IV Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада
по математике для 5-7-х классов
7 класс

1. 10 футбольных команд сыграли в однокруговом турнире (каждая команда с каждой по разу) и набрали ровно по $n$ очков. При каком наибольшем $n$ такое могло быть? (*в футболе за победу даётся 3 очка, за поражение – 0 очков, за ничью – 1 очко)*

2. Петя купил несколько канцелярских товаров в магазине «Всё за 70 рублей», а Вася – в магазине «Всё за 73 рубля». Петя потратил меньше денег, но купил больше предметов. Какое наименьшее количество предметов могли они купить вместе?

3. Можно ли все целые числа от 1 до 100 расставить по кругу в некотором порядке таким образом, чтобы сумма любых трёх подряд стоящих чисел была простым числом?

4. Сколько существует чисел, которые можно представить в виде разности некоторого семизначного числа и суммы его цифр?

5. Все точки плоскости покрашены в два цвета. Докажите, что можно найти треугольник с вершинами одного цвета и углами 30°, 60°, 90°.

6. На медиане $BM$ прямоугольного треугольника $ABC$ с прямым углом $B$ выбрана точка $K$ такая, что $AB = AK$. Прямая $AK$ пересекает катет $BC$ в точке $L$. Оказалось, что $KL$ равно $LC$. Чему может быть равен угол $CKM$?

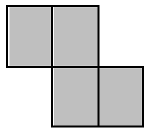
IV Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада
по математике для 5-7-х классов
6 класс

1. Докажите, что из чисел 1, 2, …, 1000 можно выбрать 100 чисел так, что сумма любых пяти выбранных чисел будет нечётным составным числом.

2. На столе лежат 10 монет, одинаковых по внешнему виду. 8 из них весят 1 г, остальные две — по 2 г. Есть обычные двухчашечные весы. Разрешается на одну чашу класть одну монету, а на другую — две монеты. Можно ли с помощью таких весов определить хотя бы одну тяжелую монету за 8 взвешиваний?

3. Вася выписывает девятизначные числа по следующему правилу: сначала пишет единицу, потом приписывает к ней с какой-то стороны двойку, затем с какой-то стороны тройку, и так продолжает до девятки включительно. Сколько различных чисел, делящихся на 6, он может получить таким способом?

4. Какое наибольшее количество z-тетрамино (см. рисунок) можно вырезать (по клеточкам) из прямоугольника 2020×2021 клеток? *Тетрамино можно поворачивать и переворачивать.*



5. За круглым столом сидит 2021 школьник. Они пронумерованы последовательно числами от 1 до 2021. У каждого из них есть тетрадный листок, на котором текст написан синим или чёрным цветом, причём каждый из сидящих видит только цвет текста у двух соседей по столу. Каждый из сидящих пишет на бумажке два числа: номер своего места и количество синих текстов, которое он видит. Можно ли по этим ответам установить, у кого каким цветом написан текст?

IV Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада
по математике для 5-7-х классов

5 класс

1. Замените в ребусе НИЖНИЙНОВГОРОД=800 буквы цифрами (одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры) и поставьте в некоторых промежутках между ними знаки арифметических действий (+, –, ×, :) так, чтобы получилось верное арифметическое равенство.

2. Незнайка написал компьютерную программу, которая показала, что не существует такое пятизначное натуральное число $n$, что у него и у числа $2n$ — одинаковые ненулевые произведения цифр. Верно ли работает программа Незнайки?

3. Сумма 100 последовательных натуральных чисел делится на наименьшее из них. Какое наибольшее значение может принимать это наименьшее число?

4. Можно ли на крайних клетках шахматной доски расставить не бьющих друг друга 14 слонов так, чтобы вдоль каждой стороны доски стояло поровну слонов?

5. На экране калькулятора горит трехзначное число. Каждую секунду к нему прибавляется его первая цифра. Верно ли, что в некоторый момент на экране будет гореть число 700000004?