

Программа учебной дисциплины

«Методы оптимизации»

Утверждена
Академическим руководителем ООП
А.А. Бляхман
«30» января 2018 г.

Автор	Малыженкова В.И.
Число кредитов	5
Контактная работа (час.)	24
Самостоятельная работа (час.)	166
Курс	4 курс
Формат изучения дисциплины	Без использования онлайн курса

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Целями освоения дисциплины «Методы оптимизации» являются: подготовка студентов к информационно-аналитической и научно-исследовательской деятельности.

В результате освоения дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия Методы Оптимизации и ограничения, связанные с математической формализацией,

уметь:

- применять основные количественные и качественные методы при принятии решений в управлении экономикой;

владеть:

- навыками построения реляционной модели данных, связанных с объектами профессиональной деятельности,
- навыками в принятии решений в управлении экономикой.

Изучение дисциплины «Методы оптимизации» базируется на следующих дисциплинах:

- Математика.

Для освоения учебной дисциплины студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- Решение систем линейных уравнений и неравенств,
- решение матричных уравнений,
- операции над векторами и матрицами,
- дифференциальное исчисление функций многих переменных,

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- Статистический анализ данных (SPSS)
- Базы данных.
- Теория Игр.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Глава 1. Линейное программирование

Тема 1.1. Задачи линейного программирования.

Линейное программирование (ЛП). Постановка задачи ЛП. Основные теоремы ЛП. Графический метод решения задач ЛП. Симплекс - метод. Симплекс - таблицы.

Тема 1.2. Двойственные задачи

Двойственные задачи ЛП. Теоремы двойственности. Анализ устойчивости оптимальных решений. Двойственный симплекс - метод.

Тема 1.3. Транспортные задачи.

Транспортная задача (Т-задача). Постановка Т-задачи и ее математическая модель. Закрытая Т-задача. Методы построения опорного решения: метод "северо-западного угла", метод минимального элемента матрицы транспортных издержек. Оптимальный план Т-задачи. Метод потенциалов. Открытая Т-задача. Т-задача с вырождением. Случай неоднозначности оптимального решения Т-задачи. Задача о назначениях. Алгоритм решения (Венгерский метод). Случай несоответствия числа предлагаемых рабочих мест и числа претендентов. Случаи определения наибольшего и наименьшего значения суммы баллов.

Тема 1.4. Задачи целочисленного программирования.

Задачи целочисленного программирования. Постановка задач. Экономическая интерпретация. Графический метод решения. Метод ветвей и границ. Метод Гомори.

Глава 2. Нелинейное программирование.

Тема 2.1. Задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа.

Нелинейное программирование. Графический метод решения. Особенности графического метода в нелинейных задачах. Метод множителей Лагранжа. Задача оптимального потребительского выбора.

Тема 2.2. Дробно-линейное программирование.

Дробно-линейное программирование. Постановка задач дробно-линейного программирования. Экономическая интерпретация задач дробно-линейного программирования. Решение дробно-линейных задач преобразованием переменных. Графический метод решений дробно-линейных задач.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Тип контроля	Форма контроля	Параметры
Текущий (неделя)	Контроль работы на занятии (регулярная)	Устный опрос, письменный опрос 2-10 минут
	Самостоятельная работа	Письменная работа
	Самостоятельная работа	Письменная работа

	Самостоятельная работа	Письменная работа
Итоговый	Экзамен	Письменная работа 80 минут

Текущий контроль: Контроль работы на занятии, Самостоятельная работа

Под Контролем работы на занятии подразумевается а) регулярный, как правило - письменный, реже – устный опрос студентов по формулировкам основных понятий, теорем, методов, по решению типовых задач. Длительность опроса – 2 – 10 минут. б) Самостоятельное решение и объяснение задач текущей темы у доски студентом перед своей группой.

Под самостоятельной работой подразумевается письменное решение набора задач текущей темы. Возможно – с ответами на вопросы теории по текущей теме. Длительность контрольной работы не более 80 минут, Преподаватель может сократить длительность выполнения контрольной.

