

National Research University Higher School of Economics
Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Science
International Mathematical Center «Sirius»

International Conference

Approximations, Graphs, Networks and Data Mining

Sochi, 7–11 October 2024

Program and Abstracts

Sochi, 2024

Organizers:

Alexander Aptekarev

Panos Pardalos

Valery Kalyagin

Vladimir Lysov

Proceedings of the International Conference «Approximations, Graphs, Networks and Data Mining», Sochi, 2024.

<https://nnov.hse.ru/en/latna/conferences/daa2024>

The conference is organized by Laboratory of Algorithms and Technologies for Network Analysis of National Research University Higher School of Economics, Department of Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics at Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, International Mathematical Center «Sirius».

National Research University Higher School of Economics, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, International Mathematical Center «Sirius», 2024.

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН
Международный математический центр «Сириус»

Международная конференция

Аппроксимации, графы, сети и интеллектуальный
анализ данных

Сочи, 7–11 октября 2024 г.

Программа и аннотации докладов

Сочи, 2024

Организаторы:

член-корр. РАН, профессор А. И. Аптекарев

PhD, профессор П. М. Пардалос

д. ф.-м. н., профессор В. А. Калягин

к. ф.-м. н. В. Г. Лысов

Сборник трудов международной конференции «Аппроксимации, графы, сети и интеллектуальный анализ данных», Сочи, 2024.

<https://nnov.hse.ru/en/latna/conferences/daa2024>

Конференция организована Лабораторией алгоритмов и технологий анализа сетевых структур Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», Отделением Московского центра фундаментальной и прикладной математики в Институте прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН и Международным математическим центром «Сириус».

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН, Международный математический центр «Сириус», 2024.

Participants:

- Grant Antonyan, *Moscow State University*
- Alexander Aptekarev, *Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow*
- Brian Bernhardt, *University of Cassino and Southern Lazio, Italy*
- Kamil Biglov, *Moscow Institute of Physics and Technology*
- Alexander Dyachenko, *Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow*
- Konstantin Fedorovskiy, *Moscow State University & Saint Petersburg State University*
- Alexander Gasnikov, *Innopolis University, Kazan & Moscow Institute of Physics and Technology*
- Dmitry Griбанov, *Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny; National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Mario Rosario Guarracino, *University of Cassino and Southern Lazio, Italy*
- Kirill Kaimakov, *National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Valery Kalyagin, *National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Petr Koldanov, *National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Ilya Kostylev, *National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Olga Kudryavtseva, *Volgograd State Technical University*
- Nikita Kuzmin, *National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Vyacheslav Kuzovatov, *Siberian Federal University, Krasnoyarsk*
- Kirill Lensky, *Moscow Institute of Physics and Technology*
- Vladimir Lysov, *Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow*
- Mark Malamud, *Peoples' Friendship University of Russia, Moscow*
- Dmitry Malyshev, *National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod; Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny*
- Yulia Martynova, *New Resources LLC, Moscow*
- Alexander Mednykh, *Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk*
- Ilya Mednykh, *Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk*
- Dmitry Mokeev, *Lobachevskii State University, Nizhny Novgorod*
- Semen Nasyrov, *Kazan Federal University*

- Gleb Neshchetkin, *National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Panos Pardalos, *University of Florida, USA & National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Alexander Ponomarenko, *National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Andrei Savchenko, *National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Anna Semenova, *National Research University Higher School of Economics, Moscow*
- Alexey Solodov, *Moscow State University*
- Daniil Tkachev, *National Research University Higher School of Economics, Moscow*
- Anna Tsvetkova, *Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics, Moscow*
- Liubov Tupikova, *Bell Labs, Paris & ITMO University, Saint Petersburg*
- Igor Zhiltsov, *Moscow Institute of Physics and Technology*

Conference co-chairs:

- Alexander Aptekarev, *Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow*
- Panos Pardalos, *University of Florida, USA & Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*

Organizing Committee:

- Alexander Dyachenko, *Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow*
- Valery Kalyagin, *Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Ilya Kostylev, *Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Nikita Kuzmin, *Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Vladimir Lysov, *Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow*
- Timur Medvedev, *Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Gleb Neschetkin, *Higher School of Economics, Nizhny Novgorod*
- Marina Primak, *Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow*

CONFERENCE PROGRAM

MONDAY 07 OCTOBER

09⁵⁰

OPENING CEREMONY at Conference hall “Sochi”

Chairman: Valery Kalyagin

10⁰⁰ — 10⁴⁰ Alexander Aptekarev (Keldysh Institute of Applied Mathematics) *Асимптотики решений q -разностных уравнений и гиперболические объемы: гипотезы и их численные проверки*

10⁵⁰ — 11³⁰ Panos Pardalos (University of Florida). *Networks (and Data Science) in Brain Research*

COFFEE BREAK

Chairman: Panos Pardalos

12⁰⁰ — 12⁴⁰ Dmitriy Malyshev (HSE University, Nizhny Novgorod; Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny). *Efficient sensitivity analysis for the sparse bottleneck path problem*

