

**Программа курса «Исследование операций»
для образовательной программы «Прикладная математика и информатика»
уровень бакалавр**

Утверждена
Академическим советом ООП
Протокол № 8.1.2.1-12/03 от «30» июня 2017 г.

Автор	Бабкина Т.С. Бацына Е.К. Калягин В.А.
Число кредитов	6
Контактная работа (час.)	104
Самостоятельная работа (час.)	124
Курс	3, прикладная математика и информатика
Формат изучения дисциплины	Full time

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Целями освоения дисциплины является знакомство с основными понятиями теории оптимизации и теории игр, развитие навыков построения оптимизационных и теоретико-игровых моделей, овладение основными алгоритмами оптимизации. В процессе освоения дисциплины студент приобретает способности описывать проблемы и ситуации профессиональной деятельности, используя язык и аппарат математических и компьютерных наук.

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать

- основные понятия и определения курса

Уметь

- строить и анализировать математические модели практических оптимизационных и теоретико-игровых задач;

Владеть

- навыками применения теоретических положений для решения практических задач.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах:

- математический анализ
- дискретная математика
- линейная алгебра
- теория вероятностей и математическая статистика

Для освоения учебной дисциплины, студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- теория графов, теория множеств
- матрицы, системы линейных уравнений

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- Алгоритмы исследования операций
- Системы поддержки принятия решений

Основные положения данного курса используются при подготовке курсовых и выпускных квалификационных работ.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Выпуклая оптимизация.

Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества. Крайние точки множества. Выпуклые функции. Критерии выпуклости и строгой выпуклости дифференцируемых и дважды дифференцируемых функций. Оптимальные точки выпуклых функций и их свойства. Принцип Лагранжа в задачах с ограничениями типа равенств и неравенств. Принцип Лагранжа в задачах выпуклого программирования. Условие Слейтера. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера в форме седловой точки. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме. Теорема Куна-Таккера в задаче выпуклого программирования с линейными ограничениями.

6 час. лек., 9 час. практ., 18 час. сам. работа.

Тема 2. Линейная оптимизация.

Каноническая форма задачи линейного программирования. Базисные и небазисные переменные. Допустимые базисные точки. Симплекс-алгоритм. Экспоненциальная сложность алгоритма. Двойственность. Основная теорема двойственности как следствие условий Куна-Таккера. Принцип дополняющей нежесткости. Анализ чувствительности структуры решения к возмущению параметров задачи. Задача оптимального плана производства. Теневые цены.

6 час. лек., 9 час. практ., 18 час. сам. работа.

Тема 3. Транспортные модели.

Сбалансированная и несбалансированная транспортная модель. Транспортная задача с промежуточными пунктами. Задача, двойственная к транспортной задаче. Алгоритм потенциалов. Задача о назначениях. Венгерский метод.

6 час. лек., 9 час. практ., 18 час. сам. работа.

Тема 4. Сетевые модели.

Основные определения. Алгоритм нахождения минимального остова. Алгоритм нахождения кратчайшего пути. Алгоритм нахождения максимального потока. Поток наименьшей стоимости. Методы сетевого анализа (CPM, PERT, COST).

6 час. лек., 9 час. практ., 18 час. сам. работа.

Тема 5. Многокритериальная оптимизация.

Модель Марковица формирования оптимального инвестиционного портфеля. Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Доминируемые и недоминируемые альтернативы. Фронт Парето и множество Парето. Методы построения множества Парето: метод идеальной точки, метод свертки, метод приоритетов, метод уступок.

6 час. лек., 9 час. практ., 18 час. сам. работа.

Тема 6. Основные понятия теории игр.

Элементы игры: множество игроков, порядок игры, дерево игры, информационные множества, множество доступных действий, исходы, выигрыши. Развернутая и нормальная форма представления игры. Стратегии игрока. Рандомизированный выбор и смешанные стратегии. Доминируемые и доминирующие стратегии. Рационализируемые стратегии. Классический пример игры: «Дилемма заключенного». Итерационное удаление строго доминируемых стратегий. Итерационное удаление стратегий, которые не могут быть наилучшим ответом. Пример игры: «Парадокс голосования».

6 час. лек., 9 час. практ., 17 час. сам. работа.

Тема 7. Равновесие в игровых моделях.

Концепция равновесия по Нэшу. Существование равновесия по Нэшу в смешанных стратегиях. Классический пример игры: «Семейный спор». Концепция равновесия Байеса-Нэша. Примеры игр, для решения которых используется равновесие Байеса-Нэша: «Семейный спор с неопределенностью», аукционы. Динамические игры и совершенные равновесия. Угрозы. Последовательная рациональность.

5 час. лек., 9 час. практ., 17 час. сам. работа.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Контроль знаний студентов включает формы текущего и итогового контроля. Текущий контроль осуществляется в течение двух модулей. По курсу предусмотрен текущий контроль знаний – домашнее задание, контрольная работа и итоговый контроль - экзамен. Каждая форма текущего контроля оценивается 10-балльной оценкой, которая выставляется в рабочую ведомость преподавателя. По результатам текущего контроля организуются индивидуальные консультации в рамках второй половины рабочего дня преподавателя. Форма итогового контроля – экзамен, состоящий из теоретической и практической частей. Каждая из частей экзамена оценивается по 10-балльной системе. При написании домашних работ студент должен продемонстрировать понимание основных понятий теории оптимизации, моделирования практических задач оптимизации, методов теоретического анализа алгоритмов оптимизации. На экзамене студент должен продемонстрировать владение терминологией, умение строить и исследовать математические модели задач, а также применять подходящие алгоритмы их решения, способность отвечать на поставленные вопросы. Итоговая оценка выводится по формуле

Оитоговая = 0.4*Оэкзамен + 0.6*Онакопленная, где

Онакопленная1 = 0.25*Одом.1 + 0.25*Одом.2 + 0.25*Одом.3 + 0.25*Одом.4

Способ округления оценок – арифметический. Блокирующие элементы не предусмотрены.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Дана задача поиска локального экстремума функции

$$f(x,y) = xy - x \text{ при условии } x + y^2 = 5.$$

Запишите функцию Лагранжа.