При проведении самостоятельной студенты могут по решению преподавателя использовать только учебные программы, справочники, таблицы и прочие источники информации, перечень которых установлен преподавателем. Использование материалов, не предусмотренных этим перечнем, попытка общения с другими студентами или иными лицами, наличие электронных средств связи/гаджетов, несанкционированные перемещения студентов, и т.п. являются основанием для выставления соответствующему студенту оценки 0 баллов и удаления его из контрольной аудитории. Студент обязан по окончании времени выполнения работы сдать письменную работу преподавателю независимо от степени ее готовности. Если студент не сдал вовремя работу, ему за эту работу выставляется оценка 0 баллов. При обнаружении подложных работ, плагиата в работе, идентичных (списанных), и т.п. работ – всем связанным с этими работами студентам ставится оценка 0

Итоговый контроль (экзамен): Требования к Экзамену - Экзамен организуется в соответствии с текущим графиком учебного процесса. Студент обязан явиться на экзамен в установленное время, в случае опоздания студента на экзамен, отведенное на экзамен время по решению преподавателя не продляется. Студент обязан по окончании времени выполнения работы сдать письменную работу преподавателю независимо от степени ее готовности. Если студент не сдал вовремя работу, ему за эту работу выставляется оценка 0 баллов. При обнаружении подложных работ, плагиата в работе, идентичных (списанных), и т.п. работ – всем связанным с этими работами студентам ставится оценка 0 и за экзамен и как итоговая.

Форма экзамена: письменное решение набора задач всех тем дисциплины, ответы на вопросы теории по всем темам. Длительность экзамена 80 минут.

По всем формам текущего и итогового контроля при выставлении оценок учитывается способность студента распознавать тип поставленной задачи, обосновывать применимость метода решения, применить необходимый метод, интерпретировать полученный результат, оценить влияние внешних воздействий на полученное решение поставленной задачи.

Оценки по всем формам текущего и итогового контроля выставляются по 10-ти балльной шкале:

высшая оценка в 9 баллов (10 баллов проставляется в исключительных случаях) проставляются при отличном выполнении заданий: полных (с детальными или многочисленными примерами и возможными обобщениями) ответах на вопросы,

правильном решении задачи и четком и исчерпывающем ее представлении,

почти отличная оценка в 8 баллов проставляется при полностью правильных ответах и решении задач, но при отсутствии какого-либо из выше перечисленных отличительных признаков, как, например: детальных примеров или обобщений, четкого и исчерпывающего представления решаемой задачи,

оценка в 7 баллов проставляется при правильных ответах на вопросы и правильном решении задачи, но при отсутствии пояснений, примеров, обобщений, без представления алгоритма или последовательности решения задач,

оценка в 6 баллов проставляется при наличии отдельных неточностей в ответах на вопросы (включая грамматические ошибки) или неточностях в решении задачи не принципиального характера (описки и случайные ошибки арифметического характера),

оценка в 5 баллов проставляется в случаях, когда в ответах и в решении задач имеются неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании вопросов и требующие дополнительного обращения к тематическим материалам,

оценка в 4 балла проставляется при наличии серьезных ошибок и пробелов в знании по контролируемой тематике,

оценка в 3 балла проставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в ответах на вопросы и в решении задач, говорящих о потенциальной возможности в последующем более успешно выполнить задания; оценка в 3 балла, как правило, ведет к повторному написанию ответов на вопросы или решению дополнительной задачи,

оценка в 2 балла проставляется при полном отсутствии положительных моментов в ответах на вопросы и решении задач и, как правило, ведет к повторному написанию контрольной работы в целом,

оценка в 1 балл проставляется, когда работа содержит только неправильные ответы и решения, кроме того, сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к изучаемой теме.

Порядок формирования оценок по дисциплине

При проведении самостоятельной/экзамена студенты могут по решению преподавателя использовать только учебные программы, справочники, таблицы и прочие источники информации, перечень которых установлен преподавателем. Использование материалов, не предусмотренных этим перечнем, попытка общения с другими студентами или иными лицами, наличие электронных средств связи/гаджетов, несанкционированные перемещения студентов, и т.п. являются основанием для выставления соответствующему студенту оценки 0 баллов и удаления его из контрольной/экзаменационной аудитории.

Студент обязан по окончании времени выполнения работы сдать письменную работу преподавателю независимо от степени ее готовности. Если студент не сдал вовремя работу, ему за эту работу выставляется оценка 0 баллов.

В случае пропуска студентом самостоятельной работы без уважительной причины, его оценка за соответствующую контрольную работу берется равной 0. В случае пропуска студентом самостоятельной работы по причине болезни (подтвержденной медицинской справкой), студент имеет право написать соответствующую контрольную работу в течении 1 недели после выхода с больничного. Время и место написания самостоятельной в этом случае согласовывается с преподавателем.

Преподаватель оценивает как выполнение студентом самостоятельной работы и задания экзамена, так и активность студента на занятиях (оценивается факт

присутствия/выступления студента, качество выполнения устного и/или письменного задания).

Каждый вид работ оценивается с точностью до десятых долей. Максимальная оценка 10 баллов.

