



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

НИУ ВШЭ

# ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ АНТЕННЫ В ЗОНЕ ФРЕНЕЛЯ

Грачев А. Е.

Нижний Новгород, 2021

Расстояние до границы дальней зоны:  $R_0 = 2a^2/\lambda$ , (1)

Поле бортового массива:

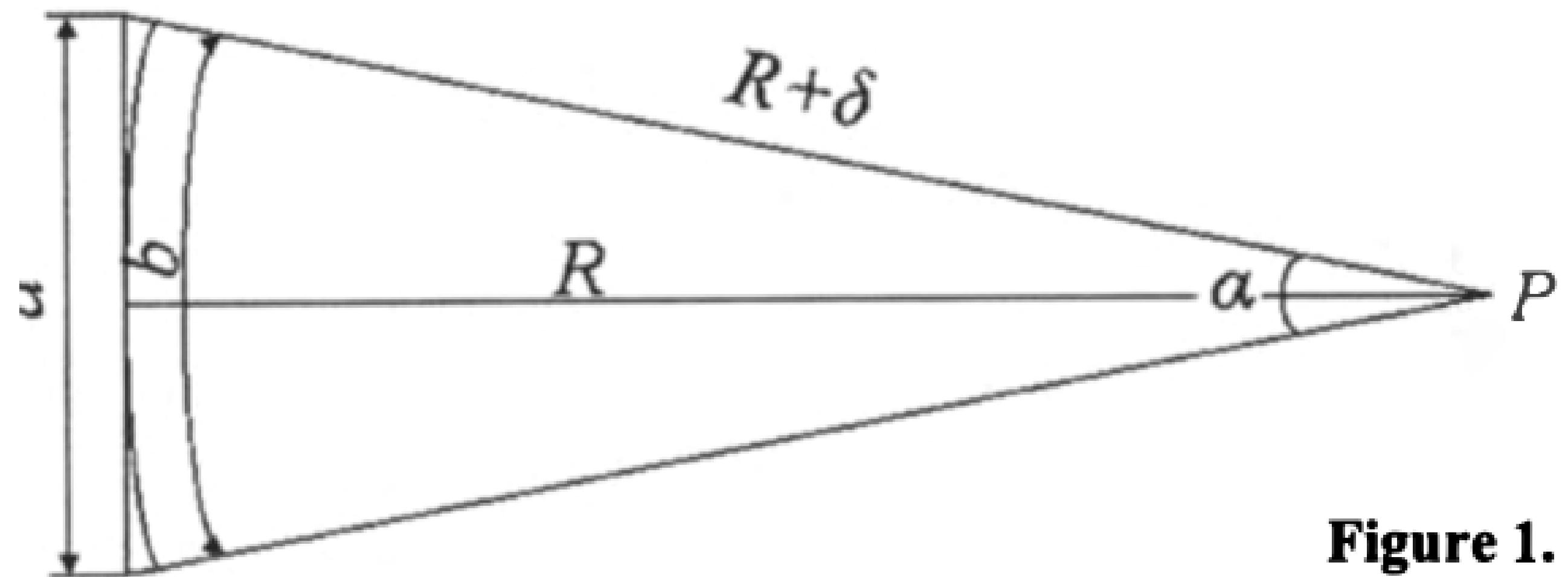


Figure 1.

