Новые функции Чернова на основе оператора сдвига

Александр Веденин

Введение

Известно, что на основе функции Чернова мы можем строить аппроксимации к решению параболического дифференциального уравнения в частных производных. Такие приближения называются черновскими аппроксимациями. На их основе, согласно работе И. Д. Ремизова можно построить аппроксимации к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка с переменными коэффициентами.

Операторы, применяемые в построении функци Чернова

1. Оператор на основе несобственного интеграла Римана по вещественной прямой. Его преимущество заключается в том, что количество слагаемых определенного вида не возрастает. Однако, композиционная степень этого интеграла требует для вычисления многомерного несобственного интеграла Римана, который вычислить достаточно трудно.
2. Оператор на основе сдвига. Его серьезным недостатком является возрастание количества слагаемых определенного вида, соответственно, с усилением требуемой точности нам труднее вычислять соответствующие приближения. Однако, вычислять эти слагаемые проще, чем многомерный несобственный интеграл Римана.
3. Оператор на основе комбинации сдвига и собственного интеграла Римана по отрезку вещественной прямой. Использование этого оператора частично объединяет преимущества и недостатки первых двух, однако требует более сложного построения алгоритма вычислений.

Функция Чернова на основе оператора сдвига и её новые модификации

Рассмотрим функцию Чернова

$$(S(t)f)(x) = \frac{1}{4}f(x + (2a(x)t)^{(1/2)}) + \frac{1}{4}f(x - (2a(x)t)^{(1/2)}) +$$

$$\frac{1}{2}f(x + 2b(x)t) + f(x)c(x)t$$

В этой функции Чернова 8 раз используется переменная x, соответственно, с каждой итерацией количество слагаемых будет увеличиваться приблизительно в 8 раз.

Функция Чернова на основе оператора сдвига и её новые модификации

Мы можем рассмотреть две других функции Чернова.

$$(S_2(t)f)(x) = \Big(1 + c(x)t\Big)\bigg(\frac{1}{4}f(x + (2a(x)t)^{(1/2)})+$$

$$\frac{1}{4}f(x - (2a(x)t)^{(1/2)}) + \frac{1}{2}f(x + 2b(x)t)\bigg)$$

Здесь аргумент x встречается 7 раз.

Функция Чернова на основе оператора сдвига и её новые модификации

$$(S_3(t)f)(x) = \Big(1 + c(x)t\Big)\left(\frac{1}{2}f(x + (2a(x)t)^{(1/2)} + 2b(x)t) + \right.$$

$$\left.\frac{1}{2}f(x - (2a(x)t)^{(1/2)})\right)$$

Здесь аргумент x встречается 6 раз. Таким образом, гипотетически эти функции Чернова дают преимущества в скорости построения итераций программой.