12⁴⁵ — 13¹⁵ Dmitriy Mokeev (Lobachevskii State University). *Path packings of cographs of the special type*

LUNCH

Chairman: Alexander Aptekarev

14³⁰ — 15¹⁰ Alexander Gasnikov (Innopolis University). *Распределенная оптимизация в условиях схожести слагаемых*

15¹⁵ — 15⁴⁵ Ilya Kostylev (HSE University, Nizhny Novgorod). *Robustness of graphical lasso optimization algorithm for graphical model selection problem*

Chairman: Valery Kalyagin

15⁵⁵ — 16²⁵ Anna Semenova (HSE University). *Network Analysis of International Conflicts*

16³⁰ — 17⁰⁰ Daniil Tkachev (HSE University). *New centrality indices in network analysis*

19⁰⁰

WELCOME BUFFET

TUESDAY 08 OCTOBER

Chairman: Alexander Aptekarev

10⁰⁰ — 10⁴⁰ Alexander Mednykh (Sobolev Institute of Mathematics). *Базисы в пространствах дискретных аналитических функций*

10⁵⁰ — 11³⁰ Dmitry Griбанov (Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny; HSE University, Nizhny Novgorod). *Error Analysis of the Generalized Discrete Fourier Transform*

COFFEE BREAK

Chairman: Dmitriy Malyshev

12⁰⁰ — 12⁴⁰ Liubov Tupikina (Bell Labs, Paris). *Dissecting embedding methods: learning higher-order structures from data*

12⁴⁵ — 13¹⁵ Kirill Kaymakov, Dmitry Malyshev (HSE University, Nizhny Novgorod; Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny). *Efficient algorithm for the minimum spanning tree problem on spaced points with the Manhattan norm*

LUNCH

Chairman: Dmitry Griбанov

14³⁰ — 15¹⁰ Anna Tsvetkova (Ishlinsky institute for problems in mechanics). *Semiclassical approximation for Jacobi polynomials, defined by a difference equation, and the Bessel function*

15¹⁵ — 15⁴⁵ Илья Mednykh (Sobolev Institute of Mathematics). *Структура характеристического полинома Лапласа для циркулянтных расслоений графов*

Chairman: Alexander Mednykh

15⁵⁵ — 16³⁵ Semen Nasyrov (Kazan Federal University). *Конформные отображения односвязных и двусвязных многоугольных областей*

16⁴⁰ — 17¹⁰ Vladimir Lysov (Keldysh Institute of Applied Mathematics) *Формула Кристоффеля-Дарбу на целочисленных решетках*

WEDNESDAY 09 OCTOBER

09³⁰

BUS from Omega Sirius

TRIP TO KRASNAYA POLYANA!

THURSDAY 10 OCTOBER

Chairman: Semen Nasyrov

10⁰⁰ — 10⁴⁰ Mark Malamud (Peoples' Friendship University of Russia). *Relations Between Spectral Properties of a Quantum Graph and the Underlying Metric Graph*

10⁵⁰ — 11³⁰ Olga Kudryavtseva (Volgograd State Technical University) and Alexey Solodov (Moscow State University). *Обобщение теоремы Жюлиа-Каратеодори в случае нескольких граничных неподвижных точек*

COFFEE BREAK

Chairman: Mark Malamud

12⁰⁰ — 12⁴⁰ Konstantin Fedorovskiy (Moscow State University). *Множества Каратеодори: классические и новые результаты*

12⁴⁵ — 13¹⁵ Kamil Biglov (Moscow Institute of Physics and Technology). *Липшицева дифференцируемость опорной функции множества, ближайшие и самые дальние точки множества*

LUNCH

Chairman: Alexander Ponomarenko

14³⁰ — 15¹⁰ Petr Koldanov (HSE University, Nizhny Novgorod). *Comparative analysis of conclusions uncertainty on connections between stocks of stock markets*

15¹⁵ — 15⁴⁵ Alexey Grigoriev (Saratov State University). *Assessing Local Degree Asymmetry in Complex Networks Using Friendship Index*

15⁵⁰ — 16²⁰ Yulia Martynova (New Resources LLC, Moscow). *Приложения обратных спектральных задач на квантовых графах типа «дерево»*

FRIDAY 11 OCTOBER

Chairman: Panos Pardalos

10⁰⁰ — 10⁴⁰ Andrei Savchenko (HSE University, Nizhny Novgorod). *Fast Evolution Search of Device-Specific Facial Descriptor in a SuperNet*

10⁵⁰ — 11³⁰ Alexander Ponomarenko (HSE University, Nizhny Novgorod). *Algorithms for Merging Delone Graph Approximations*

COFFEE BREAK

Chairman: Valery Kalyagin

12⁰⁰ — 12⁴⁰ Mario Rosario Guarracino (University of Cassino). *Whole Graph Embedding: A Survey of Techniques for Classification*

12⁴⁵ — 13¹⁵ Brian Daniel Bernhardt (University of Cassino). *Leveraging AI for Strategic Insights into Italian Company Growth: A Financial and Economic Analysis*

