Федеральное государственное автономное учреждение высшего профессионального образования

Национальный исследовательский университет

«Высшая школа экономики»

**Программа вступительного испытания по математике**

2022

Программа вступительного испытания по математике

Настоящая программа состоит из двух разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать в развернутом решении.

Система заданий с развернутым ответом основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы решения в записи развернутого ответа. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивание происходит «в плюс»: оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочеты по сравнению с

«эталонным» решением.

1. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

Вступительное испытание проводиться в форме письменного теста. Состоит из 12 заданий и оценивается из расчета 100 баллов. Время выполнения заданий – 60 минут.

Содержание вступительного испытания по математике

1. Основные понятия
   1. Алгебра
      1. Числа, корни и степени
2. Целые числа
3. Степень с натуральным показателем
4. Дроби, проценты, рациональные числа
5. Степень с целым показателем
6. Корень степени n > 1 и его свойства
7. Степень с рациональным показателем и ее свойства
8. Свойства степени с действительным показателем
   * 1. Основы тригонометрии
9. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
10. Радианная мера угла
11. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
12. Основные тригонометрические тождества
13. Формулы приведения
14. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
15. Синус и косинус двойного угла
    * 1. Логарифмы
16. Логарифм числа
17. Логарифм произведения, частного, степени
18. Десятичный и натуральный логарифмы, число е
    * 1. Преобразования выражений
19. Преобразования выражений, включающих арифметические операции
20. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
21. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
22. Преобразования тригонометрических выражений
23. Преобразование выражений, включающих операцию взятия логарифма
24. Модуль (абсолютная величина) числа
    1. Уравнения и неравенства
       1. Уравнения
25. Квадратные уравнения
26. Рациональные уравнения
27. Иррациональные уравнения
28. Тригонометрические уравнения
29. Показательные уравнения
30. Логарифмические уравнения
31. Равносильность уравнений, систем уравнений
32. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
33. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
34. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
35. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
36. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений
    * 1. Неравенства
37. Квадратные неравенства
38. Рациональные неравенства
39. Показательные неравенства
40. Логарифмические неравенства
41. Системы линейных неравенств
42. Системы неравенств с одной переменной
43. Равносильность неравенств, систем неравенств
44. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
45. Метод интервалов
46. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем
    1. Функции
       1. Определение и график функции
47. Функция, область определения функции
48. Множество значений функции
49. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
50. Обратная функция. График обратной функции
51. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрии относительно осей координат
    * 1. Элементарное исследование функций
52. Монотонность функции. Промежутки возрастания убывания
53. Четность и нечетность функции
54. Периодичность функции
55. Ограниченность функции
56. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
57. Наибольшее и наименьшее значения функции
    * 1. Основные элементарные функции
58. Линейная функция, ее график
59. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график
60. Квадратичная функция, ее график
61. Степенная функция с натуральным показателем, ее график
62. Тригонометрические функции, их графики
63. Показательная функция, ее график
64. Логарифмическая функция, ее график
    1. Начала математического анализа
       1. Производная
65. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
66. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
67. Уравнение касательной к графику функции
68. Производные суммы, разности, произведения, частного
69. Производные основных элементарных функций
70. Вторая производная и ее физический смысл
    * 1. Исследование функций
71. Применение производной к исследованию функций построению графиков
72. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах
    * 1. Первообразная и интеграл
73. Первообразные элементарных функций
74. Примеры применения интеграла в физике и геометрии
    1. Геометрия
       1. Планиметрия
75. Треугольник
76. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
77. Трапеция
78. Окружность и круг
79. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность описанная около треугольника
80. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
81. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.
    * 1. Прямые и плоскости в пространстве
82. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
83. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
84. Параллельность плоскостей, признаки и свойства
85. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах
86. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
87. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур
    * 1. Многогранники
88. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
89. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
90. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
91. Сечения куба, призмы, пирамиды
92. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)
    * 1. Тела и поверхности вращения
93. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
94. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
95. Шар и сфера, их сечения
    * 1. Измерение геометрических величин
96. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
97. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями
98. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
99. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями
100. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
101. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
102. Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара
     * 1. Координаты и векторы
103. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве
104. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы
105. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число
106. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
107. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам
108. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами
     1. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей
        1. Элементы комбинаторики
109. Поочередный и одновременный выбор
110. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона
     * 1. Элементы статистики
111. Табличное и графическое представление данных
112. Числовые характеристики рядов данных
     * 1. Элементы теории вероятностей
113. Вероятности событий
114. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

II. Требования к поступающему

*На экзамене по математике поступающий должен уметь:*

1. Уметь выполнять вычисления и преобразования:

А) выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма; Б) вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; вычислять выражение приближенно;

В) проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

1. Уметь решать уравнения и неравенства:

А) решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;

Б) решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;

В) решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

1. Уметь выполнять действия с функциями:

А) определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций;

Б) вычислять производные и первообразные элементарных функций;

В) исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

1. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами:

А) решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);

Б) решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

В) определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

1. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели:

А) моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;

Б) моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

В) проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения;

Г) моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий;

1. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

А) анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

Б) описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;

В) решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

**Рекомендуемая литература**

* 1. Любые учебники по математике для учащихся 10-11-х классов.

**Учебные пособия:**

* 1. Иванов А.А., Иванов А.П. Математика. Пособие для систематизации знаний и подготовки к ЕГЭ: Учебное пособие, изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Физматкнига, 2015.

В пособии рассматриваются вопросы школьной программы по математике, глубокое понимание которых особенно важно при изучении высшей математики в вузе, а также вопросы элементарной математики, не нашедшие достаточно полного отражения в школьном курсе. Представлено большое количество практических заданий, взятых из различных источников, а также авторских заданий; предпочтение отдается задачам, при решении которых используются сведения из различных разделов элементарной математики.

* 1. Иванов А.П. Тесты и контрольные работы по математике. Учебное пособие, 5-е изд. перераб. И доп. М.: Физматкнига, 2008.

В пособии приводятся дидактические материалы в виде тематических и итоговых экзаменационных тестов и контрольных работ для систематизации знаний школьников и абитуриентов по математике, сдающих ЕГЭ или вступительный экзамен как в письменной форме, так и путем тестирования. Пособие предназначено слушателям подготовительных курсов, а также старшеклассникам, которые самостоятельно готовятся к поступлению в вуз или сдаче ЕГЭ.

* 1. Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 1. М.: Физматкнига, 2015.

Цель издания книги — помочь школьникам в систематизации знаний по математике. Приведены тесты пяти уровней сложности по темам: преобразования алгебраических выражений, простейшие функции, простые уравнения, простые неравенства. Предназначены учащимся общеобразовательных учреждений для самотестирования при подготовке к выпускным экзаменам, централизованному и региональному тестированию, а также к единому государственному экзамену и вступительным экзаменам в вузы; студентам математических специальностей и школьным учителям для проверки знаний учащихся по указанным темам.

* 1. Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 2. М.: Физматкнига, 2015.

Цель издания книги — помочь школьникам в систематизации знаний по математике. Приведены тесты пяти уровней сложности по темам: логарифмическая и показательная функции, тригонометрия, последовательности, геометрия, производная и ее приложения. Предназначены учащимся общеобразовательных учреждений для самотестирования при подготовке к выпускным экзаменам, централизованному и региональному тестированию, а также к единому государственному экзамену и вступительным экзаменам в вузы; студентам математических специальностей и школьным учителям для проверки знаний учащихся по указанным темам.