

## Программа учебной дисциплины «Дискретная математика»

Утверждена  
Академическим руководителем

\_\_\_\_\_ Н.В. Асеева

\_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_\_

Автор	Маслова Е.А.
Число кредитов	6
Контактная работа (час.)	32
Самостоятельная работа (час.)	234
Курс	1 курс
Формат изучения дисциплины	без использования онлайн курса

### I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Целями освоения дисциплины «Дискретная математика» являются изучение понятийного аппарата и методов дискретной математики и применение полученных знаний к анализу математических моделей в различных предметных областях.

В результате освоения дисциплины студент должен:

**знать:**

- основные методы, применяющиеся в дискретной математике;

**уметь:**

- применять эти методы на практике;

**владеть:**

- навыками решения задач, возникающих в различных прикладных областях.

Изучение дисциплины «Дискретная математика» базируется на знании основ математики на уровне выпускника средней общеобразовательной школы, а также навыках логического мышления.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

- 1 Теория вероятностей и математическая статистика;
- 2 Дискретные модели и сложность алгоритмов;
- 3 Методы трансляции и компиляции.

### II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Тема 1. Элементы теории множеств.

Понятие множества, основные операции над множествами, свойства операций. Булеан множества. Диаграммы Венна. Доказательства тождеств. Мощность множества. Конечные, счетные и континуальные множества. Свойства счетных множеств. Кардинальные числа, операции над кардинальными числами. Бинарные отношения, способы их задания. Операции над бинарными отношениями. Свойства бинарных отношений. Отношение эк-

вивалентности, разбиение, фактор-множество. Отношение порядка. Линейный порядок, полный порядок.

## **Тема 2. Комбинаторика.**

Предмет комбинаторики, правила сложения и умножения. Перестановки, сочетания и размещения при различных спецификациях элементов. Биномиальная и полиномиальная теоремы. Принцип включений и исключений.

## **Тема 3. Алгебра логики.**

Понятие логической формулы. Определение функции алгебры логики. Таблица истинности логической функции. Понятие равенства логических функций. Существенные и фиктивные аргументы. Свойства элементарных логических функций. Принцип двойственности. Изоморфизм булевой алгебры логики и булевой алгебры множеств. Теорема о разложении, совершенные нормальные формы. Минимизация булевых функций в классе ДНФ, метод Квайна. Полнота и замкнутость систем булевых функций. Полином Жегалкина, единственность представления функции полиномом Жегалкина. Некоторые замкнутые классы логических функций. Теорема Поста о полноте. Понятие базиса.

## **Тема 4. Элементы теории графов.**

Определение графа, способы представления графов. Изоморфизм графов. Операции над графами. Пути и маршруты в графах, достижимость и связность. Метрические характеристики графа. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Критерий существования эйлерова цикла. Взвешенные графы, алгоритм Дейкстры нахождения кратчайших маршрутов. Деревья и их свойства. Теоремы Кэли и Кирхгофа. Цикломатическое число графа. Остов дерева, алгоритм Прима нахождения остова минимального веса. Раскраска графа, хроматическое число графа. Планарные графы, теорема Эйлера, некоторые критерии планарности.

# **III. ОЦЕНИВАНИЕ**

## **Критерии оценки знаний, навыков**

При выполнении письменных контрольных работ, а также экзаменационной работы, студент должен продемонстрировать умение решать конкретные задачи, знание теоретического материала и умение правильно применять его к решению задач, соблюдать логику решения. Оценки по всем формам контроля выставляются по 10-ти балльной шкале.

## **Порядок формирования оценок по дисциплине**

Итоговый экзамен (Оэкза-мен).

В диплом идет результирующая оценка по дисциплине (Орезульт), которая рассчитывается по формуле:

$$\text{Орезульт} = 0.5 \text{ Онакопленная Итоговая} + 0.5 \cdot \text{Оитоговый экзамен}$$

$$\text{Онакопленная Итоговая} = 0.5 \text{ Опромежуточная} + 0.5 \text{ Онакопленная 2}$$

Способ округления оценок итогового, промежуточного и текущего контролей – в пользу студента.

На пересдаче студенту не предоставляется возможность получить дополнительный балл для компенсации оценки за текущий контроль.