В дальнейшем используются обозначения:

Ос/р1,2,3 – оценка за 1, 2, 3 самостоятельные работы

Отекущая – оценка текущего контроля

Оаудиторная – оценка активности студента на аудиторных занятиях (лекциях и семинарах)

Онакопленная – оценка знаний студента, накопленная в течение курса

Оэкзамен – оценка за экзамен

Оитог – итоговая оценка, выставляемая в экзаменационную ведомость

Для получения результирующей оценки **О** *итогового* контроля используются следующие весовые множители:

$$\text{Отекущая} = (\text{Ос/р1} + \text{Ос/р2} + \text{Ос/р3}) / 3,$$

$$\text{Онакопленная} = 0,75 * \text{Отекущая} + 0,25 * \text{Оаудиторная},$$

Для получения результирующей оценки по 10-бальной шкале вычисляется величина:

$$\text{Оитог} = 0,8 * \text{Онакопленная} + 0,2 * \text{Оэкзамен}$$

Способ округления оценок – арифметический.

При результирующей оценке менее 4-х баллов (по 10 – ти бальной шкале) студент имеет право на одну пересдачу и на одну пересдачу с комиссией. При ранее полученной результирующей оценке 4 и более баллов пересдачи не допускаются.

На пересдаче (при ранее полученной результирующей оценке менее 4-х баллов), по решению преподавателя, может учитываться *Онакопленная* студента, а итоговая оценка - рассчитываться по приведенной выше формуле.

На пересдаче с комиссией (при ранее полученной результирующей оценке менее 4-х баллов) студенту предоставляется возможность получить любую оценку, независимо от оценок, полученных ранее (соответственно полученная оценка является результирующей).

В диплом ставится результирующая оценка по данной учебной дисциплине.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Оценочные средства для оценки качества освоения дисциплины в ходе текущего контроля:

Примерные задания для самостоятельной работы:

- Решение двумерной задачи ЛП графическим методом с последующим анализом устойчивости полученного решения и теневых цен
- Решение многомерной задачи ЛП симплекс - методом с последующим анализом устойчивости полученного решения и теневых цен
- Решение транспортной задачи
- Решение задачи о назначениях

- Решение целочисленной задачи (метод Гомори, метод ветвей и границ)
- Решение задачи НЛП методом множителей Лагранжа
- Решение дробно – линейной задачи графическим методом и симплекс методом

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Основные теоремы линейного программирования.
2. Графический метод решения задач линейного программирования.
3. Решение задач линейного программирования с помощью симплекс-таблиц.
4. Свойства взаимно-двойственных задач.
5. Основное неравенство взаимно-двойственных задач (с доказательством).
6. Достаточный признак оптимальности решений ВДЗ (с доказательством). Первая теорема двойственности.
7. Вторая теорема двойственности (с доказательством).
8. Третья теорема двойственности (с доказательством).
9. Анализ устойчивости оптимальных решений задач линейного программирования (вывод).
10. Несимметричные двойственные задачи.
11. Двойственный симплекс метод.
12. Метод Гомори.
13. Метод минимальных транспортных издержек для построения решения Т-задачи.
14. Алгоритм проверки оптимальности базисного решения Т-задачи.
15. Циклы пересчета в базисном решении Т-задачи.
16. Открытая Т-задача. Альтернативный оптимум в Т-задаче.
17. Вырождение в Т-задаче.
18. Венгерский метод.
19. Общий метод решения задач дробно-линейного программирования (симплекс метод).
20. Графический метод решения задач дробно-линейного программирования.

Примеры заданий итогового контроля

1. Предприятие производит 2 вида товаров (I и II) и в производстве использует 3 вида ресурсов (S_1, S_2, S_3). Нормы расхода ресурсов на 1-й товар 2, 1 и 3 соответственно, а на 2-й товар 1, 2 и 0. Известно, что ресурсы S_1, S_2, S_3 имеются в наличии 15 ед., 15 ед. и 20 ед. соответственно. Удельная прибыль от продажи ед. товара составляют 5 ден. ед. для 1-го и 6 для 2-го. Найти план производства с наибольшей общей прибылью. Составить задачу, двойственную данной, найти решения обеих задач. Провести анализ устойчивости найденного оптимального решения относительно изменения свободных членов системы ограничений и относительно изменения коэффициентов целевой функции.

2. Для производства нескольких видов продукции предприятие использует три вида ресурсов. Нормы расхода ресурса каждого вида на

вид ресурса	вид продукции			Запас ресурса
	I	II	III	
a	1	4	2	22
b	4	2	2	10
c	3	2	2	14
Уд. прибыль	4	8	6	

изготовление единицы продукции заданы технологической матрицей. В ней же указана прибыль от реализации единицы продукции каждого вида и запасы ресурсов. Требуется

определить наибольшую возможную общую прибыль предприятия и соответствующий ей план выпуска продукции. Построить взаимно двойственную задачу и найти ее решение. Указать наиболее дефицитный и недефицитный ресурсы. Найти интервалы изменения запасов ресурсов и удельной прибыли, при которых найденное оптимальное решение сохраняет свою структуру (т.е. провести анализ устойчивости относительно запасов и прибыли).

