

§ 2. Условная вероятность.....	37
§ 3. Теорема умножения вероятностей.....	38
§ 4. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий.....	40
§ 5. Вероятность появления хотя бы одного события.....	44
Задачи.....	47
Глава четвертая. Следствия теорем сложения и умножения.....	48
§ 1. Теорема сложения вероятностей совместных событий.....	48
§ 2. Формула полной вероятности.....	50
§ 3. Вероятность гипотез. Формулы Байеса.....	52
Задачи.....	53
Глава пятая. Повторение испытаний.....	55
§ 1. Формула Бернулли.....	55
§ 2. Локальная теорема Лапласа.....	57
§ 3. Интегральная теорема Лапласа.....	59
§ 4. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.....	61
Задачи.....	63

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Глава шестая. Виды случайных величин. Задание дискретной случайной величины.....	64
§ 1. Случайная величина.....	64
§ 2. Дискретные и непрерывные случайные величины.....	65
§ 3. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.....	65
§ 4. Биномиальное распределение.....	66
§ 5. Распределение Пуассона.....	68
§ 6. Простейший поток событий.....	69
§ 7. Геометрическое распределение.....	72
§ 8. Гипергеометрическое распределение.....	73
Задачи.....	74
Глава седьмая. Математическое ожидание дискретной случайной величины.....	75
§ 1. Числовые характеристики дискретных случайных величин.....	75
§ 2. Математическое ожидание дискретной случайной величины.....	76
§ 3. Вероятностный смысл математического ожидания.....	77

§ 4. Свойства математического ожидания.....	78
§ 5. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях.....	83
Задачи.....	84
Глава восьмая. Дисперсия дискретной случайной величины.....	85
§ 1. Целесообразность введения числовой характеристики рассеяния случайной величины.....	85
§ 2. Отклонение случайной величины от ее математического ожидания.....	86
§ 3. Дисперсия дискретной случайной величины.....	87
§ 4. Формула для вычисления дисперсии.....	89
§ 5. Свойства дисперсии.....	90
§ 6. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях.....	92
§ 7. Среднее квадратическое отклонение.....	94
§ 8. Среднее квадратическое отклонение суммы взаимно независимых случайных величин.....	95
§ 9. Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины.....	95
§ 10. Начальные и центральные теоретические моменты.....	98
Задачи.....	100
Глава девятая. Закон больших чисел.....	101
§ 1. Предварительные замечания.....	101
§ 2. Неравенство Чебышева.....	101
§ 3. Теорема Чебышева.....	103
§ 4. Сущность теоремы Чебышева.....	106
§ 5. Значение теоремы Чебышева для практики.....	107
§ 6. Теорема Бернулли.....	108
Задачи.....	110
Глава десятая. Функция распределения вероятностей случайной величины.....	111
§ 1. Определение функции распределения.....	111
§ 2. Свойства функции распределения.....	112
§ 3. График функции распределения.....	114
Задачи.....	115
Глава одиннадцатая. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины.....	116
§ 1. Определение плотности распределения.....	116
§ 2. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.....	116

§ 3. Нахождение функции распределения по известной плотности распределения.....	118
§ 4. Свойства плотности распределения.....	119
§ 5. Вероятностный смысл плотности распределения.....	121
§ 6. Закон равномерного распределения вероятностей.....	122
Задачи.....	124
<i>Глава двенадцатая. Нормальное распределение.....</i>	<i>124</i>
§ 1. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.....	124
§ 2. Нормальное распределение.....	127
§ 3. Нормальная кривая.....	130
§ 4. Влияние параметров нормального распределения на форму нормальной кривой.....	131
§ 5. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины.....	132
§ 6. Вычисление вероятности заданного отклонения.....	133
§ 7. Правило трех сигм.....	134
§ 8. Понятие о теореме Ляпунова. Формулировка центральной предельной теоремы.....	135
§ 9. Оценка отклонения теоретического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс.....	137
§ 10. Функция одного случайного аргумента и ее распределение.....	139
§ 11. Математическое ожидание функции одного случайного аргумента.....	141
§ 12. Функция двух случайных аргументов. Распределение суммы независимых слагаемых. Устойчивость нормального распределения.....	143
§ 13. Распределение «хи квадрат».....	145
§ 14. Распределение Стьюдента.....	146
§ 15. Распределение F Фишера — Снедекора.....	147
Задачи.....	147
<i>Глава тринадцатая. Показательное распределение.....</i>	<i>149</i>
§ 1. Определение показательного распределения.....	149
§ 2. Вероятность попадания в заданный интервал показательной распределенной случайной величины.....	150
§ 3. Числовые характеристики показательного распределения.....	151
§ 4. Функция надежности.....	152
§ 5. Показательный закон надежности.....	153
§ 6. Характеристическое свойство показательного закона надежности.....	154
Задачи.....	155
<i>Глава четырнадцатая. Система двух случайных величин.....</i>	<i>155</i>
§ 1. Понятие о системе нескольких случайных величин.....	155