## Эквивалентная схема бортовой антенной решетки:

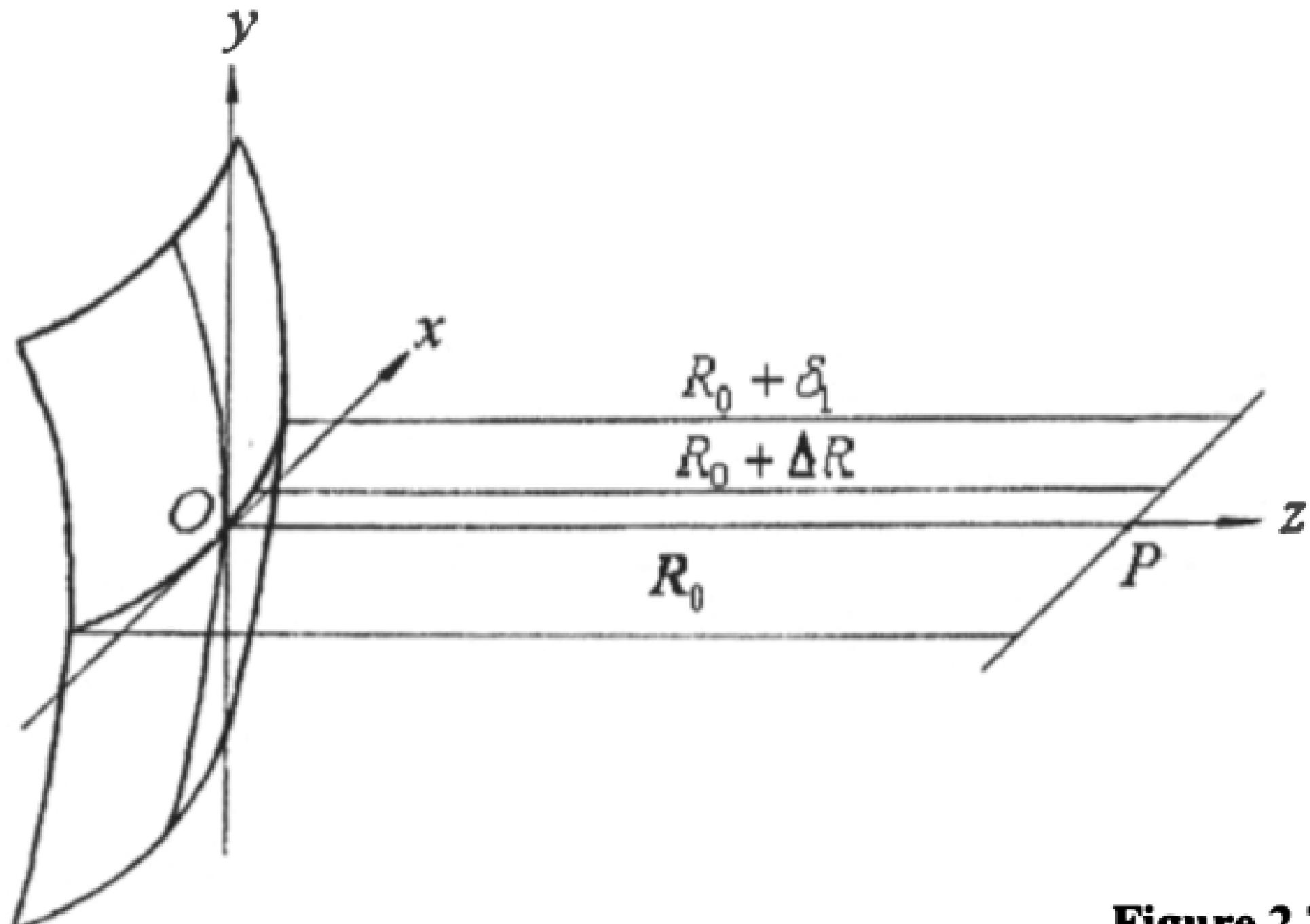


Figure 2.

Как видно из

$$(R_0 + \delta)^2 = R_0^2 + \frac{a^2}{4}. \quad (2)$$

Для  $\delta \ll a, R_0$ ,

$$R^2 + 2R\delta \approx R^2 + a^2/4. \quad (3)$$

То

$$\delta = a^2/(8R). \quad (4)$$



Любой радиус  $R_1$ :

$$R_1 = R + \Delta R, \quad (5)$$

Где аналогично уравнению (4):

$$\Delta R = x^2/(2R). \quad (6)$$

Предположим, что в первом приближении длина волны равна:

$$a_1 = b_1 \left[ 1 + 2/3 (2\delta_1/b_1)^2 \right], \quad (7)$$

Где:

$$b_1 = a_1 \left[ 1 - \delta_1/(3R) \right]. \quad (8)$$

Для прямоугольного массива со сторонами  $a_1$  и  $a_2$ :

$$R_1 = R + (x^2 + y^2)/(2R). \quad (9)$$

Длина проекции площади на ось у аналогично уравнению (8), равна:

$$b_2 = a_2 \left[ 1 - \delta_2/(3R) \right], \quad (10)$$

Где:  $\delta_2 = a_2^2/(8R)$ .



