Программа учебной дисциплины «Математический анализ»

Утверждена
Академическим руководителем

_________________ *Н.В. Асеева*

___________________ *20*_______

Автор	Малыженкова В.И.
Число кредитов	10
Контактная работа (час.)	40
Самостоятельная работа (час.)	340
Курс	1 курс
Формат изучения дисциплины	без использования онлайн курса

I. ЦЕЛЬ, РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРЕРЕКВИЗИТЫ

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются углубленное изучение основных понятий математического анализа (предельный переход, непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость), овладение методами математического анализа функций одной и нескольких вещественных переменных (построение графиков, нахождение локальных и глобальных экстремумов функций), применение полученных знаний к анализу различных математических моделей экономических явлений и решению бизнес-задач.

В результате освоения дисциплины студент должен:

знать:

- основные определения и точные формулировки теорем математического анализа.

уметь:

- интерпретировать основные понятия на простых модельных примерах, решать типовые теоретические и вычислительные задачи;

владеть:

- навыками применения методов математического анализа в смежных теоретических и прикладных областях.

Изучение дисциплины «Математический анализ» базируется на следующих дисциплинах:

- математика в объеме средней школы.

Для освоения учебной дисциплины студенты должны владеть следующими знаниями и компетенциями:

- знать основы математического анализа, алгебры и геометрии в рамках средней общеобразовательной школы;
- уметь решать типовые школьные задачи по математике;
- помнить основные математические теоремы школьного курса математики.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин:

1 Дифференциальные и разностные уравнения;
2 Теория вероятностей и математическая статистика;
3 Теоретические основы информатики;
4 Эконометрика.

II. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Введение в анализ. Элементы теории множеств и функций

Понятие множества. Операции над множествами. Понятие отображения (функции), области определения и множества значений. Обратная функция. Композиция функций (сложная функция). График функции. Элементарные функции: классификация, простейшие свойства, графики.

Тема 2. Предел последовательности.

Определение числовые последовательности. Примеры. Понятие предела последовательности. Теорема о единственности предела сходящейся последовательности. Достаточное условие отсутствие предела последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности. Теорема о переходе к пределу в неравенствах. Лемма о конвоирующих. Теорема о сходимости монотонных ограниченных последовательностей. Определение числа e. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Связь со сходящимися последовательностями. Арифметические свойства бесконечно малых и сходящихся последовательностей. Арифметические свойства для последовательностей, имеющих конечные и бесконечные пределы. Неопределенные выражения, методы раскрытия неопределенностей.

Тема 3. Предел функции.

Определение предела функции в точке по Коши (в терминах окрестностей и неравенств) и по Гейне (в терминах последовательностей). Теорема об эквивалентности этих определений. Пределы функции в бесконечности. Арифметические свойства функций, имеющих пределы (конечные или бесконечные) в точке или в бесконечности. Односторонние пределы. Достаточное условие отсутствие предела в точке. Неопределенные выражения. Теорема о пределе сложной функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций, о-символика. Эквивалентность бесконечно малых.

Тема 4. Непрерывные функции.

Определения непрерывности функции в точке, их эквивалентность. Арифметические свойства непрерывных функций. Теорема о непрерывности сложной функции. Теорема о локальной ограниченности функции, непрерывной в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке (первая и вторая теоремы Вейерштрасса, первая и вторая теоремы Больцано- Коши). Теорема о непрерывности монотонной функции на промежутке. Критерий существования и непрерывности обратной функции на промежутке. Точки разрыва, их классификация.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Понятие производной функции в точке. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к графику функции в точке. Правила дифференцирования. Теорема о дифференцируемости и производной сложной функции. Теорема о дифференцируемости и производной обратной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Производные функций, заданных параметрически. Производная неявно заданной функции. Понятие дифференцируемости функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Понятие первого дифференциала функции в точке. Геометрический смысл дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной в точке. Экстремумы функции одной переменной. Локальный и глобальный экстремум. Необходимое и достаточное условия для внутреннего локального экстремума. Основные теоремы о дифференцируемых функций на отрезке (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя- Бернулли. Достаточное условие строгого возрастания (убывания) функции на промежутке. Достаточные условия локального экстремума для функции одной переменной. Выпуклые (вогнутые) функции одной переменной. Достаточные условия выпуклости (вогнутости). Точки перегиба. Необходимые и достаточные условия для точки перегиба. Асимптоты графика функции одной переменной. Многочлен Тейлора и формула Тейлора для функций одной переменной с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Формулы Тейлора- Маклорена для основных элементарных функций.