§ 2. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной величины	156
§ 3. Функция распределения двумерной случайной величины ...	158
§ 4. Свойства функции распределения двумерной случайной величины	159
§ 5. Вероятность попадания случайной точки в полуполосу	161
§ 6. Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник	162
§ 7. Плотность совместного распределения вероятностей непрерывной двумерной случайной величины (двумерная плотность вероятности)	163
§ 8. Нахождение функции распределения системы по известной плотности распределения	163
§ 9. Вероятностный смысл двумерной плотности вероятности ...	164
§ 10. Вероятность попадания случайной точки в произвольную область	165
§ 11. Свойства двумерной плотности вероятности	167
§ 12. Отыскание плотностей вероятности составляющих двумерной случайной величины	168
§ 13. Условные законы распределения составляющих системы дискретных случайных величин	169
§ 14. Условные законы распределения составляющих системы непрерывных случайных величин	171
§ 15. Условное математическое ожидание	173
§ 16. Зависимые и независимые случайные величины	174
§ 17. Числовые характеристики систем двух случайных величин. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции	176
§ 18. Коррелированность и зависимость случайных величин	179
§ 19. Нормальный закон распределения на плоскости	181
§ 20. Линейная регрессия. Прямые линии среднеквадратической регрессии	182
§ 21. Линейная корреляция. Нормальная корреляция	184
Задачи	185

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

<i>Глава пятнадцатая. Выборочный метод</i>	187
§ 1. Задачи математической статистики	187
§ 2. Краткая историческая справка	188
§ 3. Генеральная и выборочная совокупности	188
§ 4. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка	189

§ 5. Способы отбора.....	190
§ 6. Статистическое распределение выборки.....	192
§ 7. Эмпирическая функция распределения.....	192
§ 8. Полигон и гистограмма.....	194
Задачи.....	196
Глава шестнадцатая. Статистические оценки параметров распределения.....	
§ 1. Статистические оценки параметров распределения.....	197
§ 2. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.....	198
§ 3. Генеральная средняя.....	199
§ 4. Выборочная средняя.....	200
§ 5. Оценка генеральной средней по выборочной средней. Устойчивость выборочных средних.....	201
§ 6. Групповая и общая средние.....	203
§ 7. Отклонение от общей средней и его свойства.....	204
§ 8. Генеральная дисперсия.....	205
§ 9. Выборочная дисперсия.....	206
§ 10. Формула для вычисления дисперсии.....	207
§ 11. Групповая, внутригрупповая, межгрупповая и общая дисперсии.....	207
§ 12. Сложение дисперсий.....	210
§ 13. Оценка генеральной дисперсии по исправленной выборочной.....	211
§ 14. Точность оценки, доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал.....	213
§ 15. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при известном σ	214
§ 16. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном σ	216
§ 17. Оценка истинного значения измеряемой величины.....	219
§ 18. Доверительные интервалы для оценки среднего квадратического отклонения σ нормального распределения.....	220
§ 19. Оценка точности измерений.....	223
§ 20. Оценка вероятности (биномиального распределения) по относительной частоте.....	224
§ 21. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.....	226
§ 22. Метод наибольшего правдоподобия.....	229
§ 23. Другие характеристики вариационного ряда.....	234
Задачи.....	235
Глава семнадцатая. Методы расчета сводных характеристик выборки.....	
§ 1. Условные варианты.....	237