13¹⁵ — 13⁴⁵ Gleb Neshchetkin (HSE University, Nizhny Novgorod). *Analysis of Task Interconnections Using Multi-Task Learning for Five NLP Classification Tasks*

13⁴⁵

CLOSING CEREMONY

LUNCH

Abstracts of the talks

Асимптотики решений q -разностных уравнений и гиперболические объемы: гипотезы и их численные проверки

А. И. Аптекарев

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

Доклад будет посвящен аналитическим аспектам знаменитой гипотезы Кашаева, связывающей гиперболический объём дополнения узла в трехмерной сфере с комбинаторными характеристиками узла, которые, могут быть представлены в виде ВКБ асимптотик решений q -разностных уравнений. В свою очередь, связь (замеченная, но еще не доказанная) этих асимптотик с параметризациями представлений фундаментальных групп узлов (с так называемыми A -многочленами) позволяет сводить задачу проверки различных гипотез к анализу поведения ветвей алгебраических функций.

Мы будем следовать нашей недавней работе: А. И. Аптекарев, “Гиперболический объём 3-d многообразий, A -многочлены, численные проверки гипотез”, [Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2023, 52, 36 с.](#)

Leveraging AI for Strategic Insights into Italian Company Growth: A Financial and Economic Analysis

Brian Daniel Bernhardt, Chiara Marciano and Mario Rosario Guarracino

University of Cassino and Southern Lazio, Italy

Companies inherently engage with the external environment through interactions with various stakeholders, who can significantly influence their success. Both exogenous (company specific) and endogenous (macroeconomic and sector-related) factors contribute to this success. Given the dynamic nature of markets, where influencing factors evolve over time and across geographical contexts, it is imperative to utilize analytical tools that allow companies to anticipate and understand these variables. This enables targeted interventions in strategic, high-value areas.

This study focuses on identifying the key features that drive the growth rate of rapidly developing Italian companies. By employing XGBoost, a powerful machine learning algorithm known for its capability in structured data analysis and feature importance evaluation, we aim to uncover critical financial variables that significantly impact growth. Our approach seeks to deepen the understanding of growth drivers within the Italian business landscape and to showcase the practical application of advanced AI techniques in financial analysis and decision-making. Using a dataset of Italian companies, enriched with contextual data (e.g., infrastructural indices, demographic data), we will construct networks to identify the key

features and their impact on company performance. The ultimate goal is to discern similarities and differences between companies with low and high Compound Annual Growth Rates, thereby gaining insights into sector dynamics and the influence of territorial characteristics on economic and financial outcomes.

Липшицева дифференцируемость опорной функции множества, ближайшие и самые дальние точки множеств

К. З. Биглов

Московский физико-технический институт

Рассматривается опорное условие для выпуклых компактов в \mathbb{R}^n . Данное условие тесно связано с локальной липшицевой дифференцируемостью опорной функции. С его помощью доказывается локальная липшицевость для опорного элемента, а также ближайших и самых дальних точек выпуклого компакта. Приведены некоторые модельные примеры и вычисления.

Множества Каратеодори: классические и новые результаты

К. Ю. Федоровский

Московский государственный университет
Санкт-Петербургский государственный университет

В докладе, основанном на недавней совместной работе автора и Д. Кармоны (Memoirs of the EMS, 2024, vol. 14), планируется представить классические и новые результаты о свойствах множеств (областей и компактов) Каратеодори в комплексной плоскости. Этот класс множеств естественно возникает в различных задачах теории приближений аналитическими функциями, в связи с вопросами граничного поведения конформных отображений, и в ряде других актуальных задач современного анализа.

Распределенная оптимизация в условиях схожести слагаемых

А. В. Гасников

Университет Иннополис, Московский физико-технический институт

В докладе будет дан обзор результатов, мотивированных решением больших задач обучения распределенными алгоритмами, в которых данные хранятся на разных устройствах, но имеют одинаковую вероятностную природу, что типично для подавляющего числа задач обучения. Последнее обстоятельство (в виду закона больших чисел и центральной предельной теоремы) позволяет намного эффективнее решать такие задачи с точки зрения количества коммуникаций. Объясняется это тем, что в центральном узле хранится функция (посчитанная на основе имеющихся в этом узле данных) похожая на те функции что хранятся в других узлах и на общую функцию (получающуюся как среднее арифметическое того, что хранится в узлах).

Assessing Local Degree Asymmetry in Complex Networks Using Friendship Index

Alexey Grigoriev

Saratov State University

We examine the behavior of a node's nearest neighbors in terms of their average friendship index, a measure that can reveal degree asymmetry in networks. This can be used to quantify the "the friendship paradox" in social networks. Our analysis focuses on both real and synthetic large, undirected scale-free graphs, where we identify limitations in the traditional friendship index. To address these limitations, we propose a new measure, the average friendship rank, which provides a more reliable way to characterize the behavior of nearest neighbors in networks.