Тема 6. Интегральное исчисление функций одной переменной.

Понятие первообразной и неопределенного интеграла функции, определенной на промежутке. Замена переменных и формула интегрирования по частям. Таблица интегралов элементарных функций. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических выражений (сведение в интегрирование рациональных функций). Интегрирование иррациональных выражений. Понятие интегральной суммы для функции, заданной на отрезке, и определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции на отрезке. Основные свойства определенного интеграла: интеграл единицы, линейность, интегрируемость произведения интегрируемых функций, аддитивность, интегрируемость на подотрезках, свойства, выражаемые неравенствами, теоремы о среднем, интегрируемость модуля интегрируемой функции. Интеграл с переменным верхним пределом. Теоремы о непрерывности и дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменных и формула интегрирования по частям для определенного интеграла. Приложение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур, объемов тел вращения, длин дуг плоских кривых. Понятие несобственных интегралов первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Понятия абсолютной и условной сходимости несобственного интеграла. Признаки сравнения в непредельной и предельной формах для несобственных интегралов от положительных функций. Эталонные интегралы. Признак Дирихле сходимости несобственного интеграла первого рода.

Тема 7. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.

Понятие метрического и нормированного пространств, окрестностей точки, предельных и внутренних точек, открытых и замкнутых множеств. Понятие n-мерного евклидова пространства и метрики в нем. Неравенство треугольника. Сферические и прямоугольные окрестности точки. Связные, несвязные, ограниченные, неограниченные множества. Замкнутые, открытые, компактные множества. Понятие функции многих переменных. Определение предела функции многих переменных. Арифметические свойства пределов. Понятие непрерывности функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных функций. Теорема о непрерывности сложной функции. Непрерывность элементарных функций многих переменных. Теоремы Вейерштрасса. Теорема Коши о промежуточных значениях непрерывной функции. Определение частных производных функции многих переменных в точке. Определение дифференцируемости функции в точке. Первое и второе необходимые условия дифференцируемости функции в точке. Достаточное условие дифференцируемости функции в точке. Арифметические свойства дифференцируемых функций. Теорема о дифференцируемости сложной функции. Уравнение касательной плоскости и нормали к графику функции двух переменных в точке. Понятие первого дифференциала функции многих переменных в точке. Геометрический смысл первого дифференциала для функции двух переменных. Инвариантность формы первого дифференциала. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции многих переменных. Теорема о равенстве смешанных производных. Производная по направлению для функций двух и трех переменных. Градиент функций двух и трех переменных в точке. Понятие неявной функции, определяемой уравнением. Терема о существовании и дифференцируемости неявной функции. Формула для производных неявной функции. Экстремумы функций многих переменных: абсолютный и условный; локальный и глобальный. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума в терминах второго дифференциала. Функция Лагранжа и множители Лагранжа для задачи на условный экстремум. Необходимое условие локального условного экстремума, его геометрическая интерпретация. Достаточное условие.

Тема 8. Интегральное исчисление для функций многих переменных.

Понятие интегральной суммы для функции двух переменных, определенной на замкнутом квадрируемом множестве. Понятие двойного интеграла для функции двух переменных. Необходимое условие интегрируемости функции двух переменных. Суммы Дарбу, их свойства. Необходимое и достаточное условие интегрируемости функции двух переменных. Классы интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла, неравенство Коши- Буняковского. Теорема о сведении двойного интеграла к повторному и ее применение для вычисления двойного интеграла. Замена переменных в двойных интегралах. Переход к полярным координатам в двойных интегралах. Понятие о кубируемости и объеме множества в пространстве. Необходимое и достаточное условие кубируемости множества в пространстве. Понятие тройного интеграла для функции трех переменных. Необходимое условие интегрируемости функции трех переменных. Основные классы интегрируемых функций. Основные свойства тройного интеграла. Теорема о сведении тройного интеграла к повторному и ее применение для вычисления тройного интеграла. Замена переменных в тройных интегралах. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройных интегралах. Понятие криволинейного интеграла первого рода для функции трех переменных. Необходимое условие интегрируемости функции трех переменных. Основные свойства криволинейного интеграла первого рода. Теорема о сведении криволинейного интеграла первого рода к определенному. Понятие скалярного и векторного поля. Понятие криволинейного интеграла второго рода по дуге гладкой кривой. Сведение криволинейного интеграла второго рода к определенному. Формула Грина.

Тема 9. Числовые и функциональные ряды.

