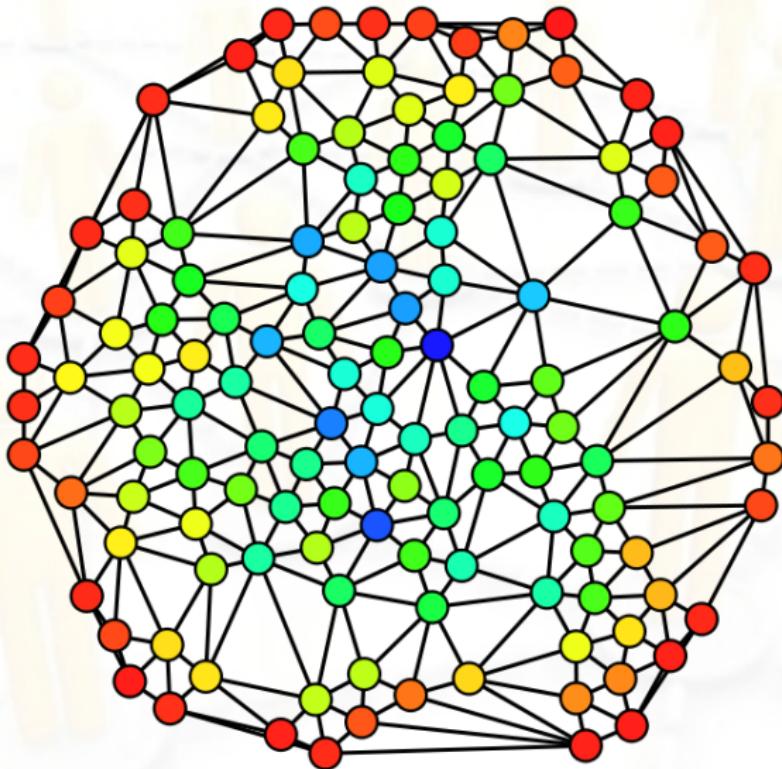
- ▶ *Closeness centrality* — величина, обратная к среднему расстоянию от данной вершины до произвольной
 - ▶ Другой вариант — $CC(v) = \sum_{w \in V \setminus \{v\}} 2^{-\text{dist}(v,w)}$
- ▶ *Betweenness centrality* — величина, отражающая важность узла в сети:

$$BC(v) = \frac{\sum_{s \neq t} \sigma_{st}(v)}{\sum_{s \neq t} \sigma_{st}},$$

где σ_{st} — число кратчайших путей из s в t , $\sigma_{st}(v)$ — число тех из них, что проходят через v .

- ▶ В безмасштабных сетях распределение по betweenness centrality тоже степенное.

Betweenness centrality: пример



Betweenness and closeness centrality: пример

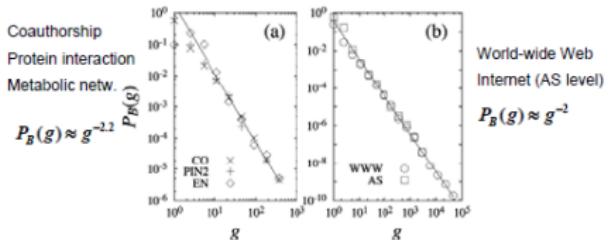


С贴近ностью обозначена размером, Betweenness centrality — цветом

Источник: Mark Daly and Paul Rosenfeld, University of Maryland

Betweenness centrality: распределение

Distribution of betweenness centrality

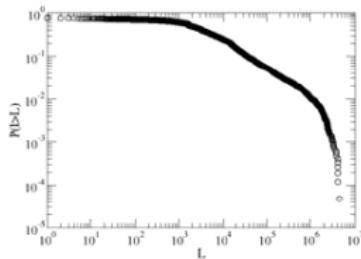


K. I. Goh et al., PNAS 99, 12583 (2002)

Betweenness centrality (load) distribution of the power grid

$$P(l > L) \approx (2500 + L)^{-0.7}$$

Q: How does the non-cumulative distribution look like in the region where the cumulative distribution is almost horizontal?