Error Analysis of the Generalized Discrete Fourier

Dmitry Griбанov

HSE University, Moscow Institute of Physics and Technology

The discrete Fourier transform for sequences or vectors is a powerful and well-studied tool for numerous algorithmic applications. The same can be said about the generalized discrete Fourier transform (hereafter denoted as DPF), which acts on elements of the group algebra $C[G]$, where G is an arbitrary finite group. Assuming that G is an Abelian group of order n , it is known that the DPF can be calculated using $O(n \log n)$ operations in C . However, since the exact complex arithmetic is impossible within classical computational models, such algorithms also require careful analysis of computational error. This work proposes a variant of such an analysis and its applications in the area of integer linear programming. As an example, consider the following proposition: the DPF over an element of $GF2[G]$ and the convolution of two elements of $GF2[G]$ can be calculated using $O(n \log n)$ operations with rational numbers of length $O(\log n)$. The latter allows one to obtain faster algorithms for integer programming problems of bounded co-dimension.

Whole Graph Embedding: A Survey of Techniques for Classification

Mario R. Guarracino

The University of Cassino and Southern Lazio, Italy

Networks provide robust models for a wide range of applications, from the social sciences to the life sciences, by capturing interactions and dependencies among variables or observations. These models can be extended to ensembles of networks, offering a simple yet powerful framework for representing complex phenomena. Whole graph embedding focuses on mapping ensembles of graphs into a vector space while preserving their structural properties. In recent years, various embedding techniques have emerged, utilizing graph kernels, matrix factorization, and deep learning architectures to learn low-dimensional graph representations. These embeddings

enable tasks such as feature extraction, graph clustering, and the development of classification models. This seminar offers a comprehensive survey of embedding techniques that embed entire graphs for classification purposes. We will explore and compare multiple methods, evaluating their performance on both synthetic and real-world undirected network datasets across different learning tasks. Participants will gain valuable insights into the strengths and limitations of each approach, equipping them with a solid foundation for selecting and applying the most suitable embedding techniques in their research and applications.

Efficient algorithm for the minimum spanning tree problem on spaced points with the Manhattan norm

Kirill Kaymakov, Dmitry Malyshev

National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod,
Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny

In this talk, we consider the minimum spanning tree problem (MSTP) to find a tree on all given points with the minimum sum of its edges, where the distance between points is the Manhattan norm. We present an algorithm with the complexity $O(n \log^{d-1} n)$ to solve this MSTP, where d is the space dimension. It improves for $d \geq 5$ the best previously known complexity ($n \log^d n \log \log n$) by Gabow, Bentley, and Tarjan.

Comparative analysis of conclusions uncertainty on connections between stocks of stock markets

Petr Koldanov, Alexander Koldanov, Dmitry Semenov

National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod

The problem of analyzing the relationships between stock market returns is considered. The correlation is measured both by the traditional Pearson correlation coefficient and the rank-based Kendall correlation coefficient. Various measures of uncertainty in drawing conclusions about the relationships in stock markets are proposed, based on the method of separating conclusions into significant and admissible. A comparison of the uncertainty in drawing conclusions about relationships in stock markets in US, Russia and France is conducted. It is shown that these markets differ insignificantly in terms of the share of uncertain conclusions, regardless of the correlation coefficient used. However, in terms of the ratio of admissible to significant conclusions about relationships, the stock market in Russia is significantly more uncertain for some thresholds.

Robustness of graphical lasso optimization algorithm for graphical model selection problem

Ilya Kostylev

National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod

Graphical model selection problem consists of recovering a hidden conditional dependence structure of from a sample of observations from a random vector. One of the common approaches for this problem is related with the convex optimization of a log-likelihood function with additional L1 regularization term. Popular algorithm that utilizes such approach is called graphical lasso algorithm. Various properties of this algorithm are studied in literature. The topic of our interest is robustness of graphical lasso algorithm to the change of distribution. We show that classical version of graphical lasso is not robust. To tackle this problem, we suggest simple modifications of the algorithm which are more robust in the large class of distributions. Then, we compare that modification with another modification that is based on Distributionally Robust Optimization (DRO) problem called Robust Selection.

Обобщение теоремы Жюлиа–Каратеодори в случае нескольких граничных неподвижных точек

О. С. Кудрявцева

Волгоградский государственный технический университет

А.П. Солодов

Московский государственный университет

Изучаются свойства голоморфных отображений единичного круга в себя в терминах неподвижных точек и угловых производных. В 1982 г. Кавен и Поммеренке установили интересное обобщение классической теоремы Жюлиа–Каратеодори, позволившее им вывести оценку первого коэффициента на классе функций, сохраняющих начало координат и произвольный конечный набор граничных точек. Мы представим новое обобщение теоремы Жюлиа–Каратеодори, которое содержит результат Кавена–Поммеренке в качестве частного случая и позволяет решать разнообразные экстремальные задачи на классах функций с неподвижными точками.

Формула Кристоффеля–Дарбу на целочисленных решетках

В. Г. Лысов

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

Хорошо известна формула Кристоффеля–Дарбу для воспроизводящего ядра из ортогональных многочленов. В частности, она применяется при доказательстве универсальности распределения собственных значений унитарных матричных ансамблей. Другие задачи теории случайных матриц приводят к различным обобщениям ортогональных многочленов. Изучаются биортогональные многочлены Коши, многочлены совместной ортогональности Эрмита–Паде, многочлены многоуровневых интерполяций. В определении

многочленов последних двух типов помимо степени участвует мультииндекс на целочисленной решетке.