На экзамене студент может получить дополнительный вопрос (дополнительную практическую задачу, решить к пересдаче домашнее задание), ответ на который оценивается в 1 балл.

#### IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

##### Оценочные средства для текущего контроля студента

Контр.1: Элементы теории множеств

Контр.2: Комбинаторика

Д/З 1: Алгебра логики

Д/З 2: Элементы теории графов

Примерный перечень заданий КР-1:

1.  $R \subseteq R^2, R = \{(x, y) | x + y \geq 0\}$ . Найти  $R^{(-1)}, R \cdot R, R \cdot R^{(-1)}, R^{(-1)} \cdot R$ .
2. Используя определения операций над множествами доказать, что  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$
3. Доказать, что  $R_1 \cdot R_2$  симметрично, если  $R_1 \cdot R_2 = R_2 \cdot R_1$  (отношения  $R_1, R_2$  - симметричны)
4.  $R \subseteq \mathbb{N}^2, R = \{(a, b), (c, d) | a + d = b + c\}$ . Какими свойствами (рефлексивность, иррефлексивность, транзитивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность) обладает данное отношение?
5.  $A = \{0, 1, 2\} \times \{2, 5, 8\}$ . Отношение частичного порядка на множестве  $A$  определено так:  $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow (c + d) / (a + b)$  - целое число. Построить диаграмму Хассэ для  $A$ . Найти минимальные и максимальные элементы. Найти наибольший и наименьший элементы (если они существуют). Доказать, что данный порядок не является линейным.
6. Пусть множеств  $A$  – счетно.  $B$  – конечно. Доказать, что  $A \cup B$  - счетно.

Примерный перечень заданий КР-2:

1. Буквы азбуки Морзе образуются как последовательности точек и тире. Сколько букв можно составить не более чем из 10 символов?
2. Сколькими способами можно распределить 24 шара по 4 ящикам так, чтобы ни один из них не был пустым?
3. Пусть имеется  $n$  палок. Каждая из них разламывается на 2 части – длинную и короткую. Сколькими способами можно объединить полученные обломки так, чтобы все обломки были объединены в первоначальном порядке? Все длинные обломки были соединены с короткими?
4. Сколькими способами можно выбрать 4 набора по пять карт из колоды, содержащей 52 карты?
5. Чему равен коэффициент при  $t^{10} x^{12} y^4 z^3$  в разложении  $[(4t^5 + 2x^3 + y^2 + 5z)]^{11}$ ?
6. Сколько существует способов выбрать пять карт из колоды в 52 карты так, чтобы получились следующий наборы:
  - а) четыре карты одинакового достоинства
  - б) тройка, девятка, десятка, король, туз одной масти

##### Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

1. Множества. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение, декартово произведение.
2. Эквивалентность множеств. Сравнение конечных и бесконечных множеств.
3. Мощность множества. Кардинальные числа.
4. Счетные множества и несчетные множества.
5. Бинарные отношения. Обращение бинарного отношения. Композиция бинарных отношений.
6. Отношение эквивалентности. Теорема о факторизации.
7. Частичный порядок на множестве. Линейный порядок, полный порядок.
8. Диаграммы Хассэ, минимальные и максимальные элементы, наибольший и наименьший элементы.
9. Принципы сложения и умножения в комбинаторике.
10. Перестановки и сочетания с повторениями, без повторений, с возвратами, без возвратов.
11. Биномиальная теорема, полиномиальная теорема.
12. Метод включений – исключений.
13. Определение логической функции, равные функции, фиктивные аргументы.
14. Элементарные логические функции, их свойства.
15. Принцип двойственности.
16. Теорема о разложении, ее следствия.
17. Совершенные нормальные формы.
18. Полная система логических функций. Теорема о полноте.
19. Понятие замкнутого класса. Основные замкнутые классы.
20. Теорема Поста о полноте.
21. Алгебра Жегалкина.
22. Понятие графа, изоморфизм графов.
23. Пути и циклы в графах. Гамильтоновы и Эйлеровы циклы.
24. Критерии эйлеровости для ориентированных и неориентированных графов.
25. Метрические характеристики графа.
26. Деревья и их простейшие свойства. Теоремы Кэли и Кирхгофа.
27. Теоремы Кэли и Кирхгофа.
28. Планарные графы. Критерий планарности.
29. Раскраска графа, хроматическое число.