R. Albert, I. Albert, G. L. Nakarado, Phys. Rev. E 69, 025103(R) (2004)

Плотное ядро

- ▶ Достаточно удалить из сети 10% вершин самой большой степени, чтобы она распалась на мелкие компоненты
- ▶ Средний кратчайший путь 3.5 шага делает внутри 10% наиболее активных вершин

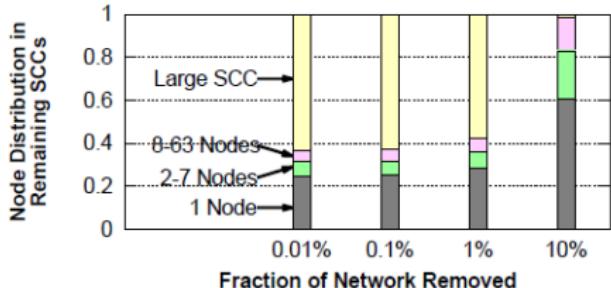


Figure 7: Breakdown of network into SCCs when high-degree nodes are removed, grouped by SCC size.

Источник: Mislove et al, 2006

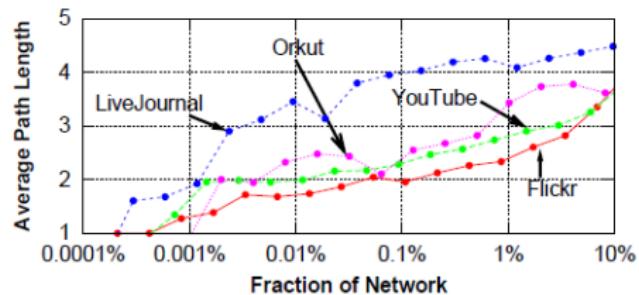


Figure 8: Average path length among the most well-connected nodes. The path length increases sub-logarithmically.

Коэффициент кластеризации

- ▶ Наблюдение: знакомые одного и того же человека с высокой вероятностью знакомы между собой
- ▶ Наблюдение: знакомые одного человека разбиваются на группы знакомых между собой
- ▶ *Локальный коэффициент кластеризации*

$$C_u = \frac{\#\{(v, w) \in E \mid (u, v) \in E \& (u, w) \in E\}}{\#\{(v, w) \mid (u, v) \in E \& (u, w) \in E\}}$$

- ▶ *Средний коэффициент кластеризации*

$$\bar{C} = \frac{1}{|V|} \sum_u C_u$$

- ▶ *Глобальный коэффициент кластеризации*

$$C = \frac{3N_{\Delta}}{N_{\wedge}} = \frac{\#\{(u, v, w) \mid (u, v) \in E, (u, w) \in E, (v, w) \in E\}}{\#\{(u, v, w) \mid (u, v) \in E, (v, w) \in E\}}$$

Коэффициент кластеризации: эмпирика

Network	C	Ratio to Random Erdös-Rényi	Ratio to Random Power-Law
Web [2]	0.081	7.71	-
Flickr	0.313	47,200	25.2
LiveJournal	0.330	119,000	17.8
Orkut	0.171	7,240	5.27
YouTube	0.136	36,900	69.4

Table 4: The observed clustering coefficient, and ratio to random Erdös-Rényi graphs as well as random power-law graphs.

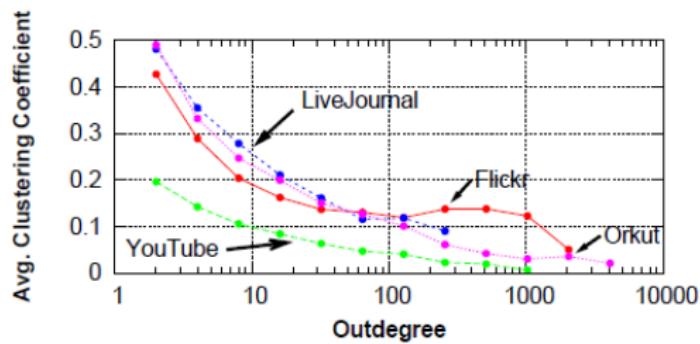


Figure 9: Clustering coefficient of users with different outdegrees. The users with few “friends” are tightly clustered.