Мы докажем вариант формулы Кристоффеля–Дарбу для многочленов Эрмита–Паде и многоуровневых интерполяций, в которой суммирование осуществляется по произвольному пути на целочисленной решетке. Покажем, что классическая формула для ортогональных многочленов и известная формула для биортогональных многочленов являются ее простыми следствиями.

Relations Between Spectral Properties of a Quantum Graph and the Underlying Metric Graph

Mark Malamud

Peoples' Friendship University of Russia and Saint Petersburg State University

We will discuss a close connection between spectral properties of a quantum graph with Kirchhoff or, more generally, δ -type couplings at vertices and the corresponding properties of a certain weighted discrete Laplacian on the underlying discrete graph.

In particular, we discuss several self-adjointness results including a Gaffney type theorem. We also discuss the problem of lower semiboundedness, certain spectral estimates (bounds for the bottom of spectra and essential spectra of quantum graphs, CLR-type estimates etc.). Spectral types of quantum graphs will be discussed too.

Efficient sensitivity analysis for the sparse bottleneck path problem

Dmitriy Malyshev, Kirill Kaymakov

National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod,
Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny

In this talk, we consider the sensitivity analysis problem for the bottleneck path problem, which, for a given edge-capacitated graph and its vertices s and t , is to find an st -path, whose the minimum edge capacity achieves the maximum value. Sensitivity analysis is the field of finding limit cost changes, for which an optimal solution remains optimal. More specifically, upper tolerances measure the supremum increase in the cost of an element, such that a current solution remains optimal, and lower tolerances measure the corresponding supremum decrease. We present an algorithm with the complexity $O(m\alpha(m, n))$ to compute all the tolerances, where $\alpha(\cdot, \cdot)$ is the inverse Ackermann function. For sparse graphs, it improves the best previously known complexity $O(m + n \log n)$ by Ramaswamy, Orlin, and Chakravarty.

Приложения обратных спектральных задач на квантовых графах типа «дерево»

Юлия Мартынова

ООО «Новые ресурсы», Москва

Одним из основных примеров квантового графа типа «дерево» является электрическая сеть, состоящая из проводов (ребер), соединенных в трансформаторных подстанциях (вершинах). Дифференциальные уравнения описывают электрические колебания в проводах длиной l_k с распределенной емкостью C_k и индуктивностью L_k .

Вершины степени один пронумеруем от 1 до N . Предположим, что один из концов e_k провода заземлен через сосредоточенные индукцию \tilde{L}_k и емкость \tilde{C}_k , соединенные последовательно, причем ток по ним течет в направлении, обратном направлению возрастания U_k . В каждой из $M = P + 1 - N$ внутренней вершине задаются два условия склейки. Условие непрерывности потенциала состоит в том, что если одна и та же вершина v инцидентна нескольким ребрам $e_j \in E_v$, то значения компонент функции U_j на этих ребрах в концах, соответствующих вершине v , совпадают. Условие Кирхгофа или баланса токов состоит в том, что сумма нормальных производных компонент функции U_k во внутренней вершине v равна нулю.

Вторым примером рассмотрим систему из однородных стержней в виде произвольного графа типа «дерево». На каждом из P ребер задается уравнение теплопроводности в стержне длиной l_j в случае отсутствия внешних тепловых источников с коэффициентом теплопроводности k_j , удельной теплоемкостью c_j , плотностью материала ρ_j . На свободных концах стержней $x_j = l_j$, $j = 1, \dots, N$ помещены сосредоточенные теплоемкости \tilde{c}_j и происходит теплообмен с соответствующим коэффициентом h_j с внешней средой нулевой температуры. В каждой из $M = P + 1 - N$ внутренних вершин задаются условия непрерывности температуры и теплового баланса.

Для обоих примеров получены краевые задачи на собственные значения, которые совпадают, и эквивалентны операторному уравнению $K_1(p_{11}, \dots, p_{N1}) = \lambda K_2(p_{12}, \dots, p_{N2})$. Доказана монотонная зависимость собственных значений λ краевой задачи от параметров граничных условий $\vec{p} = (p_{11}, \dots, p_{N1}, p_{12}, \dots, p_{N2})$. Обратная спектральная задача для краевой задачи состоит в нахождении значений вектора \vec{p} коэффициентов граничных условий, при которых наперед заданные числа $\lambda_1, \dots, \lambda_{2N}$ являются собственными значениями краевой задачи. Она сведена к многопараметрической обратной спектральной задаче для конечномерного оператора, заданного в конечномерном действительном евклидовом пространстве E^{2N} , для которой предложен алгоритм численного построения решений, основанный на монотонной зависимости собственных значений от параметров граничных условий. Полученные результаты позволяют восстанавливать параметры граничных условий, например, распределенные индуктивность и емкость, соединенные последовательно, для электрических сетей на участках труднодоступных для визуального осмотра, подбирать параметры граничных условий для обеспечения нужного спектра частот колебаний переменного тока или напряжения в сети, а также значения сосредоточенных теплоемкостей и коэффициентов теплообмена на концах стержней.