§ 2. Обычные, начальные и центральные эмпирические моменты	238
§ 3. Условные эмпирические моменты. Отыскание центральных моментов по условным	239
§ 4. Метод произведений для вычисления выборочных средней и дисперсии	241
§ 5. Сведение первоначальных вариантов к равноотстоящим	243
§ 6. Эмпирические и выравнивающие (теоретические) частоты	245
§ 7. Построение нормальной кривой по опытным данным	249
§ 8. Оценка отклонения эмпирического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс	250
Задачи	252
<i>Глава восемнадцатая. Элементы теории корреляции</i>	253
§ 1. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости	253
§ 2. Условные средние	254
§ 3. Выборочные уравнения регрессии	254
§ 4. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратичной регрессии по негруппированным данным	255
§ 5. Корреляционная таблица	257
§ 6. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным	259
§ 7. Выборочный коэффициент корреляции	261
§ 8. Методика вычисления выборочного коэффициента корреляции	262
§ 9. Пример на отыскание выборочного уравнения прямой линии регрессии	267
§ 10. Предварительные соображения к введению меры любой корреляционной связи	268
§ 11. Выборочное корреляционное отношение	270
§ 12. Свойства выборочного корреляционного отношения	272
§ 13. Корреляционное отношение как мера корреляционной связи. Достоинства и недостатки этой меры	274
§ 14. Простейшие случаи криволинейной корреляции	275
§ 15. Понятие о множественной корреляции	276
Задачи	278
<i>Глава девятнадцатая. Статистическая проверка статистических гипотез</i>	281
§ 1. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы	281
§ 2. Ошибки первого и второго рода	282
§ 3. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия	283

§ 4. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки	284
§ 5. Отыскание правосторонней критической области.....	285
§ 6. Отыскание левосторонней и двусторонней критических областей.....	286
§ 7. Дополнительные сведения о выборе критической области. Мощность критерия.....	287
§ 8. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных сово- купностей.....	288
§ 9. Сравнение исправленной выборочной дисперсии с гипотетической генеральной дисперсией нормальной совокуп- ности.....	293
§ 10. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокуп- ностей, дисперсии которых известны (независимые выборки)...	297
§ 11. Сравнение двух средних произвольно распределенных ге- неральных совокупностей (большие независимые выборки).....	303
§ 12. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокуп- ностей, дисперсии которых неизвестны и одинаковы (малые независимые выборки).....	305
§ 13. Сравнение выборочной средней с гипотетической генераль- ной средней нормальной совокупности.....	308
§ 14. Связь между двусторонней критической областью и доверительным интервалом.....	312
§ 15. Определение минимального объема выборки при сравнении выборочной и гипотетической генеральной средних.....	313
§ 16. Пример на отыскание мощности критерия	313
§ 17. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокуп- ностей с неизвестными дисперсиями (зависимые выборки).....	314
§ 18. Сравнение наблюдаемой относительной частоты с гипотетической вероятностью появления события.....	317
§ 19. Сравнение двух вероятностей биномиальных распределений	319
§ 20. Сравнение нескольких дисперсий нормальных генеральных совокупностей по выборкам различного объема. Критерий Бар- тлетта	322
§ 21. Сравнение нескольких дисперсий нормальных генеральных совокупностей по выборкам одинакового объема. Критерий Коч- рена.....	325
§ 22. Проверка гипотезы в значимости выборочного коэффициента корреляции	327
§ 23. Проверка гипотезы о нормальном распределении генераль- ной совокупности. Критерий согласия Пирсона	329
§ 24. Методика вычисления теоретических частот нормального распределения.....	333
§ 25. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена и проверка гипотезы о его значимости	335

§ 26. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла и проверка гипотезы о его значимости	341
§ 27. Критерий Вилкоксона и проверка гипотезы об однородности двух выборок.....	343
Задачи	346

