ТРАНСНЕРАВЕНСТВО.

1. Какое наибольшее значение может принимать сумма «$\overline{НИЖНИЙ}+\overline{НОВГОРОД}$»? *(одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры*
2. Девять цифр: 1, 2, 3, ... , 9 выписаны в некотором порядке (так что получилось 9-значное число). Рассмотрим все тройки цифр, идущих подряд, и найдем сумму соответствующих семи трехзначных чисел. Каково наибольшее возможное значение этой суммы?
3. Вася заменяет звездочки в выражении $\frac{*}{2}+\frac{*}{4}+\ldots+\frac{*}{2^n}$ числами 1, 2, ..., n, используя каждое ровно один раз. Какое наибольшее целое число он может при этом получить?
4. Вася заменяет звездочки в выражении $\sqrt{*\sqrt{*\ldots\sqrt{*}}}$, содержащем n звездочек, числами 2^1, 2^2, ..., 2^n, используя каждое ровно один раз. Какое наибольшее целое число он может при этом получить?
5. В клетках таблицы n×n расставляют натуральные числа от 1 до n^2. Поставив очередное число в свободную клетку, на доску выписывают сумму чисел, уже расставленных в строке и столбце, содержащих эту клетку. Когда вся таблица заполнена, вычисляют сумму чисел, записанных на доске. Приведите пример способа расстановки чисел, для которого эта сумма будет иметь наименьшее возможное значение.
6. Для положительных чисел доказать неравенство $a^3+b^3+c^3+d^3\geq a^2b+b^2c+c^2d+d^2a$.
7. Доказать, что $a^2+b^2+c^2\geq 1/3$, если $a+b+c=1$.
8. Для положительных чисел $a_1^{\ n}+a_2^{\ n}+\ldots+a_n^{\ n}\geq a_1^{\ n-1}a_2+a_2^{\ n-1}a_3+\ldots+a_n^{\ n-1}a_1$.
9. Доказать неравенство Чебышева $n(a_1b_1+a_2b_2+\ldots a_nb_n)\geq(a_1+a_2+\ldots+a_n)(b_1+b_2+\ldots+b_n)$, где $a_1\geq a_2\geq\ldots\geq a_n$ и $b_1\geq b_2\geq\ldots\geq b_n$.
10. Для положительных чисел доказать неравенство $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}$.
11. Для положительных чисел доказать неравенство $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\geq\frac{a+b+c}{2}$.
12. Для положительных чисел $a+b+c\leq\frac{a^2+b^2}{2c}+\frac{b^2+c^2}{2a}+\frac{c^2+a^2}{2b}\leq\frac{a^3}{bc}+\frac{b^3}{ca}+\frac{c^3}{ab}$.
13. $n(a_1^{\ 2}+a_2^{\ 2}+\ldots+a_n^{\ 2})\geq(a_1+a_2+\ldots+a_n)^2$.
14. Для положительных чисел $\frac{a_1}{a_2}+\frac{a_2}{a_3}+\ldots+\frac{a_{n-1}}{a_n}+\frac{a_n}{a_1}\geq n$.
15. Для положительных чисел $\frac{a_1^{\ 2}}{a_2}+\frac{a_2^{\ 2}}{a_3}+\ldots+\frac{a_{n-1}^{\ 2}}{a_n}+\frac{a_n^{\ 2}}{a_1}\geq a_1+a_2+\ldots+a_n$.
16. Для положительных чисел $\frac{a_1}{a_2^{\ 2}}+\frac{a_2}{a_3^{\ 2}}+\ldots+\frac{a_{n-1}}{a_n^{\ 2}}+\frac{a_n}{a_1^{\ 2}}\geq\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_n}$.
17. Для положительных чисел $\frac{a_1}{S-a_1}+\frac{a_2}{S-a_2}+\ldots+\frac{a_n}{S-a_n}\geq\frac{n}{n-1}$, где $S=a_1+a_2+\ldots+a_n$.
18. Для положительных чисел $\frac{a_1}{\sqrt{1-a_1}}+\frac{a_2}{\sqrt{1-a_2}}+\ldots+\frac{a_n}{\sqrt{1-a_n}}\geq\sqrt{\frac{n}{n-1}}$, где $a_1+a_2+\ldots+a_n.=1$.
19. Вывести неравенство для нескольких последовательностей положительных чисел.
20. Для положительных чисел $a^7+b^7+c^7\geq a^2b^2c^2(a+b+c)$.
21. Вывести обобщённое неравенство Чебышева для нескольких последовательностей положительных чисел.
22. $n^{m-1}(a_1^{\ m}+a_2^{\ m}+\ldots+a_n^{\ m})\geq(a_1+a_2+\ldots+a_n)^m$.