Базисы в пространствах дискретных аналитических функций

А. Д. Медных

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН Новосибирск

Понятие дискретной аналитической функции на гауссовой решетке $G = Z + iZ$ было дано Р. Ф. Айзексом [1]. Он классифицировал эти функции на функции первого и второго рода и исследовал функции первого рода. В дальнейшем Ж. Ферран [2] и Р. Дж. Даффин [3] создали теорию дискретных аналитических функций второго рода. Важные результаты, связанные с поведением дискретных аналитических и гармонических функций на бесконечности, были получены С. Л. Соболевым [4]. Новые комбинаторные и аналитические идеи в теорию внес Д. Зейльбергер [5]. Эти идеи были обобщены в работе автора [6]. Развитие нелинейной теории дискретных аналитических функций, основанное на круговых упаковках, началось с У. Терстона [7] и его учеников [8], [9]. Так было получено приближение с быстрой скоростью сходимостью в теории конформных отображений. В последние годы, дискретные аналитические функции стали рассматриваться с точки зрения теории банаховых алгебр [10]. Это позволило вести понятия рациональных и мероморфных дискретных функций. В докладе будет затронут вопрос о существовании «естественного» базиса в различных пространствах дискретных аналитических функций и возможности разложения таких функций в ряды, аналогичные рядам Тейлора.

Литература

- [1] Isaacs R. F., “A Finite Difference Function Theory.” *Univ. Nac. Tucuman. Revista A.*, 2, 177–201, 1941.
- [2] Ferrand J., “Fonctions Preharmoniques et Fonctions Preholomorphes.” *Bull. Sci. Math.*, 68: 152–180, 1944.
- [3] Duffin R. J., “Basic Properties of Discrete Analytic Functions.” *Duke Math. J.*, 23: 335–363, 1956.
- [4] Sobolev S. L., “A difference analog of the polyharmonic equation.” *Soviet Math. Dokl.*, 6: 1174–1178, 1965.
- [5] Zeilberger D. A., “A New Basis for Discrete Analytic Polynomials.” *J. Austral. Math. Soc.*, 23: 95–104, 1977.
- [6] Mednykh A. D., “Discrete analytic functions and Taylor series,” in: *Theory of mappings, its generalizations and applications*. Naukova Dumka, Kiev, 1982.
- [7] Thurston W. P., *The finite Riemann mapping theorem*. Purdue University, West Lafayette, 1985.
- [8] Stephenson K., “Circle packing and discrete analytic function theory,” in: *Handbook of complex analysis: geometric function theory*. North-Holland, Amsterdam, 2002.
- [9] Schramm O., “Circle patterns with the combinatorics of the square grid.” *Duke Math. J.*, 86: 347–389, 1997.
- [10] Alpay D., Jorgensen P., Seager R., Volok D., “On discrete analytic functions: Products, rational functions and producing kernels.” *J. Appl. Math. Comput.*, 41: 393–426, 2013.

Структура характеристического полинома Лапласа для циркулянтных расслоений графов

И. А. Медных

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН Новосибирск

В рамках данного доклада будут представлены результаты, полученных в совместных исследованиях с Йонг Су Квоном (Южная Корея) и А.Д. Медных. В предыдущих работах авторов были изучены структурные теоремы, описывающие свойства числа остовных деревьев, корневых остовных лесов и индекса Кирхгофа для семейства циркулянтных графов. Все эти величины являются спектральными инвариантами, то есть зависят от собственных значений характеристического полинома матрицы Лапласа. Структура самого полинома оставалась неизвестной. В недавних работах [Xiaogang Liu и Sanming Zhou (2012), Xiaogang Liu и Pengli Lu (2016)] было обнаружено, что характеристический полином для ряда известных семейств графов, таких как тета-граф, гантельный граф и граф пропеллера эффективно выражается через полиномы Чебышева. Идеи, изложенные в этих работах, позволили найти подход к описанию структуры характеристического полинома для широкого класса графов, называемых циркулярными расслоениями. Этот класс включает в себя обобщенные графы Петерсена, I -графы, Y -графы, H -графы, дискретные торы и другие. В качестве основного результата, мы покажем, что характеристический полином указанных выше графов может быть представлен в виде конечного произведения алгебраических функций, вычисляемых в корнях линейной комбинации полиномов Чебышева. Полученные результаты частично анонсированы в работе [1].

Литература

[1] Квон Й.С., Медных А.Д., Медных И.А., “О структуре характеристического полинома Лапласа для циркулянтных графов.” *Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления*, 515(1):34–39, 2024.