Глава двадцатая. Однофакторный дисперсионный анализ 349

§ 1. Сравнение нескольких средних. Понятие о дисперсионном анализе	349
§ 2. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений	350
§ 3. Связь между общей, факторной и остаточной суммами	354
§ 4. Общая, факторная и остаточная дисперсии	355
§ 5. Сравнение нескольких средних методом дисперсионного анализа	355
§ 6. Неодинаковое число испытаний на различных уровнях	358
Задачи	361

ЧАСТЬ ЧЕТВЕРТАЯ

МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО. ЦЕПИ МАРКОВА

Глава двадцать первая. Моделирование (разыгрывание) случайных величин методом Монте-Карло 363

§ 1. Предмет метода Монте-Карло.....	363
§ 2. Оценка погрешности метода Монте-Карло	364
§ 3. Случайные числа.....	366
§ 4. Разыгрывание дискретной случайной величины	366
§ 5. Разыгрывание противоположных событий	368
§ 6. Разыгрывание полной группы событий	369
§ 7. Разыгрывание непрерывной случайной величины. Метод обратных функций	371
§ 8. Метод суперпозиции	375
§ 9. Приближенное разыгрывание нормальной случайной величины	377
Задачи	379

Глава двадцать вторая. Первоначальные сведения о цепях Маркова . 380

§ 1. Цепь Маркова	380
§ 2. Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности Матрица перехода	381
§. Равенство Маркова	383
Задачи	385

ЧАСТЬ ПЯТАЯ

СЛУЧАЙНЫЕ ФУНКЦИИ

<i>Глава двадцать третья. Случайные функции</i>	386
§ 1. Основные задачи	386
§ 2. Определение случайной функции	386
§ 3. Корреляционная теория случайных функций	388
§ 4. Математическое ожидание случайной функции	390
§ 5. Свойства математического ожидания случайной функции ..	390
§ 6. Дисперсия случайной функции	391
§ 7. Свойства дисперсии случайной функции	392
§ 8. Целесообразность введения корреляционной функции	393
§ 9. Корреляционная функция случайной функции	394
§ 10. Свойства корреляционной функции	395
§ 11. Нормированная корреляционная функция	398
§ 12. Взаимная корреляционная функция	399
§ 13. Свойства взаимной корреляционной функции	400
§ 14. Нормированная взаимная корреляционная функция	401
§ 15. Характеристики суммы случайных функций	402
§ 16. Производная случайной функции и ее характеристики	405
§ 17. Интеграл от случайной функции и его характеристики	409
§ 18. Комплексные случайные величины и их числовые характеристики	413
§ 19. Комплексные случайные функции и их характеристики	415
Задачи	417
<i>Глава двадцать четвертая. Стационарные случайные функции</i>	419
§ 1. Определение стационарной случайной функции	419
§ 2. Свойства корреляционной функции стационарной случайной функции	421
§ 3. Нормированная корреляционная функция стационарной случайной функции	421
§ 4. Стационарно связанные случайные функции	423
§ 5. Корреляционная функция производной стационарной случайной функции	424
§ 6. Взаимная корреляционная функция стационарной случайной функции и ее производной	425
§ 7. Корреляционная функция интеграла от стационарной случайной функции	426
§ 8. Определение характеристик эргодических стационарных случайных функций из опыта	428
Задачи	430
<i>Глава двадцать пятая. Элементы спектральной теории стационарных случайных функций</i>	431

§ 1. Представление стационарной случайной функции в виде гармонических колебаний со случайными амплитудами и случайными фазами	431
§ 2. Дискретный спектр стационарной случайной функции	435
§ 3. Непрерывный спектр стационарной случайной функции. Спектральная плотность	437
§ 4. Нормированная спектральная плотность	441
§ 5. Взаимная спектральная плотность стационарных и стационарно связанных случайных функций	442
§ 6. Дельта-функция	443
§ 7. Стационарный белый шум	444
§ 8. Преобразование стационарной случайной функции стационарной линейной динамической системой	446
Задачи	449
Дополнение	451
Приложения	461
Предметный указатель	474