Ассортативность

- ▶ Ассортативность в широком смысле — образование связей между узлами, в чём-то схожими друг с другом (Rich men's club, homophily)
- ▶ Ассортативность в узком смысле — вершины большой степени склонны к образованию связей между собой (Клуб тысячников ЖЖ)
- ▶ Коэффициент ассортативности — коэффициент корреляции Пирсона между степенями связанных вершин:

$$r = \frac{L \sum_{i=1}^L d_i f_i - \left(\sum_{i=1}^L d_i \right) \left(\sum_{i=1}^L f_i \right)}{\sqrt{\left(L \sum_{i=1}^L d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^L d_i \right)^2 \right) \left(L \sum_{i=1}^L f_i^2 - \left(\sum_{i=1}^L f_i \right)^2 \right)}},$$

где L — число ориентированных рёбер, d_i и f_i — остаточные степени начала и конца ребра.

Ассортативность: эмпирика

Таблица 2. Ассортативность социальных, технологических и биологических сетей. Reprinted with permission from Newman M. E. J. Mixing patterns in networks // Phys. Rev. E 67, 026126. © 2003 by the American Physical Society

	Сеть	Тип	Размер n	Ассортативность r
Социальные	соавторов по физике	неориентированная	52 909	0.363
	соавторов по биологии	неориентированная	1 520 251	0.127
	соавторов по математике	неориентированная	253 339	0.120
	сотрудничества актеров кино	неориентированная	449 913	0.208
	директоров компаний	неориентированная	7 673	0.276
	связей студентов	неориентированная	573	-0.029
	адресов электронной почты	ориентированная	16 881	0.092
Технологические	сеть электростанций	неориентированная	4 941	-0.003
	Интернет	неориентированная	10 697	-0.189
	«Всемирная паутина» (WWW)	ориентированная	269 504	-0.067
	взаимозависимости	ориентированная	3 162	-0.016
	программного обеспечения			
Биологические	взаимодействий белков	неориентированная	2 115	-0.156
	метаболическая сеть	неориентированная	765	-0.240
	нейронная сеть	ориентированная	307	-0.226
	морская пищевая сеть	ориентированная	134	-0.263
	пресноводная пищевая сеть	ориентированная	92	-0.326

Особенности социальных сетей

Итого, социальные сети отличаются:

- ▶ Маленьким диаметром и средним расстоянием между вершинами;
- ▶ Степенным законом распределения степеней вершин и betweenness centrality;
- ▶ Высоким коэффициентом кластеризации;
- ▶ Ассортативностью;
- ▶ Наличием тесно связанного ядра.

Особенности социальных сетей

Итого, социальные сети отличаются:

- ▶ Маленьким диаметром и средним расстоянием между вершинами;
- ▶ Степенным законом распределения степеней вершин и betweenness centrality;
- ▶ Высоким коэффициентом кластеризации;
- ▶ Ассортативностью;
- ▶ Наличием тесно связанного ядра.

Конечная цель моделирования: построить модель, в которой будут отражены все эти свойства.

Модели случайных графов

- ▶ Модель Эрдеша–Ренъи (1959): каждое ребро возникает с вероятностью p независимо от других.
 - + Маленькое среднее расстояние
- ▶ Модель Уоттса–Строгатца (1998): берётся кольцо, каждая из вершин которого соединена с K соседними. После этого каждое ребро с вероятностью β «переключается» на случайную вершину.
 - + Маленькое среднее расстояние и большой коэффициент кластеризации
 - Нереалистичное распределение степеней вершин
- ▶ Модели с предпочтительным присоединением (preferential attachment): Боллобаш–Риордан, Барабаши–Альберт, Бакли–Остхус и др. Идея: постепенный рост сети, новые вершины с большей вероятностью присоединяются к тем, у кого текущая степень выше.
 - + Парето-распределение степеней, маленький диаметр, положительный коэффициент асортативности
 - Маленький коэффициент кластеризации

Эпидемические модели в случайных графах

Grant Schoenebeck, 2010:

