

IV Нижегородская компьютерно-рисуночная устная геометрическая олимпиада «КРУГ».
НИУ ВШЭ-Нижний Новгород. Старшая группа (9-11 класс). 24 мая 2012 года

1. Постройте в окружности хорду CD , пересекающую хорду AB в точке P так, что $CP=3PD$. (Свободны точки A и B , частично свободны центр окружности O и точка P .)
2. Постройте выпуклый четырёхугольник $ABCD$, в котором равны стороны AB и CD и равны диагонали AC и BD . (Свободны точки A , B и C . Все построения сохранить на чертеже.)
3. Первой точкой Брокера треугольника XYZ называется такая точка Br_1 , что $\angle XYBr_1 = \angle YZBr_1 = \angle ZXBr_1$. Постройте эту точку. (Свободны все вершины треугольника XYZ .)
4. Постройте треугольник ABC по вершине A , ортоцентру H и центру описанной окружности O . (Свободны точки A , H и O .)
5. «Дана **полуокружность** с центром O и диаметром AB . На ней расположены точки P и Q ($AP < AQ$). Лучи AP и BQ пересекаются в точке R . Оказалось, что ортоцентр H треугольника PQR лежит на полуокружности.» (Постройте чертёж, на котором точки A и B – свободны, точка R – частично свободна.)
6. По двум пересекающимся прямым с равными скоростями движутся две точки A и B . Построить такую точку M плоскости, которая во все моменты времени равноудалена от A и B . (Свободны обе прямые, частично свободна точка A на одной из прямых, стартовое положение точки B также должно меняться в зависимости от некоторой частично свободной точки C_B на второй прямой.)
7. «**ИМО:☺ или МИМО?**» Построить треугольник ABC по центрам O и I соответственно описанной и вписанной окружностей и середине M дуги ABC описанной окружности.
8. Первой точкой Аполлония треугольника называется точка Ap_1 внутри треугольника, для которой равны все три произведения каждой из сторон на расстояние от этой точки до противоположной вершины. Постройте точку Аполлония внутри остроугольного треугольника. (Свободны все вершины треугольника.)
9. Постройте центр описанной окружности треугольника, воспользовавшись ровно девятью действиями, если при этом запрещено пользоваться операциями «окружность», «биссектриса», «серединный перпендикуляр», «перпендикулярность», «параллельность», «поворот», «осевая» и «центральная симметрия», «параллельный перенос» и стандартными многоугольниками. (Свободны вершины треугольника; показать весь алгоритм построения.)
10. Постройте циссоиду Диоклеса, открытую в поисках решения задачи об удвоении куба. Уравнение циссоиды в прямоугольных координатах: $y^2 = \frac{x^3}{a-x}$, в полярных координатах: $\rho = \frac{a \sin^2 \varphi}{\cos \varphi}$. (Свободен отрезок, задающий параметр a ; частично свободна точка, от движения которой зависит движение точки, описывающей циссоиду.)
11. **(Призовая задача победителя. Выполняется только после решения всех 10 основных задач по окончании олимпиады наглядно для всех участников олимпиады.)** Впишите в окружность с центром O правильный пятиугольник $ABCDE$, не пользуясь

операцией «поворот». (Свободны точки O и A ; все построения сохранить пунктиром и показать алгоритм при предъявлении решения.)