Фамилия ученика: ____

Имя ученика: ____

Школа: ____

X Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада по математике для 5-7-х классов.
НИУ ВШЭ-Нижний Новгород.
7 КЛАСС

Задание 1

Соня придумала такие два числа, что если увеличить каждое из них на 1, то их произведение увеличится на 13. На сколько увеличится произведение этих чисел если каждый из них увеличить на 2?

Решение:

Задние 2

В королевстве Геометрия стояли три замка: Алфавия (A), Бетания (B) и Гаммабург (C). Между ними были проложены прямые дороги, образующие треугольник. Для обороны провели путь из Гаммабурга к середине дороги между Алфавией и Бетанией — это был штаб стражи (M). Также из Бетании проложили путь к точке (L) на дороге в Гаммабург так, чтобы он делил угол при Бетании пополам (это была тайная тропа к святому источнику). Однажды картограф, перерисовывая карту, случайно стёр все линии и точки, кроме расположения замка Алфавия $A(2;2)$, штаба стражи $M(5;5)$ и тайной точки $L(5;8)$ (в километрах от столицы). Восстановите, где стоял замок Гаммабург (C).

Решение:

Задание 3

Петя написал программу для калькулятора. Он хотел, чтобы при нажатии на кнопку к числу на экране прибавлялось 21. Но из-за ошибки калькулятор стал работать по-другому:

- Он берёт число на экране
- Перемножает все его цифры
- Прибавляет 21 к полученному результату
- Показывает новое число
- Повторяет это 2025 раз

Петя ввёл число 52 и нажал на кнопку. Какое число он увидел в конце?

Решение:

Задание 4

Гена и Влад поспорили на билеты в кино. Гена утверждает, что выражение:

$$1012! \cdot 1013! \cdot 2025! \cdot 2026!$$

является квадратом натурального числа. Более того, он заявляет, что если разделить это выражение на наибольший возможный полный квадрат, то оставшаяся часть будет простым числом. Влад с этим не согласен. Кто из них прав и почему? Найдите наибольший полный квадрат, на который делится данное выражение, и определите, является ли частное от деления простым числом.

По определению $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

Решение:

Задание 5

Марина загадала натуральное число N. Оказалось, что если выписать все его делители и для каждого из них вычислить сумму цифр, то среди полученных сумм присутствуют все числа от 1 до 9 включительно. Какое наименьшее число N могла загадать Марина?

Решение:

Дополнительный бланк