- ▶ Все изученные сети удовлетворяют степенному закону
- ▶ Но целиком мы можем анализировать только онлайн-сети
- ▶ Что, если все онлайн-сети формируются по одному и тому же закону?
- ▶ Идея: онлайн-сеть как результат случайного распространения эпидемии по обычной сети
- ▶ **Результат:** при распространении эпидемии по сети Уоттса–Строгатца может получиться сеть, удовлетворяющая степенному закону

Эпидемическая модель: результат моделирования

Degree Distributions on log, log plot

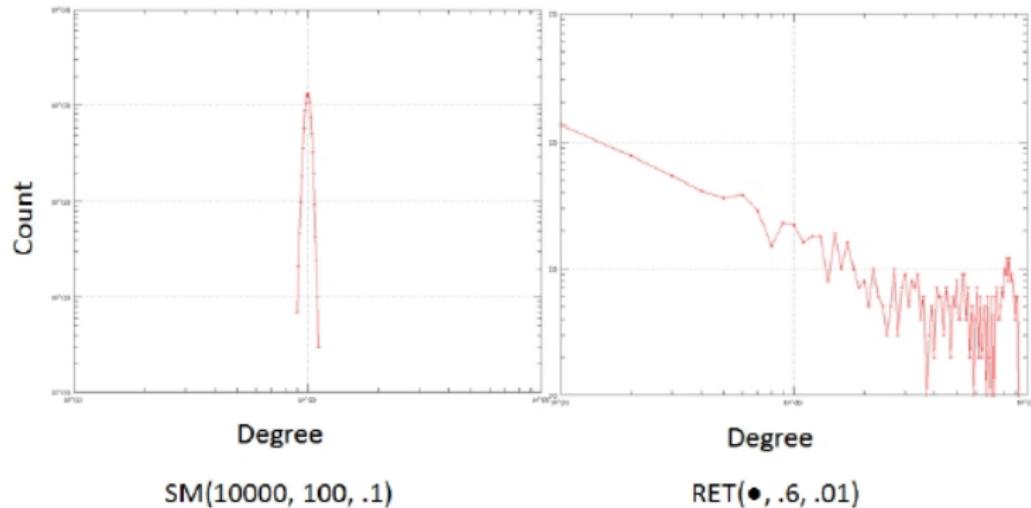


Figure 1: A degree plot of $WS(1000, 100, .1)$ and $RET_{WS(10000,100,.1)}(1000, .6, .01)$

Кооперативные теоретико-игровые модели

- ▶ Структура сети может определять полезности агентов, причём имеют место экстерналии
- ▶ Например, может быть важен состав второго круга (сети соавторства, военные союзы)
- ▶ *Модель Джексона-Волински*: каждой конфигурации сети сопоставлены выигрыши агентов.
- ▶ Установление или разрыв связи бесплатны, но для установления связи необходимо согласие обоих агентов, а разорвать связь можно единолично
- ▶ Ищутся устойчивые конфигурации
- ▶ Устойчивые конфигурации могут быть неэффективными даже при трансферабельной полезности