### **Примеры заданий промежуточного /итогового контроля**

Пример экзаменационного билета

1. Какое множество называется счетным? Определить операцию объединения двух множеств, проиллюстрировать ответ диаграммой Венна. Доказать, что если  $A$  и  $B$  счетные множества и их пересечение не пусто, то их объединение счетно.
2. Какое отношение называется отношением эквивалентности? Доказать, что отношение  $R \subseteq \mathbb{N}^2$ ,  $R = \{(a, b), (c, d) \mid a + d = b + c\}$  есть отношение эквивалентности.
3. Записать определение логической функции. Когда аргумент функции называется фиктивным? Сколько различных логических функций можно построить на одной переменной? Найти эти функции. Сколько из них не содержат фиктивных аргументов?
4. Сколько различных делителей имеет число 2310?
5. По заданной весовой матрице найти кратчайшей путь от вершины  $x_1$  до вершины  $x_6$  по алгоритму Дейкстры, а затем сам путь.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	—	11	$\infty$	14	15	$\infty$
$x_2$	$\infty$	—	13	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$x_3$	$\infty$	$\infty$	—	$\infty$	$\infty$	13
$x_4$	$\infty$	7	11	—	9	$\infty$
$x_5$	$\infty$	11	10	$\infty$	—	14
$x_6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	—

6. Какие графы называются изоморфными? Привести примеры изоморфных и неизоморфных графов.

## V. РЕСУРСЫ

### 5.1 Основная литература

- 1 Канцедал С.А. Дискретная математика [электронный ресурс]: учебное пособие / С.А.Канцедал; ЭБС Znanium. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 224 с. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-8199-0304-9. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=376152>. - Загл. с экрана.
- 2 Алексеев, В.Б. Лекции по дискретной математике [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.Б.Алексеев; ЭБС Znanium. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 90 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005559-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=371452>. - Загл. с экрана.
- 3 Ландо, С.К. Введение в дискретную математику: [курс лекций] / С.К.Ландо. - М.: Изд-во МЦНМО, 2012. - 264 с.

### 5.2 Дополнительная литература

1. Судоплатов, С.В. Элементы дискретной математики: учебник / С.В.Судоплатов, Е.В.Овчинникова – 2-е изд., перераб. - М.: ИНФРА-М, 2002.
2. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебное пособие / Ф.А.Новиков. - 2-е изд. - СПб.: Питер, 2006. - 364 с. - (Учебник для вузов).  
Гриф МО РФ
3. Яблонский, С.В. Введение в дискретную математику: учебное пособие / С.В.Яблонский. - 3-е изд.; стереотип. - М.: Высшая школа, 2002.
4. Куликов, В.В. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В.Куликов; ЭБС Znanium. - М.: РИОР, 2007. - 174 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-369-00205-6. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=126799>. - Загл. с экрана.  
Гриф УМО
5. Вороненко, А.А. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / А.А.Вороненко, В.С.Федорова; ЭБС Znanium. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 104 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-006601-1. - Режим доступа: <http://znanium.com/bookread.php?book=424101>. - Загл. с экрана.  
Гриф УМО ВО

### 5.3 Программное обеспечение

№ п/п	Наименование	Условия доступа
1.	Microsoft Windows 7 Professional RUS Microsoft Windows 10 Microsoft Windows 8.1 Professional RUS	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>
2.	Microsoft Office Professional Plus 2010	<i>Из внутренней сети университета (договор)</i>

### 5.4 Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа
	<i>Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы</i>	
1.	Электронно-библиотечная система Юрайт	URL: <a href="https://biblio-online.ru/">https://biblio-online.ru/</a>
	<i>Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)</i>	
1.	Открытое образование	URL: <a href="https://openedu.ru/">https://openedu.ru/</a>

### 5.5 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для лекционных занятий по дисциплине обеспечивают использование и демонстрацию тематических иллюстраций, соответствующих программе дисциплины в составе:

- ПЭВМ с доступом в Интернет (операционная система, офисные программы, антивирусные программы);
- мультимедийный проектор с дистанционным управлением.