КОДИРОВАНИЕ.

1. Есть 9 монет, одна из которых фальшивая (она легче настоящих). За два взвешивания на двухчашечных весах найдите фальшивую монету.
2. Есть 30 монет, одна из которых фальшивая (она легче настоящих). Можно ли за три взвешивания на двухчашечных весах гарантированно найти фальшивую монету?
3. Есть 250 монет, одна из которых фальшивая (она легче настоящих). За какое наименьшее количество взвешиваний на двухчашечных весах можно гарантированно найти фальшивую монету?
4. Сформулируйте по предыдущим трём задачам обобщенный факт.
5. Геологи взяли в экспедицию 80 банок консервов, веса которых все известны и различны (имеется список). Через некоторое время надписи на банках выцвели, и только завхоз знает, где что. Он хочет обосновать, что в какой банке находится, не вскрывая консервов, а пользуясь только сохранившимся списком и двухчашечными весами со стрелкой, показывающей разницу весов. Докажите, что для этой цели ему: а). трёх взвешиваний не хватит; б). хватит четырёх взвешиваний. *(XVI Турнир городов)*
6. Имеется множество билетов с номерами от 1 до 30 (номера могут повторяться). Каждый из учеников вытянул один билет (учеников не обязательно 30). Учитель может произвести следующую операцию: прочитать список из нескольких (возможно одного) номеров и попросить их владельцев поднять руки. Какое минимальное число раз ему надо проделать такую операцию, чтобы узнать номер билета у каждого ученика? *(IX Турнир городов)*
7. Рассмотрим все 10-значные числа, записываемые при помощи цифр 1 и 2. Разбейте их все на 2 класса так, чтобы при сложении чисел одного класса всегда получалось число, в записи которого не менее двух троек. *(17 Московская олимпиада, 1954г.)*
8. В марсианском алфавите k букв, и два слова называются похожими, если в них одинаковое количество букв и они отличаются лишь в одном месте (например, ТРИКС и ТРУКС). Докажите, что все слова в языке можно разбить на k групп, в каждой из которых все слова не похожи друг на друга. *(Санкт-Петербургские олимпиады)*
9. 30 учеников одного класса решили побывать друг у друга в гостях. Известно, что ученик за вечер может сделать несколько посещений, и что в тот вечер, когда к нему кто-нибудь должен прийти, он сам никуда не уходит. Покажите, что для того, чтобы все побывали в гостях у всех: а). 4 вечеров недостаточно; б). 5 вечеров также недостаточно; и). а 10 вечеров достаточно; г). и даже 7 вечеров достаточно. *(Турнир городов)*
10. Написано 5 натуральных чисел, 10 их попарных сумм, 10 сумм по три, 5 сумм по четыре числа и сумма всех пяти чисел (всего 31 число). Может ли ровно 16 из этих чисел делиться на 2003? *(XXI ТЮМ, 2003 г.)*
11. В кооперативе из 11 человек имеется партячейка. На каждом собрании ячейки происходит либо приём одного члена в партию, либо исключение из партии одного человека. В партячейке не может быть меньше трёх человек. Возвращаться к какому-либо из прежних составов партячейки запрещено уставом. Может ли к какому-то моменту оказаться, что все варианты состава ячейки реализованы? *(X Турнир городов)*
12. Доказать, что все подмножества конечного множества можно расположить в таком порядке, при котором любые два соседних множества отличаются одним элементом. *(Польские олимпиады)*
13. В начале игры на доске написаны 10 различных простых чисел. Два игрока ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок записывает на доске еще одно число, равное произведению двух уже написанных. Выигрывает тот, кто первым напишет точный квадрат. Кто выигрывает при правильной игре? *(XXI ТЮМ, 2003 г.)*
14. Среди 18 деталей, выставленных в ряд, какие-то три подряд стоящие весят по 99г, а все остальные – по 100г. Двумя взвешиваниями на весах со стрелкой определите все 99-граммовые детали. *(Окружная олимпиада, 2002г., 8-9 класс)*
15. В городе Глупове 200000 домов и каждый из них имеет свой собственный номер. Оказалось, что из-за плохого почерка почтальоны иногда путают номера. Тогда мэр распорядился присвоить домам такие номера, чтобы любые два номера отличались, по крайней мере, в двух разрядах, и наибольший используемый номер был как можно короче. Сколько цифр будет в записи этого номера? *(ТЮМ)*
16. Двое показывают карточный фокус. а). Первый снимает пять карт из колоды, содержащей 52 карты (предварительно перетасованной кем-то из зрителей), смотрит в них и после этого выкладывает их в ряд слева направо, причем одну из карт кладет рубашкой вверх, а остальные - картинкой вверх. Второй участник фокуса отгадывает закрытую карту. Докажите, что они могут так договориться, что второй всегда будет угадывать карту. б). Второй фокус отличается от первого тем, что первый участник выкладывает слева направо четыре карты картинкой вверх, а одну не выкладывает. Могут ли в этом случае участники фокуса так договориться, чтобы второй всегда угадывал невыложенную карту?
17. На доске выписаны числа $1, 2, 2^2, 2^3, \ldots 2^{10}$. Разрешается стереть любые два числа и вместо них выписать их разность – неотрицательное число. После нескольких таких операций на доске будет только одно число. Чему оно может быть равно?