Приложение № 5

к протоколу ученого совета

НИУ ВШЭ – Нижний Новгород

от 16.11.2017 № 8.1.1.7-06/9

**Форма 501(о). КРАТКИЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ**

**Номер Проекта**

16-31-60008

**Руководитель проекта**

Малышев Дмитрий Сергеевич

**Название Проекта**

Исследование времени решения актуальных подзадач классических экстремальных задач на графах.

**Код и название Конкурса**

мол\_а\_дк – конкурс проектов фундаментальных научных исследований, выполняемых **молодыми учеными** – докторами или кандидатами наук, в научных организациях Российской Федерации.

**Год представления Отчета**

2017.

**Вид Отчета (этап 2017 г.)**

2.

**Аннотация, публикуемая на сайте Фонда**

1. Для двух наследственных классов, задаваемых парой связных запрещенных порожденных подграфов, каждый с 5 вершинами, разработаны полиномиальные алгоритмы решения задачи о хроматическом числе.
2. Для всех наследственных классов, задаваемых тройкой запрещенных порожденных подграфов с не более чем 5 вершинами каждый, установлена вычислительная сложность задачи о вершинной 3-раскраске.
3. Построена графовая модель качественного изменения магнитосферного поля Солнца. Предложен графовый критерий эквивалентности состояний магнитосферы Солнца и разработан полиномиальный алгоритм различения данных графов.

**Полное название научной организации, представившей заявку на конкурс**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики».

**ФОРМА 503(мол). РАЗВЕРНУТЫЙ НАУЧНЫЙ ОТЧЕТ**

**Номер Проекта**

16-31-60008

**Название Проекта**

Исследование времени решения актуальных подзадач классических экстремальных задач на графах

**Коды классификатора, соответствующие содержанию фактически проделанной работы**

01-114

**Объявленные ранее цели Проекта**

1. Разработка полиномиальных алгоритмов решения задачи о хроматическом числе для некоторых наследственных классов графов, заданных запретами с пятью вершинами.   
2. Получение полной сложностной дихотомии для задачи о вершинной 3-раскраске в семействе всех наследственных классов, заданных запрещением фрагментов с не более чем пятью вершинами.   
3. Построение качественной модели топологии магнитосферы Солнца в терминах теории графов и установление полиномиальной разрешимости распознавания изоморфизма таких графов.

**Полученные в 2017 году результаты с описанием методов и подходов, использованных в ходе выполнения проекта**

1. Задача о хроматическом числе (кратко, задача ХЧ) для заданного графа состоит в том, чтобы разбить множество его вершин на минимально возможное количество подмножеств попарно несмежных вершин. Известна полная сложностная дихотомия для этой задачи в семействе наследственных классов, определяемых одним запрещенным порожденным подграфом. Известен сложностной статус задачи ХЧ для всех наследственных классов, определяемых двумя связными 5-вершинными запрещенными фрагментами, за исключением 8 случаев. В рамках выполнения этапа 2017 г. настоящего проекта количество этих «белых пятен» было уменьшено до 6. А именно, была доказана полиномиальная разрешимость задачи ХЧ в классах (P\_5,banner)- и (P\_5,dart)-свободных графов.

2. Задача о вершинной 3-раскраске (кратко, задача 3-ВР) для заданного графа состоит в том, чтобы разбить множество его вершин на не более чем три подмножества попарно несмежных вершин или установить, что такого разбиения не существует. Известна полная классификация сложности задачи 3-ВР в семействе наследственных классов, определяемых одним запрещенным порожденным фрагментом с не более чем 6 вершинами. Известна также полная классификация сложности задачи 3-ВР в семействе наследственных классов, определяемых двумя запрещенными порожденными подграфами с не более чем 5 вершинами каждый. В рамках выполнения этапа 2017 г. настоящего проекта получен подобный результат для трех запрещенных порожденных структур с не более чем 5 вершинами каждый.

3. Построена графовая модель качественного изменения магнитосферного поля Солнца. Предложен графовый критерий эквивалентности состояний магнитосферы Солнца и разработан полиномиальный алгоритм различения данных графов.

4. Доказана полиномиальная разрешимость задачи о независимом множестве в классе субкубических планарных графов без порожденного триода T\_{3,3,2} – дерева, получаемого отождествлением концов вершин простых путей длины 3,3,2 соответственно. Во всех ранее известных результатах такого типа фигурировали триоды, у которых два или три индекса были не более чем 2.

При выполнении проекта использовались классические методы алгоритмической теории графов и теории сложности вычислений, а также оригинальные подходы. Первый из них основан на идее симплификации – построения по заданному оснащенному графу эквивалентного ему (в некотором смысле) обыкновенного графа. Второй использует некоторые специальные локальные преобразования графов.