Понятие числового ряда, сходящегося ряда, суммы ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Понятие абсолютной и условной сходимости числового ряда. Необходимое и достаточное условие абсолютной сходимости ряда. Знакоположительные числовые ряды. Признаки сравнения в непредельной и предельной формах для положительных рядов. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши. Эталонные положительные ряды. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов. Функциональные последовательности и ряды. Степенной ряд. Радиус сходимости степенного ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда. Теорема о единственности представления. Ряд Тейлора функции. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда Тейлора для заданной функции к заданной функции. Ряды Тейлора-Маклорена основных элементарных функций.

III. ОЦЕНИВАНИЕ

Критерии оценки знаний, навыков

При письменном ответе на теоретический вопрос студент должен продемонстрировать уровень знаний основных определений, теорем, методов и пр., доказательств некоторых теоретических положений курса. При решении практической задачи студент должен показать умение применить теоретические факты к решению данной задачи, продемонстрировать навыки решения данного класса задач.

При проведении контролей осуществляется выдача индивидуальных заданий.

Оценки по всем формам текущего и итогового контроля выставляются по 10-ти балльной шкале:

высшая оценка в 9 баллов (10 баллов проставляется в исключительных случаях) проставляются при отличном выполнении заданий: полных (с детальными или многочисленными примерами и возможными обобщениями) ответах на вопросы, правильном решении задачи и четком и исчерпывающем ее представлении,

почти отличная оценка в 8 баллов проставляется при полностью правильных ответах и решении задач, но при отсутствии какого-либо из выше перечисленных отличительных признаков, как, например: детальных примеров или обобщений, четкого и исчерпывающего представления решаемой задачи,

оценка в 7 баллов проставляется при правильных ответах на вопросы и правильном решении задачи, но при отсутствии пояснений, примеров, обобщений, без представления алгоритма или последовательности решения задач,

оценка в 6 баллов проставляется при наличии отдельных неточностей в ответах на вопросы (включая грамматические ошибки) или неточностях в решении задачи непринципиального характера (описки и случайные ошибки арифметического характера),

оценка в 5 баллов проставляется в случаях, когда в ответах и в решении задач имеются неточности и ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании вопросов и требующие дополнительного обращения к тематическим материалам,

оценка в 4 балла проставляется при наличии серьезных ошибок и пробелов в знании по контролируемой тематике,

оценка в 3 балла проставляется при наличии лишь отдельных положительных моментов в ответах на вопросы и в решении задач, говорящих о потенциальной возможности в последующем более успешно выполнить задания; оценка в 3 балла, как правило, ведет к повторному написанию ответов на вопросы или решению дополнительной задачи,

оценка в 2 балла проставляется при полном отсутствии положительных моментов в ответах на вопросы и решении задач и, как правило, ведет к повторному написанию контрольной работы в целом,

оценка в 1 балл проставляется, когда неправильные ответы и решения, кроме того, сопровождаются какими-либо демонстративными проявлениями безграмотности или неэтичного отношения к изучаемой теме.

Порядок формирования оценок по дисциплине

Преподаватель оценивает работу студентов на практических занятиях - $O_{аудиторная}$: оценивается правильность решения задач на семинаре.

Накопленная оценка за текущий контроль учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$O_{накопл1} = (O_{кр1} + O_{коллокв} + O_{ауд})/3$, где $O_{кр1}$

- оценка за контрольную работу 1,

$O_{ауд}$ - оценка за работу на практических занятиях.

Результирующая оценка за промежуточный контроль в форме экзамена в конце выставляется по следующей формуле:

$O_{промежуточный} = 0{,}4 \cdot O_{экзмен} + 0{,}6 \cdot O_{накопленная1}$, где

$O_{экзамен}$ – оценка за письменную экзаменационную работу.

Накопленная оценка за текущий контроль в 3 и 4 модулях учитывает результаты студента по текущему контролю следующим образом:

$O_{накопл2} = (O_{кр} + O_{дз} + O_{ауд})/3$, где

$O_{кр2}$ - оценка за контрольную работу,

$O_{дз}$ - оценка за письменную домашнюю работу,

$O_{ауд}$ - оценка за работу на практических занятиях.

Результирующая оценка за дисциплину рассчитывается следующим образом:

$O_{Результ\ Итог} = 0{,}4 \cdot O_{Накопл2} + 0{,}6 \cdot O_{Итог\ экзамен}$, где

$O_{Итог\ экзамен}$ – оценка за итоговую экзаменационную письменную работу.