Path packings of cographs of the special type

Dmitry Mokeev

Lobachevskii State University and HSE University, Nizhny Novgorod

The H -packing problem consists in finding the maximum set of subgraphs in a given graph G that are isomorphic to some fixed graph H and do not contain pairwise common vertices. We consider the problem of H -packing for the case when the graph H is isomorphic to a simple path of the fixed order k (k -path), where k is a natural number more or equal to 3. A graph is a cograph if it can be constructed from isolated vertices by disjoint union and join operations. A graph is threshold if it can be built from a single-vertex graph by sequentially adding one isolated vertex or a dominant vertex (i.e. a single vertex connected to all other vertices) to the graph. We consider the k -path packing problem of cographs which can be constructed by join operation from some threshold graphs. We study the computational complexity of the k -path packing problem in the class of such graphs and prove its polynomial solvability for an arbitrary k .

Конформные отображения односвязных и двусвязных многоугольных областей

С. Р.Насыров

Казанский (Приволжский) федеральный университет

В докладе рассматривается задача нахождения неизвестных (акцессорных) параметров в интегралах Кристоффеля–Шварца и их обобщениях, дающих конформные отображения односвязных и двусвязных многоугольных областей на канонические области. Изучается как ограниченные многоугольники, так и неограниченные, содержащие внутри себя бесконечно удаленную точку. Основным методом исследования является параметрический метод Левнера, его применение к задаче нахождения акцессорных параметров было впервые предложено П.П. Куфаревым. Часть доклада основана на результатах, полученных совместно с А.Ю. Дютиным в рамках реализации научного проекта РНФ № 23-11-00066.

Analysis of Task Interconnections Using Multi-Task Learning for Five NLP Classification Tasks

Gleb Neshchetkin

National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod

In this study, we analyze five classification tasks within the NLP domain: emotion classification, sentiment classification, intent classification of social media posts related to COVID-19, sarcasm detection, and stance classification. We trained 31 models, comprising five single-task models and 26 multi-task models, to determine which tasks benefit from learning together. The results indicate that certain task combinations, such as emotion classification with intent classification of COVID-19 posts or sarcasm detection with emotion and sentiment classification, exhibit positive transfer. However, negative transfer was observed in some cases, for example, stance classification with intent classification of posts. Additionally, the results show that multi-task learning (MTL) models involving more than two tasks can sometimes improve performance for a specific task within the set. However, learning this task with smaller subsets of these tasks does not necessarily enhance the metrics. It was experimentally confirmed that in MTL, an optimum solution with respect to one objective may not be optimum with respect to another objective.

Networks (and Data Science) in Brain Research

Panos Pardalos

University of Florida USA and HSE University, Nizhny Novgorod

Network analysis our days became a power tool in data analytics. The talk will cover recent advances of application of network analysis in brain research.

Algorithms for Merging Delone Graph Approximations

Alexander Ponomarenko

National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod

The Delaunay graph is a fundamental construction defined over a finite subset of points in a metric space. Approximations of the Delaunay graph have important applications in information retrieval, specifically in k -nearest neighbor search algorithms, which are widely used in artificial intelligence systems. In addition to efficient algorithms for constructing approximate Delaunay graphs, computationally efficient methods for merging such constructions are also important. The presentation will introduce two new algorithms for merging approximate Delaunay graphs and present results of their application for merging HNSW data structures.

Fast Evolution Search of Device-Specific Facial Descriptor in a SuperNet

Andrey Savchenko

National Research University Higher School of Economics, Nizhny Novgorod

I will talk about using AutoML techniques to extract the most accurate and fast subnetwork for facial feature extraction from a Supernet. I introduce the novel technique based on evolution search with a surrogate binary classifier to compare the expected accuracy of two subnetworks. The latter uses only encoding of a candidate subnetwork and does not require directly estimating its accuracy on a validation set. As a result, the most computationally efficient and accurate model in TensorFlow Lite format is obtained in less than 10 minutes for a specific device and latency constraint. Experiments for face identification and facial expression recognition show the potential of the proposed approach to obtain neural networks for various types of devices, including smartphones and Raspberry Pi single-board mini-computers.

Network Analysis of International Conflicts

Anna Semenova, Fuad Aleskerov

National Research University Higher School of Economics

We determine the involvement of states in international conflicts, taking into account the intensity of an international conflict as well as the intensity of internal conflicts in these states. We use classic and new centrality measures. The latter ones take into account a parameter of a node, direct and indirect (with fixed length of the path) connections of nodes, and a group influence of nodes to a node. In the construction of the network we consider the influence of third countries on the conflict as well as the internal conflicts in countries. We present a new model to study international conflicts based on the construction of a network among countries involved. To create the model we used the Uppsala Conflict Data Program at the Department of Peace and Conflict Research, Uppsala University and the Centre for the Study of Civil War at

the International Peace Research Institute in Oslo (PRIO) datasets which provide information about armed conflicts from 1946 to 2022. We use three types of conflict: interstate armed conflict, internal armed conflict and internationalized internal armed conflict. To evaluate the intensity of the conflict we used information about the number of battle-related deaths in the conflict which was transformed to ordinal scale. It is important to set appropriate parameters in the new centrality measures. We discuss these values and analyze their impact on outcomes, using the network model of interstate conflicts between states. The model has applied to the study of conflicts for different time periods after the World War II.