Модель Джексона–Волински, пример 1

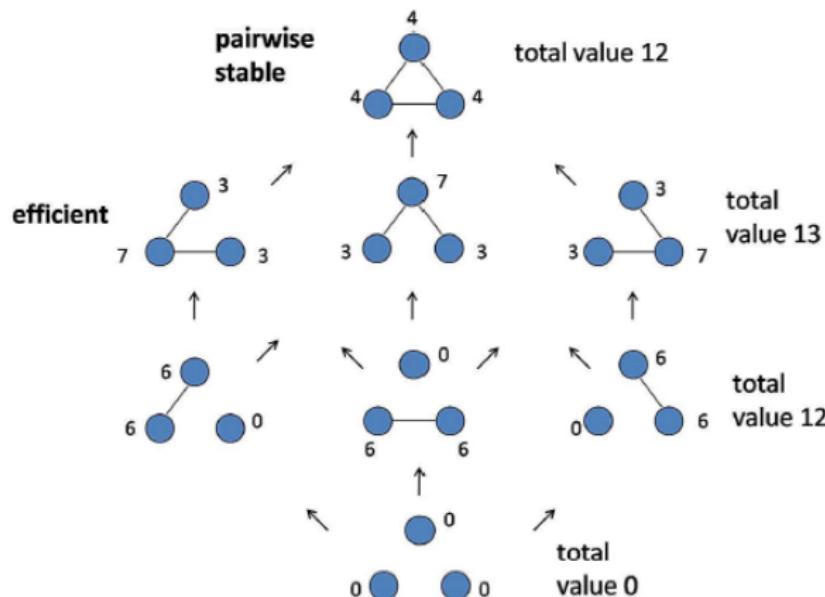


Figure 4.3. Payoffs to each node as a function of the network. Two-link networks result in the maximal overall payoffs. The arrows indicate changes networks that benefit both nodes associated with adding a link or at least one node who can delete a link. The unique pairwise stable network in this simple example is the complete network.

Модель Джексона–Волински, пример 2

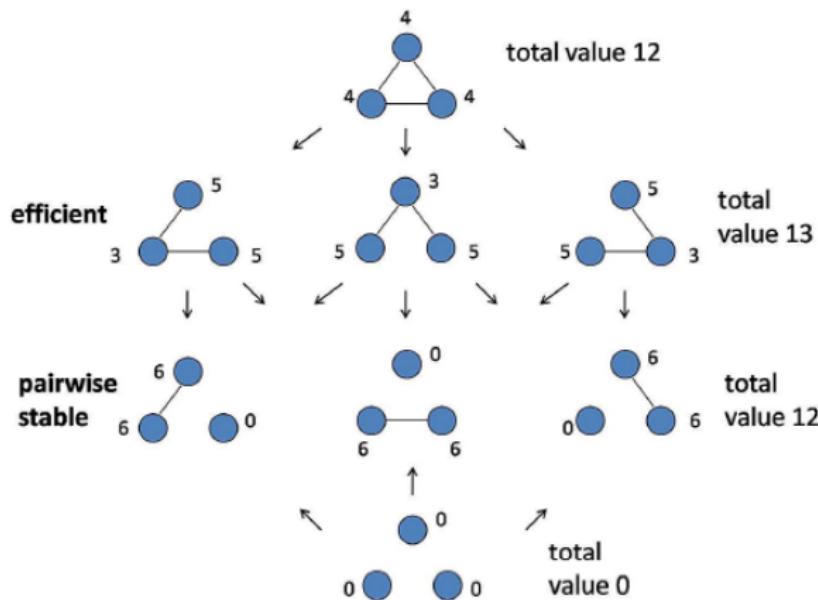


Figure 4.3. Payoffs to each node as a function of the network. Two-link networks result in the maximal overall payoffs. The arrows indicate changes in the network that benefit both nodes associated with adding a link, or one of the nodes involved in deleting a link.

The pairwise stable networks are the one-link networks.