3. Имеется 5 универсальных станков, которые могут выполнять 4 вида работ. Каждую работу может выполнять только один станок и каждый станок можно загружать только одной работой. Распределить работ между станками с минимальными суммарными затратами времени. В таблице даны затраты времени каждого станка на выполнение каждого вида работы.

станки	с	Вид работы			
		1	2	3	4
1		4	6	6	7
2		4	5	4	6
3		5	6	5	7
4		5	7	5	8
5		4	6	8	7

4. Решить T-задачу

пост авщ ики	с т ь п о с т а в щ и к о	потребители и их спрос				
		1	2	3	4	
		1	20	30	40	
	в	0				
1		30	1	2	6	4
2		40	3	4	5	2

5. Предприятие производит 3 вида НЕДЕЛИМЫХ товаров и в производстве использует 1 основной ресурс, имеющийся в наличии 20 единиц. Нормы расхода ресурса на I, II и III товары 10, 2 и 3 единиц соответственно. Удельная прибыль на ед. товара каждого вида составляет 1 ед. для I-го, 5 для II-го и 10 для III-го. Найти план производства с наибольшей прибылью.

6. Пусть $U = \sqrt[4]{x_1^5 x_2 x_3^5}$ - полезность набора товаров, $x_i, (i = \overline{1,3})$ объемы товаров. Цены на товары соответственно 3, 1 и 2 руб. Найти наиболее полезный набор товаров, при общем количестве денег в 400 руб. (решить ту же задачу, если $U = x_1^3 x_2^3 x_3^2$)

7. Предприятие производит 2 вида товаров (I и II) и в производстве использует 3 вида ресурсов (S_1, S_2, S_3). Нормы расхода ресурсов на 1-й товар 0,3, 0,2 и 0,3 соответственно, а на 2-й товар 0,2, 0,3 и 0,2. Известно, что ресурс S_1 можно израсходовать не более 500 ед., а ресурсы S_2, S_3 не менее 400 ед. и 300 ед. соответственно. Затраты на ед. товара составляют 0,3 ед. для I-го и 0,8 для II-го. Найти план производства с минимальной средней себестоимостью ед. продукции.

V. РЕСУРСЫ

5.1. Основная литература

1. Исследование операций в экономике [Электронный ресурс]: учебник для академического бакалавриата / Н.Ш.Кремер [и др.]; под ред. Н.Ш.Кремера; ЭБС Юрайт. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2019. – 438 с. – (Серия: Бакалавр. Академический курс). – ISBN 978-5-9916-9922-8. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/viewer/issledovanie-operaciy-v-ekonomike-431708#page/1>.

2. Красс М.С. Математика для экономического бакалавриата: учебник [Электронный ресурс] / М.С.Красс, Б.П.Чупрынов; ЭБС Znanium. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 472 с - (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-004467-5. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=558399>.

3. Шапкин, А.С. Математические модели и методы исследования операций [Электронный ресурс]: учебник / А.С.Шапкин, В.А.Шапкин; ЭБС Znanium. – М.: Дашков и К, 2016. – 400 с. – ISBN 978-5-394-02610-2. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=557767>.

5.2. Дополнительная литература

1. Дубина, И.Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов [Электронный ресурс]: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / И.Н.Дубина; ЭБС Юрайт. – М.: Юрайт, 2018. – 349 с. – (Серия: Бакалавр и магистр. Академический курс). – ISBN 978-5-534-00501-1. – Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru/viewer/AE81649F-D411-4FF5-8733-614106E0D831/osnovy-matematicheskogo-modelirovaniya-socialno-ekonomicheskikh-processov#page/1>.

2. Королев А.В. Экономико-математические методы и моделирование. Учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры, Страниц: 280, ISBN: 978-5-534-00883-8, <https://www.biblio-online.ru/viewer/ekonomiko-matematicheskie-metody-i-modelirovanie-433918#page/1>

5.3. Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1	Windows Professional 8.1 Russian	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>
2	MS Office 2007 Prof +	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>

5.4. Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
1	Электронные образовательные ресурсы	<i>Договор на использование электронных баз данных/по подключению и обеспечению доступа к базам данных</i>

5.5. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

- ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);
- мультимедийный проектор с дистанционным управлением.

Учебные аудитории для лабораторных и самостоятельных занятий по дисциплине оснащены ПЭВМ, с возможностью подключения к сети Интернет и доступом к электронной информационно-образовательной среде НИУ ВШЭ.