**Количество научных работ по Проекту, опубликованных в 2017 году - 5**

**Из них в изданиях, включенных в перечень ВАК - 5**

**Из них в изданиях, включенных в библиографическую базу данных РИНЦ - 5**

**Из них в изданиях, включенных в международные системы цитирования - 5**

**Количество научных работ, подготовленных в ходе выполнения Проекта и принятых к печати в 2017 году – 1.**

**Участие в 2017 году в научных мероприятиях по тематике Проекта**

1. The 43rd International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science (June 21 – 23, 2017, Eindhoven, Netherlands).

**Участие в 2017 году в экспедициях по тематике Проекта, которые проводились при финансовой поддержке Фонда**

Нет.

**Финансовые средства, полученные в 2017 году от Фонда**

2000000.

**Адреса ресурсов в Интернете, подготовленных авторами по данному проекту**

Нет.

**Библиографический список всех публикаций по Проекту, опубликованных в 2016-2017 гг.**

Опубликованные работы:

1). Малышев Д.С. Классификация сложности задачи о реберной раскраске для некоторого семейства классов графов // Дискретная математика. 2016. Т. 28. № 2. С. 44-50. [Имеется перевод: Discrete Mathematics and Applications. 2017. Vol. 27. No. 2. P. 97-103.]

2). Талецкий Д.С., Малышев Д.С. О количестве максимальных независимых множеств в полных q-арных деревьях // Дискретная математика. 2016. Т. 28. № 4. С. 139-149. [Имеется перевод: Discrete Mathematics and Applications. 2017. Vol. 27. No. 5. P. 311-318.]

3). Круглов В.Е., Малышев Д.С., Починка О.В. Графовый критерий топологической эквивалентности Омега-устойчивых потоков без периодических траекторий на поверхностях и эффективный алгоритм для его применения // Журнал Средневолжского математического общества. 2016. Т. 18. № 2. С. 47-58

4). Гуревич Е.Я., Малышев Д.С. О топологической классификации диффеоморфизмов Морса-Смейла на сфере S^n посредством раскрашенного графа // Труды Средневолжского математического общества. 2016. Т. 18. № 4. С. 30-33.

5). Грибанов Д.В., Малышев Д.С. Сложность некоторых задач на графах с ограниченными минорами их матриц ограничений // Журнал Средневолжского математического общества. 2016. Т. 18. № 3. С. 19-31.

6). Malyshev D., Pochinka O. Description of domain structures in the Solar Corona by means multi-color graphs // Динамические системы. 2016. Vol. 6(34). No. 1. P. 3-13.

7). Grines V., Malyshev D., Pochinka O., Zinina S. Efficient algorithms for the recognition of topologically conjugate gradient-like diffeomorhisms // Regular and Chaotic Dynamics. 2016. Vol. 21. No. 2. P. 189-203.

8). Lozin V.V., Malyshev D.S., Mosca R., Zamaraev V.A. More results on weighted independent domination // Theoretical Computer Science. 2017. Vol. 700. P. 63-74.

9). Malyshev D.S. Polynomial-time approximation algorithms for the coloring problem in some cases // Journal of Combinatorial Optimization. 2017. Vol. 33. No. 3. P. 809-813.

10). Malyshev D.S. The complexity of the vertex 3-Colorability problem for some hereditary classes defined by 5-vertex forbidden induced subgraphs // Graphs and Combinatorics. 2017. Vol. 33. No. 4. P. 1009-1022.

11). Malyshev D.S., Lobanova O.O. Two complexity results for the vertex coloring problem // Discrete Applied Mathematics. 2017. Vol. 219. P. 158-166.

12). Малышев Д.С. Критические элементы в комбинаторно замкнутых семействах классов графов // Дискретный анализ и исследование операций. 2017. Т. 24. № 1. С. 81-96. [Имеется перевод: Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2017. Vol. 11. No. 1. P. 99-106.]

13). Малышев Д.С., Сироткин Д.В. Полиномиальная разрешимость задачи о независимом множестве в одном классе субкубических планарных графов // Дискретный анализ и исследование операций. 2017. Т. 24. № 3. С. 35-60. [Имеется перевод: Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2017. Vol. 24. No. 3. P. 35-60.]

Работы, принятые к опубликованию:

Круглов В.Е., Малышев Д.С., Починка О.В. Многоцветный граф как полный топологический инвариант для Ω-устойчивых потоков без периодических траекторий на поверхностях // Математический сборник. 2017. (в печати).