Модель Джексона–Волински, пример 3

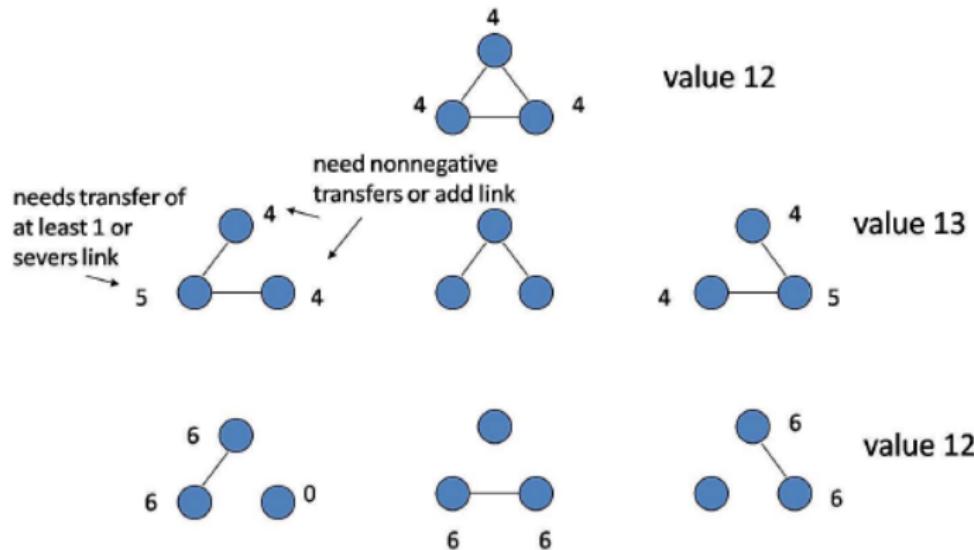
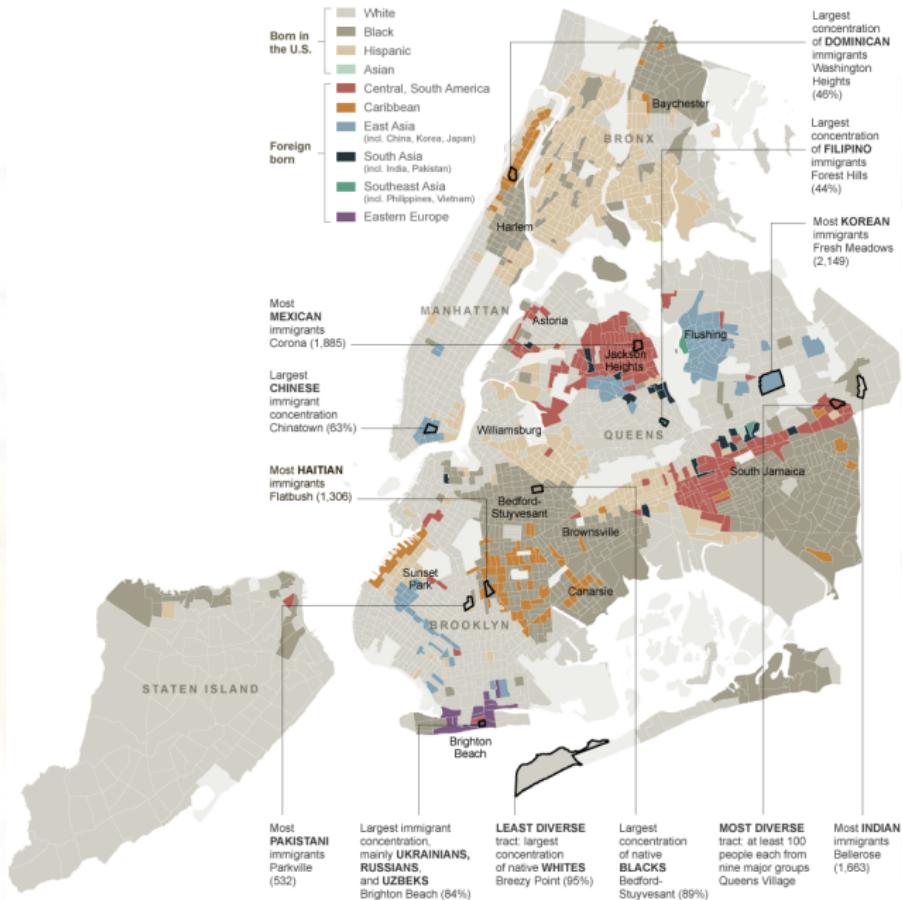


Figure 4.3. The impossibility of maintaining the total utility maximizing network as being pairwise stable, regardless of transfers between the peripheral nodes and center node.

Источник: M.O.Jackson, "An Overview of Social Networks and Economic Applications"

Модель Шеллинга: случайность + стратегия

- ▶ Агенты разделены на две группы, члены каждой из которых предпочитают находиться рядом с себе подобными
- ▶ Изначально агенты распределяются случайно по клеткам квадратной доски
- ▶ Агент доволен, если на соседних с его клетках живут хотя бы два агента его группы
- ▶ Выбирается недовольный агент и переселяется в ближайшую клетку, где он будет доволен
- ▶ И так далее
- ▶ В итоге могут возникнуть кластеры, даже если изначально всё было хорошо перемешано.



