порожденная алгеброй $\mathfrak{g}$ и H — ее подгруппа порожденная подалгеброй $\mathfrak{h}$. Если $\mathfrak{h}\bigcap(\mathfrak{z}+[\mathfrak{g},\mathfrak{g}])=\mathfrak{h}\bigcap[\mathfrak{g},\mathfrak{g}]$, то H замкнута в G. Если для любой полупростой подалгебы $\mathfrak{p}\subset\mathfrak{g}$ такой, что $\mathfrak{p}+\mathfrak{r}=\mathfrak{g}$, где $\mathfrak{r}$ — радикал $\mathfrak{g}$, имеет место $(\mathfrak{p}+\mathfrak{z})\cap\mathfrak{h}=\mathfrak{p}\cap\mathfrak{h}$, то H замкнута в G.

Многие из перчисленных результатов подробно изложены в [1], [2], [3]

Список литературы

[1] Popov V. On the Extendebility of Locally Defined Isometries of a Pseudo-Riemannian Manifolds // J. Math. Sciences. 2016. V. 217. P. 621–627.

[2] Popov V. On the Extendebility of Locally Defined Isometries of a Pseudo-Riemannian Manifolds // Lobach. J. Math. 2017. V. 16 P. 168–190.

[3] Popov V. Analytic Extension of Riemannian Analytic Manifolds and local isometries // Mathematics. 2020. V. 8. P. 724–729.

О ВЗАИМНЫХ РАСПОЛОЖЕНИЯХ ДВУХ M-КРИВЫХ СТЕПЕНИ 4

Н. Д. Пучкова

(НИУ Высшая школа экономики, Нижний Новгород, Россия)

E-mail address: nataha1910@mail.ru

Через C_k будем обозначать вещественную проективную алгебраическую кривую степени k, т. е. однородный многочлен степени k с вещественнми коэффициентами от трёх переменных, а через $\mathbb{R}C_k$ — множество вещественных точек кривой, т. е. множество точек вещественной проективной плоскости, в которых многочлен C_k обращается в нуль.

Пусть многочлен C_8 распадается в произведение двух многочленов степени 4: $C_8 = C_4 \cdot \widetilde{C_4}$, т. е. $\mathbb{R}C_8 = \mathbb{R}C_4 \cup \mathbb{R}\widetilde{C_4}$. Данная работа посвящена топологической классификации троек $(\mathbb{R}P^2, \mathbb{R}C_8, \mathbb{R}C_4)$ при условиях, что C_4 и $\widetilde{C_4}$ являются M-кривыми и один овал кривой C_4 пересекается с одним овалом кривой $\widetilde{C_4}$ в 16 попарно различных точках. Эта задача примыкает к 16-й проблеме Гильберта [1] и интенсивно изучалась для кривых меньших степеней (см. библиографию к работе [2]). Наша задача — выяснить, какие топологические модели кривых, удовлетворяющие наложенным условиям, могут быть реализованы алгебраическими кривыми степени 8.

Ввиду очень большого числа подлежащих исследованию топологических моделей, ограничимся рассмотрением расположений, которых мы назвали «змея, обвивающаяся вокруг овала», где «змея» — это граница малой окрестности дуги без самопересечений, пересекающей овал в восьми попарно различных точках.

Классификация троек вида $(\mathbb{R}P^2, \mathbb{R}C_8, \mathbb{R}C_4)$ разбивается на три этапа:
1. Перечисление топологических моделей, удовлетворяющих наложенным условиям на топологию распадающихся кривых.
2. Запреты допустимых в силу п. 1 моделей.
3. Реализация незапрещённых моделей алгебраическими кривыми рассматриваемого вида.

Запреты доказываются с помощью теоремы Безу и метода Оревкова [3], основанного на теории кос и зацеплений. Построения осуществлены методом малого параметра.

Наложенным условиям удовлетворяют более 2000 моделей, из них 10 реализованы кривыми степени 8 (например, рис. 2) и для 1730 доказано, что это невозможно (например, рис. 3).

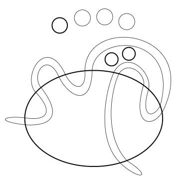

Рис. 2:

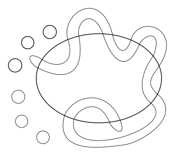

Рис. 3:

Список литературы

[1] Проблемы Гильберта / Под редакцией П.С. Александрова. М.: Наука, 1969.

[2] Борисов И.М., Полотовский Г.М. О топологии плоских вещественных распадающихся кривых степени 8 // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. мат. и ее прил. Темат. обз. 2020. Т. 176. С. 3–18.

[3] Orevkov S.Yu. Link theory and oval arrangements of real algebraic curves // Topology. 1999. V. 38, No. 4. P. 779—810.