New centrality indices in network analysis

Daniil Tkachev, Fuad Aleskerov

National Research University Higher School of Economics

Network analysis methods are used to find solutions to various problems of interaction among vertices in the network. One of the main tasks of network analysis is identifying key vertices. Centrality indices are used to identify key vertices in network (see (Barabási, 2013), (Aleskerov, et al., 2021)). Some of the most popular centrality indices are degree centrality (In-degree/Out-degree) (Newman, 2003), betweenness centrality (Freeman, 1977), closeness centrality (Bavelas, 1950), eigenvector centrality (Bonacich, 2007), PageRank (Brin, 1998) and Katz centrality (Katz, 1953). These centrality indices are used in many works to find key vertices in the network. However, these indices have some limitations and disadvantages (Landherr, et al., 2010). One of the main disadvantages of the classic centrality indices is that they do not take into account parameters of vertices and group influence of vertices on a vertex (Newman, 2003). In (Aleskerov, Yakuba, 2020) new centrality indices taking into account group influence and vertices parameters (Bundle and Pivotal centrality indices) are introduced. However, the Bundle and Pivotal indices are constructed in that way that they do not take into account the weights of arcs – important information about interaction among vertices in a network. It determines our task - to introduce a new centrality indices that take into account these properties. We have constructed several new centrality indices that take into account group influence, vertices parameters. New centrality indices have been tested on real networks models (basic crops, rare earth compound and oil trade export/import operations) and compared with the Bundle and Pivotal values.

References

- [1] Aleskerov, F., Shvydun, S., Meshcheryakova, N. (2021). New centrality measures in networks: how to take into account the parameters of the nodes and group influence of nodes to nodes. Chapman and Hall/CRC, 107 p.
- [2] Aleskerov, F., Yakuba, V. (2020). Higher School of Economics Publ. House (Series WP7 “Mathematical methods for decision making in economics, business and politics”), 21 p.
- [3] Barabási, A. L. (2013). Network science. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 371 p.
- [4] Bavelas, A. (1950). Communication patterns in task oriented groups. The journal of the acoustical society of America, 22(6), 725-730 p.
- [5] Bonacich, P. (2007). Some unique properties of eigenvector centrality. Social networks, 29(4), 555-564 p.

- [6] Brin, S. (1998). The PageRank citation ranking: bringing order to the web. Proceedings of ASIS, 98, 161-172 p.
- [7] Freeman, L. C. (1977). A set of measures of centrality based on betweenness. Sociometry, 35-41 p.
- [8] Katz, L. (1953). A new status index derived from sociometric analysis. Psychometrika, 18(1), 39-43 p.
- [9] Landherr, A., Friedl, B., Heidemann, J. (2010). A critical review of centrality measures in social networks. Business & Information Systems Engineering, 2, 371-385 p.
- [10] Newman M. E. (2003). The structure and function of complex networks. SIAM review, 45(2), 167-256 p.

Semiclassical approximation for Jacobi polynomials, defined by a difference equation, and the Bessel function

Anna Tsvetkova

Ishlinsky institute for problems in mechanics RAS

We are developing a method for constructing global asymptotics for solutions of difference equations based on the semiclassical approximation. The idea is to reduce the difference equation to a pseudodifferential one and apply the Maslov canonical operator associated with a geometric object in the phase space – the Lagrangian manifold.

While manifolds with a turning point in whose neighborhood the asymptotics is expressed in terms of the Airy function are well studied, the methods for the case when the asymptotics is determined by the Bessel function are not so well developed.

In the talk we will illustrate the discussed method using the example of Jacobi polynomials, for which asymptotics in terms of a Bessel function J_0 arises. In particular, we will describe the type of corresponding Lagrangian manifold and present an algorithm which allows one to obtain global formulas.

The work is supported by RSF (project 24-11-00213).

Dissecting embedding methods: learning higher-order structures from data

Liubov Tupikina

ITMO, Belllabs, Paris Descartes LPI

Active area of research in AI is the theory of manifold learning and finding lower-dimensional manifold representation on how we can learn geometry from data for providing better quality curated datasets. There are however various issues with these methods related to finding low-dimensional data representation of the data, the so-called curse of dimensionality. Geometric deep learning methods for data learning often include a set of assumptions on the geometry of the feature space. Some of these assumptions include pre-selected metrics on the feature space,

usage of the underlying graph structure, which encodes the data points proximity. However, the later assumption of using a graph as the underlying discrete structure, encodes only the binary pair-wise relations between data points, restricting ourselves from capturing more complex higher-order relationships, which are often present in various systems. These assumptions on the data together with data being discrete and finite may cause some generalisation, which may create wrong interpretations of the data and models, which produce the embeddings of data itself (such as BERT and others). The objective of our this talk will be to talk about several aspects of extraction of higher-order information from data. We will first talk about how to characterize the accuracy measure of the embedding methods using the higher-order structures. For this we explore the underlying graph assumption substituting it with the hypergraph structures. Second we aim to demonstrate the embedding characterization on the usecase of the example of some data with higher-order relations (such as arXiv open data).

The work is based on the papers (see e.g.) [arXiv:2302.13054](#).