Способ округления результирующей оценки по учебной дисциплине: в пользу студента.

На пересдаче студенту не предоставляется возможность получить дополнительный балл для компенсации оценки за текущий контроль.

В диплом выставляет результирующая оценка по учебной дисциплине, которая формируется равной результирующей оценке за последний модуль последнего года проведения дисциплины.

IV. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Оценочные средства для текущего контроля студента

Тематика заданий текущего контроля

Примерные типы заданий для контрольных работ:

1. Найти предел числовой последовательности.
2. Найти предел числовой функции. Исследовать функцию на непрерывность.
3. Вычислить производную функции.
4. Исследовать функцию на монотонность и наличие экстремумов.
5. Исследовать характер выпуклости функции и наличие точек перегиба.
6. Найти асимптоты функции.
7. Построить график функции.
8. Написать формулу Тейлора для данной функции.
9. Вычислить неопределенный интеграл.
10. Вычислить определенный интеграл Римана.
11. Вычислить площадь фигуры, объем тела вращения, длину кривой.
12. Найти частные производные функции многих переменных.
13. Найти локальные и глобальные экстремумы функции многих переменных.
14. Вычислить двойной интеграл
15. Исследовать числовой ряд на сходимость. Вычислить сумму ряда.
16. Исследовать функциональный ряд на сходимость. Вычислить сумму ряда.

Тематика заданий домашних работ

1. Исследование числовых последовательностей на монотонность, ограниченность. Вычисление пределов числовых последовательностей.
2. Вычисление пределов функций. Исследование функций на непрерывность и дифференцируемость. Разложение функции по формуле Тейлора.
3. Полное исследование функции и построение графика.
4. Вычисление неопределенных и определенных интегралов. Приложения определенных интегралов.
5. Вычисление кратных и повторных пределов функций многих переменных. Нахождение частных производных. Решение задач на нахождение локальных и условных экстремумов функций многих переменных.
6. Исследование числовых рядов на абсолютную и условную сходимость.

Примеры типовых практических задач.

1. Предел последовательности.

1.Исследовать на монотонность последовательность $\left\{\dfrac{2n^2+4n+2}{2n^2+4n+1}\right\}$

2.Вычислить пределы последовательностей:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^3}{\left(n^2+1\right)^2-\left(n-3\right)^4}$$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[3]{n^2}\cdot\left(\sqrt[3]{n+3}-\sqrt[3]{n+1}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[4]{n}\cdot\left(\sqrt[4]{n+3}-\sqrt[4]{n+1}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-n-3}{n^2+n+3}\right)^{1-2n}$$

$$\lim \frac{n^2}{\qquad}$$

$n\to\infty$ $3+4+5+\ldots+n$

2 <u>Предел функции.</u>

Найти предел функции:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1+4x}-\sqrt[3]{1+8x}}{\sqrt{1+x}}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin\left(2x+x^2\right)}{\ln(e-x)-1}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(2-e^{-2x}-\sin 4x\right)^{1/\operatorname{arctg}3x}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{3\cdot 2^x-2\cdot 3^x}{5\cdot 4^x-4\cdot 5^x}$$

$$\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$$

3 Непрерывные функции.

1. Исследовать на непрерывность функцию $y = \cos 4x$ при $x \in R$.
2. Исследовать на непрерывность функцию $y = \dfrac{1}{1 + 2^{1/x}}$ в точке $x = 0$.

4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

2. Вычислить производную y'_x:

   1) $y = \dfrac{\sin x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x^3 + 7x}$

   2) $y = (x^2 + 4)^{tgx}$

   3) $xy^2 + \sin y = 3^{y+1}$

3. Вычислить производные y'_x и y''_{xx}:

   $\begin{cases} x = 2^{t+1} \\ y = tg(t) \end{cases}$,

4. Для функции $y = \dfrac{1}{x^2 - 4}$,

   a) найти экстремумы, указать промежутки монотонности,
   b) найти точки перегиба, указать промежутки выпуклости/вогнутости,
   c) найти асимптоты (вертикальные и наклонные),
   d) схематично построить график функции .

5. Вычислить предел , используя известные разложения по формуле Тейлора :

   $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos x - \sqrt{1 - x^2}}{\sin 2x - tg\, 2x}$,

6. Найти многочлен Тейлора степени 4 по степеням $x - x_0$ для функции

   $y = (x-2)\ln(x-1) - x^2 + 4x - 1,\ \ x_0 = 2$

5. Интегральное исчисление функций одной переменной.