Работы, находящиеся на рецензировании:

Malyshev D.S. The weighted coloring problem for two graph classes characterized by small forbidden induced structures // Discrete Applied Mathematics. 2017 (under review).

Kruglov V.E., Malyshev D.S., Pochinka O.V. Topological classification of Omega-stable flows on surfaces by means of effectively distinguishable multigraphs // Discrete and Continuous Dynamical Systems. 2017 (under review).

Сироткин Д.В., Малышев Д.С. Некоторые результаты о вычислительной сложности задачи о 3-раскраске // Дискретная математика. 2017 (на рецензировании).

Талецкий Д.C., Малышев Д.С. О деревьях ограниченной степени с максимальным количеством наибольших независимых множеств // Дискретный анализ и исследование операций. 2017 (на рецензировании).

**Приоритетное направление развития науки, технологий и техники РФ, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта**

Не очевидно.

**Критическая технология РФ, которой, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта**

Не очевидно.

**Основное направление технологической модернизации экономики России, которому, по мнению исполнителей, соответствуют результаты данного проекта**

Не очевидно.

МАТЕРИАЛ, В НАУЧНО-ПОПУЛЯРНОЙ ФОРМЕ ИЛЛЮСТРИРУЮЩИЙ ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЗА 2017 г. ПРОЕКТА РФФИ № 16-31-60008-мол-а-дк

«ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕНИ РЕШЕНИЯ АКТУАЛЬНЫХ ПОДЗАДАЧ КЛАССИЧЕСКИХ ЭКТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ НА ГРАФАХ»

Изучение тех или иных классов графов уже достаточно давно составляет содержание значительной части работ по теории графов и ее приложениям.Вместе с тем, в последнее время наметился определенный интерес к исследованию не отдельных классов графов, а сразу целых семейств классов графов, обладающих некоторым общим свойством. В проекте рассматривается семейство наследственных классов, т.е. семейство замкнутых относительно удаления вершин классов графов. Известно, что любой наследственный класс задается множеством своих запрещенных порожденных подграфов.

Раскраска вершин графа – классическая NP-трудная задача на графах. Среди путей, ведущих к практическому решению NP-трудных задач, важное место занимает поиск их эффективно разрешимых сужений. Полезной также является информация о сужениях, при которых NP-трудная задача остается в категории труднорешаемых. Ряд новых результатов в этом направлении был получен в рамках выполнения настоящего проекта. В проекте исследовалась сложность задачи о хроматическом числе и о вершинной 3-раскраске для наследственных классов, определяемых малыми запрещенными подграфами. Один из результатов этапа 2017 г. проекта – полная классификация сложности задачи о вершинной 3-раскраске для наследственных классов, определяемых тройкой запрещенных порожденных фрагментов, каждый не более чем с 5 вершинами. Другой результат – полиномиальная разрешимость задачи о хроматическом числе для двух наследственных классов, задаваемых парами запрещенных порожденных структур с пятью вершинами каждая.

Задача топологической классификации динамических систем восходит к работам А.А. Андронова, Л.С. Понтрягина, Е.А. Леонтович, А.Г. Майера и М. Пейшото. А.А. Андронов и Л.С. Понтрягин в 1937 году ввели понятие грубости динамической системы и показали, что необходимые и достаточные условия грубости потока на плоскости (двумерной сфере) состоят в требовании конечности множества неблуждающих орбит, его гиперболичности и отсутствия траекторий, идущих из седла в седло. В 1960 году С. Смейл ввел класс динамических систем на многообразиях произвольной размерности, удовлетворяющих аналогичным условиям. Такие системы позднее получили название систем Морса-Смейла. Условие конечности множества неблуждающих орбит приводит к идее сведения проблемы топологической классификации таких систем к комбинаторной задаче описания взаимного расположения этих орбит в несущем многообразии. Впервые этот подход был применен Е.А. Леонтович и А.Г. Майером для классификации потоков на двумерной сфере с конечным числом особых траекторий и был развит в работах А.Н. Безденежных, Х. Бонатти, В.З. Гринеса, Е.В. Жужомы, В.С. Медведева, А.А. Ошемкова, М. Пейшото, О.В. Починки, C.Ю. Пилюгина, Я.Л. Уманского, В.В. Шарко. Один из комбинаторных подходов к классификации соответствующих динамических систем основан на применении аппарата теории графов. В рамках выполнения этапа 2017 г. проекта была построена графовая модель качественного изменения магнитосферного поля Солнца. Предложен графовый критерий эквивалентности состояний магнитосферы Солнца и разработан полиномиальный алгоритм различения данных графов.