Метод раскраски.

1. Дана доска 5×5. Может ли конь обойти все клетки, побывав на каждой по одному разу и вернуться в исходное положение?
2. Можно ли обойти хромым королем (король не может ходить по диагоналям) все клетки шахматной доски, начав в левом нижнем углу и закончив в правом верхнем углу?
3. Король обошел шахматную доску 8х8, побывав на каждом поле ровно по одному разу и вернувшись последним ходом на исходное поле. Докажите, что число диагональных ходов, сделанных королем, четно.
4. На каждой клетке треугольной доски со стороной 5 сидит жук. В некоторый момент все жуки взлетают и приземляются на соседние клетки этой доски. Доказать, что тогда найдутся по крайней мере 5 пустых клеток.
5. Для игры в классики на земле нарисован ряд клеток, в которые вписаны по порядку числа от 1 до 10 (см. рис). Маша прыгнула снаружи в клетку 1, затем попрыгала по остальным клеткам (каждый прыжок - на соседнюю по стороне клетку) и выпрыгнула наружу из клетки 10. Известно, что на клетке 1 Маша была 1 раз, на клетке 2 – 2 раза, ..., на клетке 9 – 9 раз. Сколько раз побывала Маша на клетке 10?

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

6. За круглым столом на совете старейшин сидят 13 человек - представители четырех племен: могикане, гуроны, апачи и делавары. Могиканин никогда не сядет рядом с гуроном, а апачи - делаваром. Доказать, что представители хотя бы одного из племен за столом окажутся соседями.
7. Каждая из клеток квадрата 5х5 покрашена в один из четырех цветов так, что в каждом квадрате 2х2 встречаются все четыре цвета. Какое наибольшее число клеток одного цвета в квадрате 5х5 может быть?
8. На шахматной доске стоят несколько (не менее четырех) королей. Докажите, что их можно разбить на четыре группы так, чтобы короли каждой группы друг друга не били.
9. Шахматный слон ходит по диагонали на любое число клеток. Назовем ход слона нечетным, если слон за этот ход переместился на нечетное число клеток. Однажды слон, сделав несколько ходов, попал из левого нижнего в правый верхний угол шахматной доски (8×8). Докажите, что он сделал нечетное число нечетных ходов.
10. В левом нижнем углу доски 9×9 стоят 9 шашек, образуя квадрат 3×3. За один ход можно выбрать какие-то две шашки и переставить одну из них симметрично относительно другой (не выходя при этом за пределы доски). Можно ли за несколько ходов переместить эти шашки так, чтобы они образовали квадрат 3×3 в:
    а) левом верхнем углу; б) правом верхнем углу; в) центральном квадратике 3×3?
11. В клетчатом квадрате 8х8 закрасьте наименьшее число клеток так, чтобы в оставшуюся часть нельзя было поместить четырехклеточную фигуру типа буквы Г.
12. В квадрате 7х7 клеток размещено 16 плиток 1х3. Доказать, что свободная клетка либо лежит в центре, либо примыкает к границам квадрата.
13. В квадрате 10х10 разместили 32 плитки размером 1х3 и одну - размером 2х2. Может ли плитка 2х2:
    а) закрывать центр квадрата, б) примыкать к границе квадрата, с) находиться в углу квадрата?
14. Можно ли три попарно соседние грани кубика 4×4×4 оклеить 16 полосками 3×1?
15. На шахматную доску 8х8 положили 8 доминошек так, что каждая покрывает ровно две соседние клетки. Доказать, что на доске найдется квадрат из четырех клеток, ни одна из которых не накрыта доминошкой.
16. Из квадрата 8х8 по линиям сетки вырезали 8 квадратов 2х2. Доказать, что можно вырезать еще один квадрат 2×2.
17. Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 вырезали 99 квадратиков размером 2×2. Докажите, что можно вырезать еще один такой квадрат.
18. На квадратном клетчатом поле 10×10 расположена эскадра из 10 кораблей. Корабли – это не имеющие общих точек прямоугольники 1×2 со сторонами по линиям сетки. Докажите, что можно сделать 32 “выстрела” так, чтобы наверняка попасть в какой-нибудь корабль.
19. Какими видами тетрамино можно покрыть доску размером 10×10?
20. Можно ли шахматную доску разрезать на 15 вертикальных и 17 горизонтальных доминошек?
21. а). Из таблицы 6×6 вырезали квадрат из четырех клеток. Докажите, что оставшуюся часть таблицы можно разбить на доминошки (прямоугольники 2×1) так, что число горизонтальных доминошек равно числу вертикальных.
    б). Верно ли то же утверждение для таблицы 8×8 с вырезанным квадратом из четырех клеток?
22. Можно ли прямоугольную доску размером 5×9 разрезать на уголки из 3 клеток?
23. Пете подарили набор "Юный паркетчик", состоящий из 12 триминошек. Хулиган Вася заменил одну из них на уголок из 3 клеток. Сможет ли Петя сложить квадрат 6×6?
24. Можно ли доску 5×7 покрыть уголками из трех клеток в несколько слоев так, чтобы каждая клетка была покрыта одним и тем же количеством уголков?
25. Прямоугольное дно коробки было выложено квадратами 2×2 и прямоугольниками 1×4. Один квадрат потеряли и вместо него нашли прямоугольник. Можно ли теперь сложить дно прямоугольной коробки?
26. Раскрасьте клетки таблицы 3×3 в наибольшее число цветов (каждую клетку - одним цветом) так, чтобы для любых двух цветов нашлись две клетки этих цветов, имеющие общую сторону.
27. Можно ли провести в каждом квадратике на поверхности кубика Рубика диагональ так, чтобы получился несамопересекающийся путь?
28. Новая фигура "заяц" может ходить на одну клетку вверх по любой диагонали или на клетку вниз по вертикали. За какое наименьшее число ходов заяц сможет обойти все поля доски 7×7 и вернуться на исходное поле?