

Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

Программа вступительного испытания

по математике

2016 год

Программа вступительного испытания по математике

Настоящая программа состоит из двух разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать в развернутом решении.

Система заданий с развернутым ответом основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы решения в записи развернутого ответа. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивание происходит «в плюс»: оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочеты по сравнению с «эталонным» решением.
2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

Вступительное испытание проводится в форме письменного теста. Состоит из 30 заданий и оценивается из расчета 100 баллов. Время выполнения заданий – 180 минут. Задания теста имеют различный оценочный коэффициент: от 2 баллов за задание базового уровня до 4 баллов за задания с повышенным уровнем сложности или с множественным выбором правильных ответов.

Содержание вступительного испытания по математике

I. Основные понятия

1. Алгебра

1.1. Числа, корни и степени

- 1) Целые числа
- 2) Степень с натуральным показателем
- 3) Дроби, проценты, рациональные числа
- 4) Степень с целым показателем
- 5) Корень степени $n > 1$ и его свойства
- 6) Степень с рациональным показателем и ее свойства

7) Свойства степени с действительным показателем

1.2. Основы тригонометрии

- 1) Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
- 2) Радианная мера угла
- 3) Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
- 4) Основные тригонометрические тождества
- 5) Формулы приведения
- 6) Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- 7) Синус и косинус двойного угла

1.3. Логарифмы

- 1) Логарифм числа
- 2) Логарифм произведения, частного, степени
- 3) Десятичный и натуральный логарифмы, число e

1.4. Преобразования выражений

- 1) Преобразования выражений, включающих арифметические операции
- 2) Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
- 3) Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
- 4) Преобразования тригонометрических выражений
- 5) Преобразование выражений, включающих операцию взятия логарифма
- 6) Модуль (абсолютная величина) числа

2. Уравнения и неравенства

2.1. Уравнения

- 1) Квадратные уравнения
- 2) Рациональные уравнения
- 3) Иррациональные уравнения
- 4) Тригонометрические уравнения
- 5) Показательные уравнения
- 6) Логарифмические уравнения
- 7) Равносильность уравнений, систем уравнений
- 8) Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
- 9) Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- 10) Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
- 11) Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
- 12) Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений

2.2. Неравенства

- 1) Квадратные неравенства
- 2) Рациональные неравенства
- 3) Показательные неравенства
- 4) Логарифмические неравенства
- 5) Системы линейных неравенств
- 6) Системы неравенств с одной переменной

- 7) Равносильность неравенств, систем неравенств
- 8) Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
- 9) Метод интервалов
- 10) Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

3. Функции

3.1. Определение и график функции

- 1) Функция, область определения функции
- 2) Множество значений функции
- 3) График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
- 4) Обратная функция. График обратной функции
- 5) Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрии относительно осей координат

3.2. Элементарное исследование функций

- 1) Монотонность функции. Промежутки возрастания убывания
- 2) Четность и нечетность функции
- 3) Периодичность функции
- 4) Ограниченность функции
- 5) Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
- 6) Наибольшее и наименьшее значения функции

3.3. Основные элементарные функции

- 1) Линейная функция, ее график
- 2) Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график
- 3) Квадратичная функция, ее график
- 4) Степенная функция с натуральным показателем, ее график
- 5) Тригонометрические функции, их графики
- 6) Показательная функция, ее график
- 7) Логарифмическая функция, ее график

4. Начала математического анализа

4.1. Производная

- 1) Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
- 2) Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
- 3) Уравнение касательной к графику функции
- 4) Производные суммы, разности, произведения, частного
- 5) Производные основных элементарных функций
- 6) Вторая производная и ее физический смысл

4.2. Исследование функций

- 1) Применение производной к исследованию функций построению графиков
- 2) Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

4.3. Первообразная и интеграл

- 1) Первообразные элементарных функций

2) Примеры применения интеграла в физике и геометрии

5. Геометрия

5.1. Планиметрия

- 1) Треугольник
- 2) Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
- 3) Трапеция
- 4) Окружность и круг
- 5) Окружность, вписанная в треугольник, и окружность описанная около треугольника
- 6) Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
- 7) Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