1. Вычислить неопределенный интеграл.

$$\int \frac{x^2 + 9x - 12}{x^3 - x^2 - 9x + 9}$$

2. Вычислить определенный интеграл.

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x^{13}}\, dx}{x^{15} + 1}$$

3. Выяснить характер сходимости несобственного интеграла

$$\int_2^{\infty} \ln\left(\frac{x^3 + 2x - 1}{x^3 - 2x + 1} \right) dx$$

4. Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси oy фигуры, ограниченной графиками функций $y = \dfrac{1}{1 + 4x^2}, y = 0, 0 \le x \le 1$.

1. Исследовать функцию на наличие экстремумов. Сформулировать необходимое и достаточное условия экстремума функции многих переменных.

$$z(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 30x - 18y + 3$$

2. Найти условные экстремумы функции относительно заданных уравнений связи:

$$z(x, y) = 1 - 4x - 8y\ ,\ x^2 - 8y^2 = 8.$$

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Перечень теоретических вопросов по всему курсу:

1. Множество. Отношения включения и равенства множеств. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение, прямое (декартово) произведение. Нижняя и верхняя грани числового множества.

2. Понятие отображения (функции). Классификация отображений. Обратное отображение. Композиция отображений. Свойства отображений. График функции.

3. Определение предела последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.

4. Предельный переход и отношение неравенства.

5. Свойства бесконечно малых последовательностей. Арифметические операции над пре- делами.

6. Критерий существования предела монотонной последовательности. Важные примеры монотонных последовательностей и их пределы.

7. Число e.

8. Подпоследовательность. Частичные пределы последовательности. Достаточное условие отсутствия предела.

9. Критерий Коши сходимости последовательности.

10. Различные определения предела функции. Примеры пределов. Связь с пределом после- довательности.

11. Свойства предела функции: предел постоянной, единственность предела, ограничен- ность функции, имеющей предел.

12. Предельный переход и отношения неравенства для функций.

13. Предельный переход и арифметические операции для функций.

14. Первый замечательный предел.

15. Критерий Коши существования предела функции.

16. Связь предела функции с односторонними пределами в конечной точке и бесконечности.

17. Второй замечательный предел и его следствия.

18. Критерий существования предела монотонной функции.

19. Сравнение бесконечно малых функций. о-символика. Таблица эквивалентных функций. Примеры вычисления пределов.

20. Эквивалентные определения непрерывной функции. Связь с пределом функции. Приме- ры непрерывных функций.

21. Локальные свойства непрерывных функций.

22. Точки разрыва. Классификация точек разрыва. Примеры.

23. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении для непрерывных функций и ее следствие.

24. Теорема Вейерштрасса о максимальном и минимальном значениях непрерывной функ- ции на отрезке вещественной прямой.

25. Критерий непрерывности монотонной функции на отрезке.

26. Теорема об обратной функции (для непрерывных функций). Непрерывность эле- ментар- ных функций.

27. Определение производной функции в точке.

28. Определение дифференцируемости функции в точке. Дифференциал. Связь с непрерыв- ностью. Геометрический и механический смысл производной и дифферен- циала.

29. Дифференцирование и арифметические операции. Следствия для дифференциалов.

30. Дифференцирование композиции функций. Следствие для дифференциалов.

31. Дифференцирование обратной функции. Примеры. Таблица производных.

32. Производные высших порядков. Правило дифференцирования Лейбница.

33. Лемма Ферма и теорема Ролля.

34. Теорема Лагранжа, ее геометрический смысл и следствия.

35. Теорема Коши из дифференциального исчисления.

36. Правило Лопиталя.

37. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.

38. Локальная формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

39. Единственность многочлена Тейлора. Основные асимптотические формулы. Примеры вычисления пределов.

40. Условия монотонности функции в терминах производных. Необходимое и достаточное условия внутреннего локального экстремума.

41. Достаточные условия внутреннего локального экстремума в терминах высших произ- водных.

42. Выпуклые функции и их свойства.

43. Точки перегиба и их нахождение. Асимптоты. Схема построения графика функции.

44. Первообразная и неопределенный интеграл. Общие приемы отыскания неопределенного интеграла.

45. Интегрирование дробно-рациональных функций.

46. Интегрирование иррациональных функций.

47. Интегрирование тригонометрических функций.

48. Подстановки Эйлера.

49. Определенный интеграл Римана. Задачи, приводящие к понятию интеграла Римана.

50. Определение интеграла Римана, критерий Коши его существования, необходимое усло- вие интегрируемости функции по Риману.