**Поле элементарного диполя равно:**

$$E_\theta = j\eta \frac{kI_0 e^{-jkR_1}}{4\pi R} \sin \theta dx, \quad (11)$$

**Соответственно:**

$$E_{\theta 0} = j\eta \frac{kI_0 e^{-jkR}}{4\pi R} b_1. \quad (12)$$

**Поле диполя, изогнутого по параболе с плечом  $q/2$ , равно:**

$$E_{\theta 1} = j\eta \frac{kI_0 e^{-jkR}}{4\pi R} J, \quad (13)$$

**Где:**

$$J = 2 \int_0^{b_1/2} \frac{e^{-jk\Delta R}}{1 + \Delta R/R} dx = 2 \int_0^{b_1/2} \frac{e^{-jkx^2/(2R)}}{1 + x^2/(2R^2)} dx. \quad (14)$$

**В рамках используемой физической модели,  
которая считает величины  $|a| / (2R)$  и  $x / 2R^2$  малыми,  
и ограничиваясь членами того же порядка малости, мы находим:**

$$\begin{aligned} J &= 2 \int_0^{b_1/2} \left[ 1 - \frac{x^2(1+jkR)}{2R^2} - \frac{k^2x^4}{8R^2} \right] dx \\ &= b_1 \left[ 1 - \frac{a_1^2}{(24R^2)} - \frac{k^2a_1^4}{(640R^2)} - \frac{jka_1^2}{(24R)} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

**С учетом уравнения (8)**

$$E_{\theta 1} = E_{\theta 0} \left[ 1 - \frac{a_1^2}{(12R^2)} - \frac{k^2a_1^4}{(640R^2)} - \frac{jka_1^2}{(24R)} \right]. \quad (16)$$

**Вектор Р10 для прямого диполя равен:**

$$P_{10} = \operatorname{Re}(E_{\theta 0} H_{\phi 0}^*) = \frac{1}{\eta} |E_{\theta 0}|^2 \cdot (17)$$

Для диполя:

$$P_{11} = \operatorname{Re}(E_{\theta} H_{\phi}^*) = \frac{1}{\eta} |E_{\theta 0}|^2 \operatorname{Re} \frac{J J^*}{a_1^2}, \quad (18)$$

Где:

$$\operatorname{Re}(J J^* / a_1^2) = 1 - \frac{a_1^2}{(6R^2)} - \frac{k^2 a_1^4}{(320R^2)} + \frac{k^2 a_1^4}{(576R^2)} = 1 - \frac{a_1^2}{(6R^2)} - \frac{k^2 a_1^4}{(720R^2)}, \quad (19)$$

**То есть:**

$$P_{11} = P_{10} \left[ 1 - \frac{a_1^2}{(6R^2)} - \frac{a_1^4}{(18R^2 \lambda^2)} \right]. \quad (20)$$

**Для выпуклой равномерно возбужденной области со сторонами  $a_1$  и  $a_2$ :**

$$P_1 = P_0 \prod_{i=1}^2 \left[ 1 - \frac{a_i^2}{(6R^2)} - \frac{a_i^4}{(18R^2\lambda^2)} \right], \quad (21)$$

**Для выпуклой и плоской антенны, с равномерно возбужденными**

$$D_1/D_0 = \prod_{i=1}^2 \left[ 1 - \frac{a_i^2}{(6R^2)} - \frac{a_i^4}{(18R^2\lambda^2)} \right]. \quad (22)$$