Источник: The New York Times

Некооперативные теоретико-игровые модели

- ▶ *Модель Балы–Гойала (Econometrica, 2000)*
 - ▶ Связь устанавливается по воле одного агента
 - ▶ Полезность каждого агента — количество агентов, которых он может достичь цепочкой связей. (Возможно, с весами, убывающими по мере роста длины цепочки)
 - ▶ Равновесные структуры: полный граф, кольцо, звезда

Некооперативные теоретико-игровые модели

- ▶ *Модель Балы–Гойала (Econometrica, 2000)*
 - ▶ Связь устанавливается по воле одного агента
 - ▶ Полезность каждого агента — количество агентов, которых он может достичь цепочкой связей. (Возможно, с весами, убывающими по мере роста длины цепочки)
 - ▶ Равновесные структуры: полный граф, кольцо, звезда
- ▶ *Модель Чайес–Боргса (2010)*
 - ▶ Отражает принцип вовлечённости каждого человека во множество разных групп
 - ▶ Каждый агент может организовать собрание некоторой интенсивности, на которое позвать любое множество агентов. Связь образуется, если агенты побывали вместе на собраниях достаточно большой суммарной интенсивности
 - ▶ Полезность — число связей
 - ▶ Равновесий очень много, но есть нижняя оценка на коэффициент кластеризации

Модель Чайес–Боргса: стратегии и издержки

- ▶ V — множество агентов
- ▶ Каждый агент может образовать произвольный набор собраний $P \subset V$ с интенсивностями $r > 0$
- ▶ Фиксированные издержки от собрания интенсивности r равны rb
- ▶ Предельные издержки на каждого дополнительного участника равны rc
- ▶ Итого: $C(P_{v,i}) = r_{v,i}(c|P_{v,i} \setminus \{v\}| + b)$, где v — агент, а i — номер собрания.

Модель Чайес–Боргса: формирование сети и полезность

- ▶ Связь между u и v образуется, если суммарная интенсивность собраний с участием обоих превышает 1
- ▶ Неважно, кто организовал собрания: u , v или третья сторона
- ▶ Каждая связь приносит a обоим агентам
- ▶ Формально: $(vu) \in E$, если $\sum_{(w,i): u,v \in P_{w,i}} r_{w,i} \geq 1$
- ▶ $N_v = \#\{u: (vu) \in E\}$
- ▶ $U_v = aN_v - \sum_i C(P_{v,i})$

Модель Чайес–Боргса: равновесия

Обозначение: $\gamma = \frac{a}{c}$

 $\gamma > 1/4$	 $\gamma > 1/3$	 $1/3 < \gamma < 1$
 $1/2 \leq \gamma < 1$	 $1/2 \leq \gamma < 1$	Not supportable

Table 1: Sample connection graphs, with the range of parameter γ in which they are supportable as strong subgraphs.

Модель Чайес–Боргса: равновесия

- ▶ Конфигурация «Звезда» не поддерживается в равновесии
- ▶ Средний коэффициент кластеризации не меньше, чем $\frac{1}{d_G}$
- ▶ Многие распределения степеней вершин могут быть поддержаны в равновесии с ограниченным размером субграфов
- ▶ Теорема

Если хотя бы одна конфигурация поддерживается в равновесии, то поддерживается полный граф.

Как снизить количество равновесий?

- ▶ Ограничить размер собрания
- ▶ Ввести выпуклые/супераддитивные/супермодулярные издержки от организации собрания
- ▶ Усложнить создание связи в большом собрании
- ▶ Дифференцированные издержки от организации собрания
- ▶ Издержки от участия в собрании (и право отказаться от участия)
- ▶ Дифференцированные выигрыши от различных связей
- ▶ Выигрыши не только от непосредственных соседей
- ▶ Динамическое формирование сети
- ▶ Ваши предложения?