51. Достаточные условия интегрируемости функции по Риману.

52. Интегральные суммы Дарбу, их свойства и теорема Дарбу.

53. Свойства определенного интеграла.

54. Неравенства для интеграла и теоремы о среднем для интеграла.

55. Дифференцирование интеграла с переменным верхним пределом. Существование перво- образных.

56. Формула интегрирования по частям и замена переменной в определенном интеграле.

57. Применения интеграла Римана: длина пути, площадь криволинейной трапеции и объем тела вращения.

58. Понятие о несобственных интегралах. Примеры вычисления несобственных интегралов.

59. Метрическое пространство R^n. . Открытые, замкнутые, ограниченные и компактные множества в этом пространстве.

60. Пределы функций многих переменных. Повторные пределы.

61. Непрерывные функции многих переменных, их локальные свойства. Примеры.

62. Определение дифференциала функции многих вещественных переменных в точке и его единственность.

63. Дифференциал и частные производные функции многих переменных.

64. Достаточное условие дифференцируемости функции многих переменных.

65. Теорема о равенстве смешанных частных производных.

66. Безусловный и условный экстремумы функции многих переменных.

67. Локальные экстремумы функций многих переменных. Необходимое и достаточное усло- вия внутреннего локального экстремума.

68. Числовой ряд и его сумма. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости ряда.

69. Абсолютная сходимость. Критерий сходимости неотрицательного ряда. Теорема сравне- ния для рядов. Признак сходимости Вейерштрасса.

70. Признаки сходимости Коши и Даламбера.

71. Признаки сходимости Дирихле, Абеля и Лейбница.

V. РЕСУРСЫ

5.1 Основная литература

1. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2 т. Т. 1: Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды / Л.Д.Кудрявцев. - 4-е изд.; перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 443 с.
Гриф МО РФ
2. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2 т. Т. 2: Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ / Л.Д.Кудрявцев. - 3-е изд.; перераб. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 424 с. Гриф МО РФ
3. Зорич, В.А. Математический анализ: учебник. Ч. 1 / В.А.Зорич. - 7-е изд.; новое доп. - М.: Изд-во МЦНМО, 2015. - XII, 564 с.
4. Зорич, В.А. Математический анализ: учебник. Ч. 2 / В.А.Зорич. - 7-е изд.; новое доп. - М.: Изд-во МЦНМО, 2015. - XII, 675 с.

5.2 Дополнительная литература

1. Ильин, В.А. Основы математического анализа: учебник: в 2 ч. / В.А.Ильин, Э.Г.Позняк. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. Гриф МО РФ

2. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа: учебник: в 2 т. / Л.Д.Кудрявцев. - 3-е изд.; перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. Гриф МО РФ
3. Математический анализ в вопросах и задачах: учебное пособие / В.Ф.Бутузов [и др.]; под ред. В.Ф.Бутузова. - 5-е изд.; испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 480 с. Гриф МО РФ
4. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 т. / Г.М.Фихтенгольц. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. Гриф МО РФ
5. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие: в 3 т. Т. 1: Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л.Д.Кудрявцев [и др.]; под ред. Л.Д.Кудрявцева. - 2-е изд.; перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 496 с.
6. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие: в 3 т. Т. 2: Интегралы. Ряды / Л.Д.Кудрявцев [и др.]; под ред. Л.Д.Кудрявцева. - 2-е изд.; перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 504 с.
7. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие: в 3 т. Т. 3: Функции нескольких переменных / Л.Д.Кудрявцев [и др.]; под ред. Л.Д.Кудрявцева. - 2-е изд.; перераб. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 472 с

5.3 Профессиональные базы данных, информационные справочные системы, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

№ п/п	Наименование	Условия доступа
	Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы	
1.	Общероссийский математический портал	URL: http://www.mathnet.ru/
2.	Физико-математический ресурс EqWorld	URL: http://eqworld.ipmnet.ru/index.htm
3.	Математика на страницах www	URL: http://www.nsc.ru/win/mathpub/math_www.html

4.	Единое окно доступа к образовательным ресурсам	URL: http://window.edu.ru/window
	Интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)	
1.	Российское образование	URL: http://www.edu.ru

5.4 Материально-техническое обеспечение дисциплины

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используется следующая материально-техническая база:

1. Лекционные занятия:

   а) лекционный зал с мультимедиа оборудованием;

   б) маркерная или обычная доска.

2. Самостоятельная работа:

   а) рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет;

   б) рабочие места студентов, оснащенные компьютером с доступом в Интернет.