**Например, если точка наблюдения находится на границе зон Френеля и Фраунгофера, то:**

**Для:  $a_1 = a_2$ ,**

$$a_i^2 = R_0 \frac{\lambda}{2},$$

$$\frac{a_i^2}{(6R^2)} = \frac{\lambda}{(12R)}, \quad (23)$$

$$\frac{a_i^4}{(18R^2\lambda^2)} = \frac{1}{72},$$



## Также

2

$$D_1/D_0 = \left[ 0.9861 - \frac{\lambda}{(12R)} \right]^2 \approx 0.9724 - \frac{\lambda}{(6R)}. \quad (24)$$



**При вдвое меньшем расстоянии погрешность  
значительно возрастет:**

$$\begin{aligned} a_i^2 &= R\lambda, \\ \frac{a_i^2}{(6R^2)} &= \frac{\lambda}{(6R)}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\frac{a_i^4}{(18R^2\lambda^2)} = \frac{1}{18},$$

**То есть:**

$$D_1/D_0 = \left[ 0.944 - \frac{\lambda}{(6R)} \right]^2 \approx 0.892 - \frac{\lambda}{(3R)}, \quad (26)$$

Погрешность в децибелах равна  $4.3\ln$

$$= 4.3 \sum_{i=1}^2 \left[ 1 - \frac{a_i^2}{(6R^2)} - \frac{a_i^4}{(18R^2\lambda^2)} \right]. \quad (27)$$

Так как для  $a \ll 1$ ,  $\ln(1 + a) = a$ , то:

$$\Delta D_1 [\text{dB}] = -5.7 \left[ \frac{(\delta_1 + \delta_2)}{R} + \frac{2.7(\delta_1^2 + \delta_2^2)}{\lambda^2} \right] \quad (28)$$



**Если пренебречь первым членом в уравнении (28), то**

**п**

$$\Delta D_1 \text{ [dB]} = -15.4 \frac{\delta_1^2}{\lambda^2} = -15.4 \left( \frac{a^2}{8R\lambda} \right)^2. \quad (29)$$

**Важно, что:**

$$\log_{10} |\Delta D_1| = -(0.624 + 2 \log_{10} N), \quad (30)$$

Таблица 1. Соотношение D<sub>1</sub>/D<sub>0</sub> для квадратной базальной апертуры:

$\frac{R}{2a^2/\lambda}$	The Proposed Method	[2]	[7]
1	$0.9724 - \lambda/(6R_0)$	0.9726	1
0.5	$0.884 - \lambda/(3R)$	0.895	0.90
0.25	$0.605 - 2\lambda/(3R)$	0.641	0.61
0.167	$0.250 - \lambda/R$	0.383	0.31

Table 1.



Величина поля рассчитывается,  
как и ранее, по уравнению (16). Но:

$$J_1 = 2 \int_0^{b_1/2} \frac{e^{-jkx^2/(2R)}}{1 + \frac{x^2}{(2R^2)}} \cos\left(\frac{\pi x}{a_1}\right) dx. \quad (31)$$

Мы находим:

$$J_1 = \int_0^{b_1/2} \left[ 1 - \frac{x^2(1+jkR)}{(2R^2)} - \frac{k^2x^4}{(8R^2)} \right] [\exp(j\pi x/a_1) + \exp(-j\pi x/a_1)] dx. \quad (32)$$

**Интегрирование выражения для  $J_1$  дает:**

$$J_1 = \frac{2a_1}{\pi} \left[ 1 - \frac{a_1^2}{(40R^2)} - \frac{k^2 a_1^4}{(160\pi^2 R^2)} - \frac{jka_1^2}{(40R)} \right]. \quad (33)$$