Сформулируйте необходимые условия локального экстремума.

Сформулируйте достаточные условия локального экстремума.

Студент А нашел, что в этой задаче точка $M_1=(4;-1)$ является локальным минимумом, а студент Б нашел, что точка $M_2=(1;4)$ является локальным максимумом. Правы ли они?

2. В задаче $2x_1+4x_2+6x_3 \rightarrow \min$

с ограничениями $2x_1+x_2+3x_3-2x_4=17$

$$3x_1+4x_2+x_3+3x_5=13, \quad x_j \geq 0$$

для точки $x^0 = (0, 2, 5, 0, 0)$ определите ее характеристики:

1) Является ли точка допустимой и почему?

2) Является ли точка базисной и почему? Если да, то каким базисным переменным она соответствует?

3. На одном из этапов симплекс - алгоритма для задачи $4x_1-2x_2+5x_3 \rightarrow \max$ в некоторой точке получена следующая симплекс-таблица значений γ и Δ

$$x_1 \quad x_2 \quad v=B^{-1}b$$

x_3	3	-2	3
x_4	0	1	4/5
x_5	1	1/2	5/4

- 1) Найдите координаты допустимой базисной точки, которой соответствует эта таблица.
- 2) Является ли эта точка оптимальной и почему?
- 3) В случае неоптимальности какую небазисную переменную следует включить в базисные для продолжения алгоритма? Почему? Какую переменную следует вывести из базисных? Почему?
4. В транспортной задаче 2 поставщика и 3 потребителя. Поставщики поставляют 20 и 50 единиц продукции. Потребители потребляют 10, 30 и 20 единиц. Матрица стоимости перевозок имеет вид

2	3	1
3	2	4

- 1) Проверьте сбалансированность. Если есть необходимость, введите фиктивного поставщика (потребителя).
- 2) Составьте начальный план перевозок. Проверьте его оптимальность.
- 3) В случае неоптимальности примените метод потенциалов и перейдите к следующему плану перевозок. Проверьте его оптимальность. Сравните значение целевой функции для этого плана и начального плана.

Примеры заданий итогового контроля

1. Постройте минимальное остовное дерево и найдите его вес.
Граф представлен списком ребер и их весов; число вершин $n=10$.
(1,2) 10; (1,3) 5; (1,4) 4; (2,5) 10; (3,4) 2; (3,5) 10; (3,6) 6; (4,6) 10; (5,6) 4; (5,7) 12; (5,8) 3; (6,8) 5; (6,9) 10; (7,8) 5; (8,9) 10; (7,10) 6; (8,10) 7; (9,10) 6
2. В процессе решения задачи целочисленного линейного программирования (на минимум) методом ветвей и границ было получено следующее дерево. Каковы ваши рекомендации по дальнейшему решению этой задачи?
3. Исследуйте существование решения игры в чистых стратегиях. При его отсутствии найдите решение в смешанных стратегиях. Для уменьшения размерности воспользуйтесь принципом доминирования.

0	3	4
5	-1	0
-1	2	5

V. РЕСУРСЫ

5.1 Основная литература

1. Исследование операций в экономике [Электронный ресурс]: учебник для академического бакалавриата / под ред. Н.Ш.Кремера; ЭБС Юрайт. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Юрайт. — 438 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-9922-8. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/viewer/3961E887-EEA2-4B82-9052-630B23FBEE8D#page/1>. - Загл. с экрана. Гриф УМО

5.2 Дополнительная литература

1. Небезин, В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике. Сборник задач и упражнений [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / В.П.Небезин, С.И.Кружилов, Ю.В.Небезин; ЭБС Znanium. - М.: Форум, НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 400 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=504735>. – Загл. с экрана. Гриф УМО ВО
2. Таха, Х.А. Введение в исследование операций / Х.А.Таха; пер. с англ. и ред. к.физ.-мат.н. А.А.Минько. - 7-е изд. - М.: Вильямс, 2005. - 912 с.

Дополнительная литература для самостоятельного изучения

1. Горелик В.А. Исследование операций и методы оптимизации, Academia, 2013.
2. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Шевкопляс Е.В. Теория игр, БХВ-Петербург, 2012.
3. Колесник Г.В. Теория игр, Либроком, 2014.
4. Колобашкина Л.В. Основы теории игр, Бином. Лаборатория знаний, 2014.

5.3 Программное обеспечение

№	Наименование	Условия доступа
1.	MathWorks MATLAB	Из внутренней сети университета

5.4 Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№	Наименование	Условия доступа
<i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i>		
1.	Электронно-библиотечная система Юрайт	URL: https://biblio-online.ru/
<i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i>		
1.	Открытое образование	URL: https://openedu.ru/

5.5 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Мультимедийное оборудование: ноутбук, экран, проектор.

6. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида, могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных технологий:

- 1.1.1. для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консуль-

тации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

1.1.2. для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации.

1.1.3. для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.