Предложение: дифференцированные издержки

- ▶ Предположим, что между любыми двумя агентами u и v есть «расстояние» $\rho_{uv} \geq 0$, такое что $\rho_{uu} = 0$
- ▶ Расстояние не обязательно является метрикой и даже не обязательно симметрично
- ▶ ρ_{uv} толкуется как стоимость приглашения v для агента u
- ▶ $C_v(P) = r(c \sum_{v \in P} \rho_{uv} + b)$
- ▶ Исходная формализация является частным случаем для $\rho_{uv} = 1 - \delta_{uv}$

Наблюдения о равновесиях

- ▶ Можно переформулировать стратегии и издержки таким образом: каждый агент i выбирает интенсивности $r_u(v)$ приглашения всех остальных агентов (возможно, $r_u(v) = 0$).
- ▶ Тогда его издержки: $b \max_v r(v) + c \sum_v \rho_{uv} r(v)$.
- ▶ В равновесии $r_u(v) = 0$, если $\sum_{(w,i): u,v \in P_{w,i}} r_{w,i} > 1$.

Дифференцированные издержки: геометрическая интерпретация

- ▶ Аналог экономико-географических моделей
- ▶ Каждый агент i живёт в точке x_u некоторого метрического пространства (представляющей место жительства или точку в пространстве вкусов).
- ▶ ρ_{uv} равняется расстоянию между x_u и x_v
- ▶ Простейший случай: равномерное распределение на окружности
- ▶ Предполагаемое равновесие: каждый агент i приглашает соседей с отрезка $[x_u - d, x_u + d]$ с некоторой интенсивностью r

Дифференцированные издержки: геометрическая интерпретация

- ▶ Аналог экономико-географических моделей
- ▶ Каждый агент i живёт в точке x_u некоторого метрического пространства (представляющей место жительства или точку в пространстве вкусов).
- ▶ ρ_{uv} равняется расстоянию между x_u и x_v
- ▶ Простейший случай: равномерное распределение на окружности
- ▶ Предполагаемое равновесие: каждый агент i приглашает соседей с отрезка $[x_u - d, x_u + d]$ с некоторой интенсивностью r
- ▶ На самом деле единственное симметрическое равновесие таково: каждый агент i приглашает жителей отрезка $[x_u + d_1, x_u + d_2]$ с интенсивностью 1!
- ▶ Причина: в равновесии $r_u(v) = 0$, если $\sum_{(w,i): u,v \in P_{w,i}} r_{w,i} > 1$.
- ▶ Помогут ли другие размерности или метрики?

Дифференцированные издержки среди организаторов собраний

- ▶ В реальности некоторые люди организуют много мероприятий, а другие — ни одного
- ▶ Возможно, издержки разные для разных организаторов:
 $\rho_{uv} = \rho_u$
- ▶ Оказывается, выводы сильно походят на выводы исходной модели
- ▶ Интересный результат: для максимальных издержек, при которых возможно нетривиальное равновесие, все агенты несут одинаковые издержки в этом равновесии
- ▶ В расширении не получается новых результатов, но оно хорошо для сравнительной статики

Предложение: дифференцированные выигрыши

- ▶ Предположим, что для любых двух агентов u и v задан «потенциал» $\pi_{uv} \geq 0$, такой что $\pi_{uu} = 0$
- ▶ Потенциал не обязательно симметричен
- ▶ π_{uv} толкуется как выигрыш от контакта с v для агента u .
- ▶ $U_v = a \sum_{(uv) \in E} \pi_{uv} - \sum C_v(P)$.
- ▶ Исходная формализация является частным случаем для $\pi_{uv} = 1 - \delta_{uv}$.

Планы

- ▶ Найти равновесие аналитически для некоторых простых функций ρ_{uv} и π_{uv} , посчитать для него распределение степеней и коэффициент кластеризации
- ▶ Придумать способ численного нахождения равновесия. Посчитать характеристики для других ρ_{uv} и π_{uv} и их комбинаций
- ▶ Например, ρ_{uv} : одни «легки на подъём», других надо уговаривать

Выводы

- ▶ Моделирование социальных сетей — серьёзная междисциплинарная задача
- ▶ Теоретико-игровые модели более естественны, но объясняют меньшее количество особенностей
- ▶ Трудно совместить реалистичность модели и её доступность для расчёта

Что изучать дальше?

- ▶ Coursera: начало 1 апреля
- ▶ Matthew O. Jackson: Social and Economic Networks
- ▶ Handbook of Social Economics

Спасибо!

<mailto:musatych@gmail.com>

<http://musatych.livejournal.com>