**Поле прямого диполя длиной  $v$  и с косинусным распределением тока по его длине равно:**

$$E_{\theta 2} = 2 \frac{E_{\theta 0}}{\pi}. \quad (34)$$

Для изогнутого диполя  $\theta = \pi/2$ ,

$$E_{\theta 3}/E_{\theta 2} = \frac{J_1 \pi}{(2a_1)} = 1 - \frac{a_1^2}{(40R^2)} - \frac{k^2 a_1^4}{(160\pi^2 R^2)} - \frac{jka_1^2}{(40R)}. \quad (35)$$

**Плотность мощности, создаваемая плоской областью, равна:**

$$P_2 = 2P_0/\pi. \quad (36)$$

**Плотность мощности неплоской области с одинаковым распределением полей равна:**

$$P_3 = P_2 \left[ 1 - \frac{a_1^2}{(20R^2)} - \frac{a_1^4}{(40R^2\lambda^2)} \right] \left[ 1 - \frac{a_2^2}{(6R^2)} - \frac{a_2^4}{(18R^2\lambda^2)} \right], \quad (37)$$

**Т.е. погрешность измерения коэффициента усиления в децибелах составляет:**

$$\Delta D_3 = -5.7 \left[ \frac{(0.3\delta_1 + \delta_2)}{R} + \frac{(1.2\delta_1^2 + 2.7\delta_2^2)}{\lambda^2} \right]. \quad (38)$$



$$E_{\theta 4} = E_{\theta 0}/2. \quad (39)$$

Для изогнутого диполя:

$$J_2 = 2 \int_0^{b_1/2} \frac{e^{-jk\Delta R}}{1 + \frac{\Delta R}{R}} \left( 1 - \frac{2x}{a_1} \right) dx = J - \Delta J, \quad (40)$$

Где  $J$  был рассчитан ранее.:

$$\Delta J = \frac{4}{a_1} \int_0^{b_1/2} x \frac{e^{-jkx^2/(2R)} \exp[-jkx^2/(2R)]}{1 + \frac{x^2}{2R^2}} dx = \frac{4}{a_1} \int_0^{b_1/2} x \left[ 1 - \frac{x^2(1+jkR)}{(2R^2)} \right] dx, \quad (41)$$



Т.е.:

$$\Delta J = \frac{a_1}{2} \left[ 1 - \frac{7a_1^2}{(48R^2)} - \frac{k^2 a_1^4}{(384R^2)} - \frac{jka_1^2}{(16R)} \right]. \quad (42)$$

Из этого следует, что:

$$J_2 = \frac{a_1}{2} \left[ 1 - \frac{a_1^2}{(48R^2)} - \frac{a_1^4}{(48R^2\lambda^2)} - \frac{j\pi a_1^2}{(24R\lambda)} \right], \quad (43)$$



А также:

$$E_{\theta 5}/E_{\theta 4} = \frac{2J_2}{a_1} \quad (44)$$

$$= 1 - \frac{a_1^2}{(48R^2)} - \frac{a_1^4}{(48R^2\lambda^2)} - \frac{j\pi a_1^2}{(24R\lambda)}.$$

Рисунок 3а. Приведены результаты расчетов величины  $\Delta D_1$  для антенн с равномерным возбуждением:

а) –  $\Delta D_1, dB$

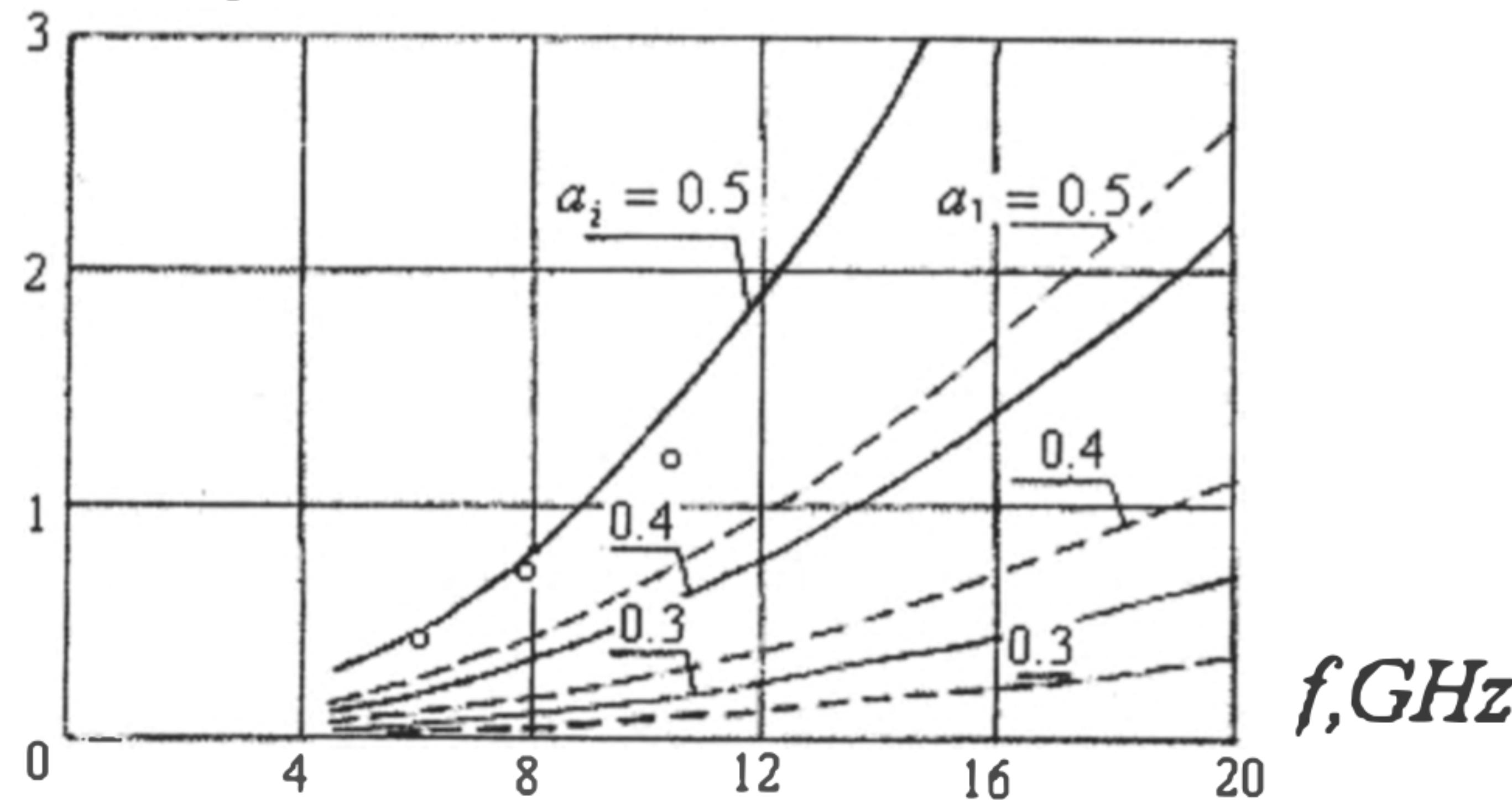
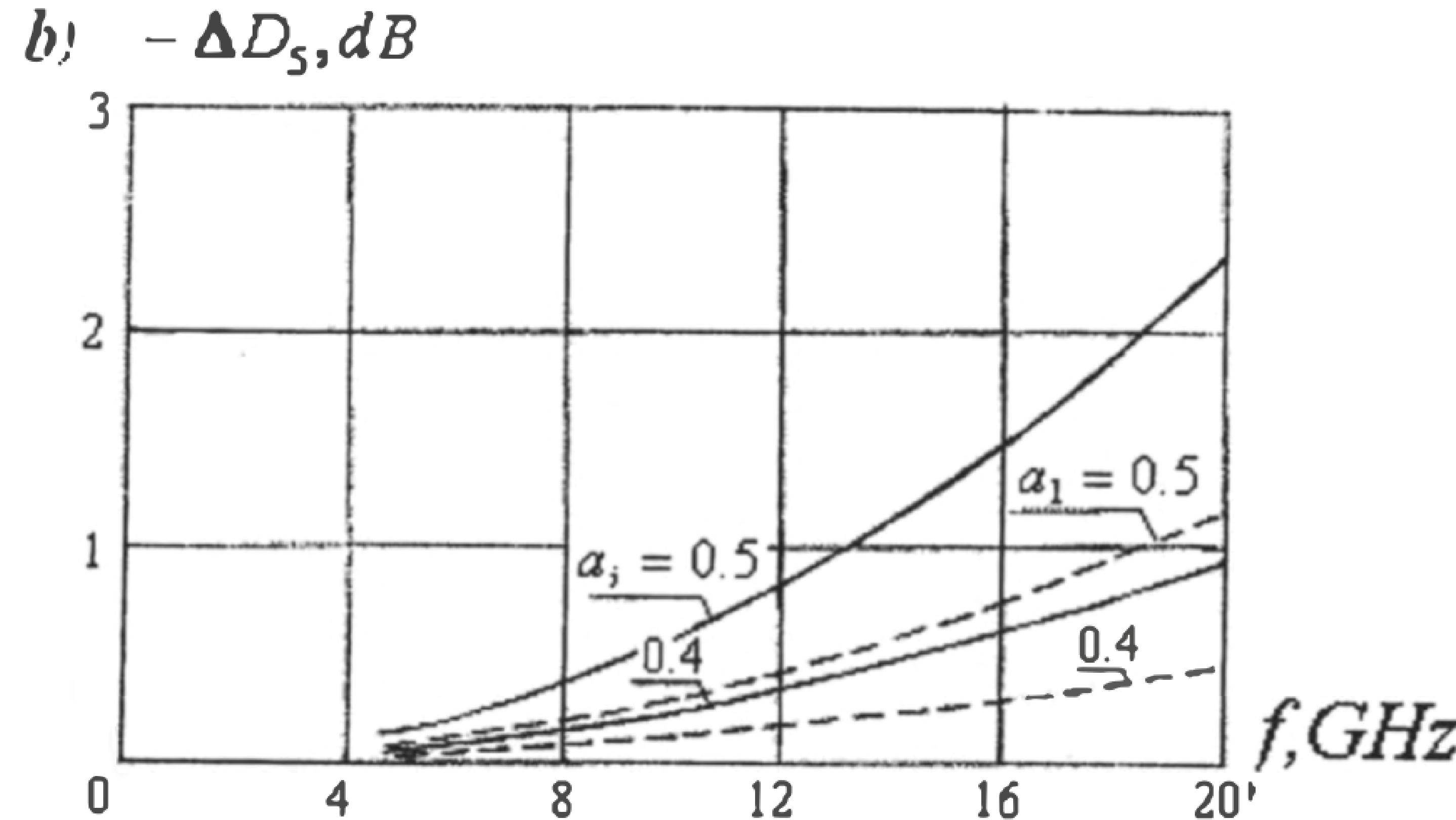


Figure 3а.

**Рисунок 3б. Приведены результаты расчетов величины  $\Delta D_{t:JJ}$  для антенн с неравномерным возбуждением, падающим к краям антенны по линейному закону:**



**Figure 3b.**



**Если Р4-плотность мощности, созданная  
плоской областью с токами, которые  
падают до краев области по линейному закону, т.  $P_4 = P_0/4$ . (45)**

**Плотность мощности выпуклой антенны с таким же распределением**

$$P_5 = P_4 \prod_{i=1}^2 \left[ 1 - \frac{a_i^2}{(24R^2)} - \frac{a_i^4}{(41R^2\lambda^2)} \right]. \quad (46)$$

**Предположим, что в первом приближении длина волны  
равна.**

$$\Delta D_5 = -4.3 \left[ \frac{(\delta_1 + \delta_2)}{3R} + 1.6 \frac{(\delta_1^2 + \delta_2^2)}{\lambda^2} \right]. \quad (47)$$



---

# Спасибо за внимание