5.2. Прямые и плоскости в пространстве

- 1) Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
- 2) Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
- 3) Параллельность плоскостей, признаки и свойства
- 4) Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах
- 5) Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
- 6) Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

5.3. Многогранники

- 1) Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
- 2) Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
- 3) Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
- 4) Сечения куба, призмы, пирамиды
- 5) Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

5.4. Тела и поверхности вращения

- 1) Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 2) Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 3) Шар и сфера, их сечения

5.5. Измерение геометрических величин

- 1) Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
- 2) Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями
- 3) Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
- 4) Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями
- 5) Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора

- 6) Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
- 7) Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

5.6. Координаты и векторы

- 1) Декартовы координаты на плоскости и в пространстве
- 2) Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы
- 3) Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число
- 4) Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
- 5) Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам
- 6) Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

6.1. Элементы комбинаторики

- 1) Поочередный и одновременный выбор
- 2) Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

6.2. Элементы статистики

- 1) Табличное и графическое представление данных
- 2) Числовые характеристики рядов данных

6.3. Элементы теории вероятностей

- 1) Вероятности событий
- 2) Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

II. Требования к поступающему

На экзамене по математике поступающий должен уметь:

1. Уметь выполнять вычисления и преобразования:

- А) выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма;
- Б) вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; вычислять выражение приближенно;
- В) проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

2. Уметь решать уравнения и неравенства:

- А) решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;
- Б) решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- В) решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

3. Уметь выполнять действия с функциями:

- А) определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций;
- Б) вычислять производные и первообразные элементарных функций;
- В) исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами:

- А) решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- Б) решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- В) определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели:

- А) моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;
- Б) моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- В) проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения;
- Г) моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий;

6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- А) анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- Б) описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- В) решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

Рекомендуемая литература

1. Любые учебники по математике для учащихся 10-11-х классов.

Учебные пособия:

2. Иванов А.А., Иванов А.П. Математика. Пособие для систематизации знаний и подготовки к ЕГЭ: Учебное пособие, изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Физматкнига, 2015.

В пособии рассматриваются вопросы школьной программы по математике, глубокое понимание которых особенно важно при изучении высшей математики в вузе, а также вопросы элементарной математики, не нашедшие достаточно полного отражения в школьном курсе. Представлено большое количество практических заданий, взятых из различных источников, а также авторских заданий; предпочтение отдается задачам, при решении которых используются сведения из различных разделов элементарной математики.

3. Иванов А.П. Тесты и контрольные работы по математике. Учебное пособие, 5-е изд. перераб. И доп. М.: Физматкнига, 2008.

В пособии приводятся дидактические материалы в виде тематических и итоговых экзаменационных тестов и контрольных работ для систематизации знаний школьников и абитуриентов по математике, сдающих ЕГЭ или вступительный экзамен как в письменной форме, так и путем тестирования. Пособие предназначено слушателям подготовительных курсов, а также старшеклассникам, которые самостоятельно готовятся к поступлению в вуз или сдаче ЕГЭ.

4. Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 1. М.: Физматкнига, 2015.

Цель издания книги — помочь школьникам в систематизации знаний по математике. Приведены тесты пяти уровней сложности по темам: преобразования алгебраических выражений, простейшие функции, простые уравнения, простые неравенства. Предназначены учащимся общеобразовательных учреждений для самотестирования при подготовке к выпускным экзаменам, централизованному и региональному тестированию, а также к единому государственному экзамену и вступительным экзаменам в вузы; студентам математических специальностей и школьным учителям для проверки знаний учащихся по указанным темам.

5. Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 2. М.: Физматкнига, 2015.

Цель издания книги — помочь школьникам в систематизации знаний по математике. Приведены тесты пяти уровней сложности по темам: логарифмическая и показательная функции, тригонометрия, последовательности, геометрия, производная и ее приложения. Предназначены учащимся общеобразовательных учреждений для самотестирования при подготовке к выпускным экзаменам, централизованному и региональному тестированию, а также к единому государственному экзамену и вступительным экзаменам в вузы; студентам математических специальностей и школьным учителям для проверки знаний учащихся по указанным темам.