I (экспериментальная)
компьютерно-рисуночная устная геометрическая олимпиада «КРУГ»
НФ ГУ ВШЭ. 19 мая 2009 года

1. Проведите через точку A внутри угла все отрезки BC такие, что точки B и C лежат на разных сторонах угла и BA:CA=3:1. (*Свободными являются точка A, вершина и стороны исходного угла.*)

2. Постройте ромб $ABCD$ единичной площади. (*Задать единицу масштаба отрезком, у которого оба конца – свободны. Свободными являются также точки A и C.*)

3. Постройте такие три попарно касающиеся внешним образом окружности, что радиус первой окружности меньше радиуса второй окружности в два раза. (*Свободными являются точки O_1 и O_2 – центры первой и второй окружностей; частично свободной является точка К – точка касания первой и третьей окружностей.*)

4. Постройте вписанный в окружность треугольник ABC по точкам M, N и L, являющимся точками пересечения биссектрис углов треугольника ABC и окружности. (*Свободными являются точки M, N и L.*)

5. Постройте две одновременно вращающиеся окружности так, чтобы радиус второй окружности был в два раза меньше радиуса первой, а угловая скорость вращения второй окружности была в два раза больше скорости первой. (*Свободными являются центры окружностей и радиус первой окружности.*)

6. Постройте выпуклый шестиугольник $ABCDEF$ с равными углами, в котором $AB=CD=EF$ и $BC=DE=FA$. (*Свободными являются точки A и C, частично свободна точка B.*)

7. *Постройте чертёж к задаче и сформулируйте утверждение, которое требуется доказать*: «Дан равносторонний треугольник ABC с центром M. На сторонах CA и CB взяты соответственно точки D и E такие, что $CD = CE$. Точка F – четвёртая вершина параллелограмма $DMBF$. Докажите, что … .». (*Свободными являются точки A и B, частично свободна точка D.*) **… треугольник *MEF* – равносторонний**

8. *Постройте чертёж к задаче и сформулируйте утверждение, которое требуется доказать*: «На сторонах BC, CA и AB треугольника ΔABC выбраны соответственно точки D, E и F так, чтобы ΔDEF был подобен ΔABC ($\angle D=\angle A$, $\angle E=\angle B$, $\angle F=\angle C$). Обозначим через H точку пересечения высот ΔFAE. Докажите, что длина отрезка HD ….». (*Свободными являются точки A, B и C, частично свободна точка D.*) **не зависит от выбора точек *D*, *E* и *F* *или* равна радиусу описанной окружности треугольника *ABC. Заметим также, что четырёхугольник DHAO является параллелограммом, где точка O – центр описанной окружности треугольника ABC.***

9. Заданы длины a и b, а также угол φ. Постройте треугольник ABC, в котором $AB=a$, $CE=b$, где E – точка пересечения описанной окружности треугольника ABC и продолжения медианы CM, а $\angle CMB=\varphi$. (*Задать отрезки a, b, угол φ, концы которых свободны. Свободной является также точка A, частично свободна точка B.*)

10. Постройте окружность, проходящую через данную точку A и перпендикулярную двум данным окружностям. *Окружности перпендикулярны, если в точке пересечения окружностей угол между касательными к ним равен 90°.* (*Свободны точка A, центры и радиусы данных окружностей.*) ***Решение задачи через инверсию см. в «Задачах по планиметрии» В.В.Прасолова – задача 28.12.***