

### Турниры – полные графы.

1. В классе 28 учеников. Учитель может пересаживать учеников, но каждый школьник в течение учебного дня сидит с одним и тем же учеником. За какое наименьшее число дней каждый ученик сумеет посидеть с каждым?
2. Сумма 1000 действительных чисел равна 0. Доказать, что по крайней мере 999 попарных сумм из этих чисел будут неотрицательными.
3. В куче лежат 25 камней. Её делят на две части, затем одну из частей опять делят надвое и т.д., до тех пор, пока не получат 25 отдельно лежащих камней. При каждом делении одной из куч на две части на доску записывается произведение количеств камней в этих частях. Докажите, что в конце сумма всех чисел на доске будет равна 300.
4. На белом листе клетчатой бумаги нарисовали квадрат размером  $12 \times 12$ . Две клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона. Саша закрашивает по одной клетке, вписывая в каждую закрашенную клетку число ранее закрашенных ее соседей. Чему будет равна сумма всех чисел, когда будут закрашены все клетки?
5. Астроном наблюдает 50 звёзд, сумма попарных расстояний между которыми равна  $S$ . Набежало облако и заслонило 25 звёзд. Докажите, что сумма попарных расстояний между видимыми звёздами меньше, чем  $S/2$ .
6. Комиссия состоит из 49 человек. В каждом заседании участвуют ровно три члена комиссии. Можно ли составить расписание работы комиссии так, чтобы любые два члена комиссии встретились на заседаниях ровно один раз?
7. В доску вбиты 1997 гвоздей. Двое по очереди делают ходы. Ход состоит в том, что играющий соединяет проводом какие-либо два гвоздя, не соединенных ранее. Проигрывает тот, после хода которого впервые становится возможным добраться по проводам от любого гвоздя до любого другого. Кто выиграет при правильной игре: тот, кто делает первый ход, или его партнер?
8. В стране, где 25 городов, три авиакомпании хотят, чтобы для любой пары городов все беспосадочные авиарейсы между этими городами осуществлялись только одной из авиакомпаний, однако любая авиакомпания могла доставлять пассажиров из любого города в любой другой с посадкой не более, чем в одном промежуточном городе. Докажите, что это осуществимо.