

Обзор и сравнение некоторых
асимптотических методов расчета
широкоугольной диаграммы направленности
параболоидных рефлекторных антенн

Р.М. Моисеев, Н.И. Кащеев

Падающие поля на краю параболоида:

$$\vec{E}_r(\rho_0, a, \xi) = A_0 \sqrt{\frac{G_r(a)}{\rho_0}} e^{-jk\rho_0} [\sin \xi \vec{\rho} + \cos \xi \vec{z}] \quad (1.a)$$

$$\vec{H}_r(\rho_0, a, \xi) = A_0 \sqrt{\frac{G_r(a)}{\eta \rho_0}} e^{-jk\rho_0} [-\cos \xi \vec{\rho} + \sin \xi \vec{z}] \quad (1.b)$$

Ток, наводимый на отражатель, составляет:

$$\mathbf{J}_s = \begin{cases} 2(\vec{n}_{refl} \times \vec{H}_i) & \text{illuminated surface} & (2.a) \\ 0 & \text{shadowed surface} & (2.b) \end{cases}$$

где:

$$\vec{H}_i(\rho, \phi, \xi) = \frac{1}{\eta} \vec{\rho} \times \vec{E}_i$$

Уравнение диаграммы направленности в дальней зоне:

$$\vec{E}(r, \theta, \phi) = -j \frac{k \eta}{4\pi r} e^{-jk r} \iint_{S_{refl}} [\mathbf{J}_s - (\mathbf{J}_s \cdot \vec{r}) \vec{r}] e^{jk(\vec{\rho} \cdot \vec{r})} dS \quad (4)$$

Вклад двух краевых точек в дальнее поле определяется выражением:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{\theta,1}(r,\theta,\phi) \\ E_{\phi,1}(r,\theta,\phi) \end{bmatrix} &\approx \left[A_0 \sqrt{\frac{G_f(a)}{\rho_0}} e^{-jk\rho_0} \right] \left[e^{-jkr} e^{jk(a\sin\theta + \rho_0 \cos\alpha \cos\theta)} \right] \left[\frac{1}{r} \sqrt{\frac{a}{\sin\theta}} \right] \cdot \\ &\cdot \left[-\frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\sqrt{2\pi k}} \left[\frac{2}{\sin\theta - \left(\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}\right)(1+\cos\theta)} \right] \right] \left[\frac{\sin(\phi)(\cos\frac{\alpha}{2}\cos\theta + \sin\theta\sin\frac{\alpha}{2})/\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos(\phi)} \right] \cdot (5.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{\theta,2}(r,\theta,\phi) \\ E_{\phi,2}(r,\theta,\phi) \end{bmatrix} &\approx \left[A_0 \sqrt{\frac{G_f(a)}{\rho_0}} e^{-jk\rho_0} \right] \left[e^{-jkr} e^{-jk(a\sin\theta - \rho_0 \cos\alpha \cos\theta)} \right] \left[\frac{e^{j(\pi/2)}}{r} \sqrt{\frac{a}{\sin\theta}} \right] \cdot \\ &\cdot \left[-\frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\sqrt{2\pi k}} \left[\frac{-2}{\sin\theta + \left(\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}\right)(1+\cos\theta)} \right] \right] \left[\frac{\sin(\phi)(\cos\frac{\alpha}{2}\cos\theta - \sin\theta\sin\frac{\alpha}{2})/\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos(\phi)} \right] (5.b) \end{aligned}$$

Расширенная формула Раша:

$$\begin{bmatrix} E_{\theta,1} \\ E_{\theta,2} \end{bmatrix} = \left[A_0 \frac{G_I(a)}{\rho_0} e^{-jk\rho_0} \right] \left[\frac{e^{-jk(r+a\sin\theta-\rho_0\cos\alpha\cos\theta)}}{r} \right] \left[\frac{jae^{\mp j(\pi/4)}}{\sqrt{2} \sin\theta} \right] \cdot \exp \left\{ \pm j \frac{ka\sin\theta}{2} \left[1 \mp \frac{\text{ctg}(\theta/2)}{\text{ctg}(\alpha/2)} \right]^2 \right\} \left[(C_{\pm} - \frac{1}{2}) \mp j(S_{\pm} - \frac{1}{2}) \right] U^{\pm}(\theta) \begin{bmatrix} \sin(\phi) (\cos\theta \pm \frac{\sin\theta}{\text{ctg}(\alpha/2)}) \\ \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (6)$$

где:

$$C_{\pm} = C(W^{\pm}), \quad S_{\pm} = S(W^{\pm}) \quad \text{with} \quad W^{\pm} = \left| \sqrt{\frac{ka\sin\theta}{r}} \left[1 \mp \frac{\text{ctg}(\theta/2)}{\text{ctg}(\alpha/2)} \right] \right| \quad (6.a)$$

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{r}{2}x^2\right) dx, \quad S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{r}{2}x^2\right) dx \quad (6.b)$$

$$\tan(\alpha/2) = a/(2f), \quad U^{\pm}(\theta) = \begin{cases} 1 & (\theta \geq \alpha) \\ \mp 1 & (\theta < \alpha) \end{cases} \quad (6.c)$$

Соотношения могут быть выражены как:

$$\begin{bmatrix} K_s \\ K_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{\text{exact}}/E_{\text{po}} \\ H_{\text{exact}}/H_{\text{po}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |\sin(-\frac{\gamma^d}{2})/\cos(-\frac{\gamma^i}{2})| \\ |\cos(-\frac{\gamma^i}{2})/\sin(-\frac{\gamma^d}{2})| \end{bmatrix} \quad (7)$$

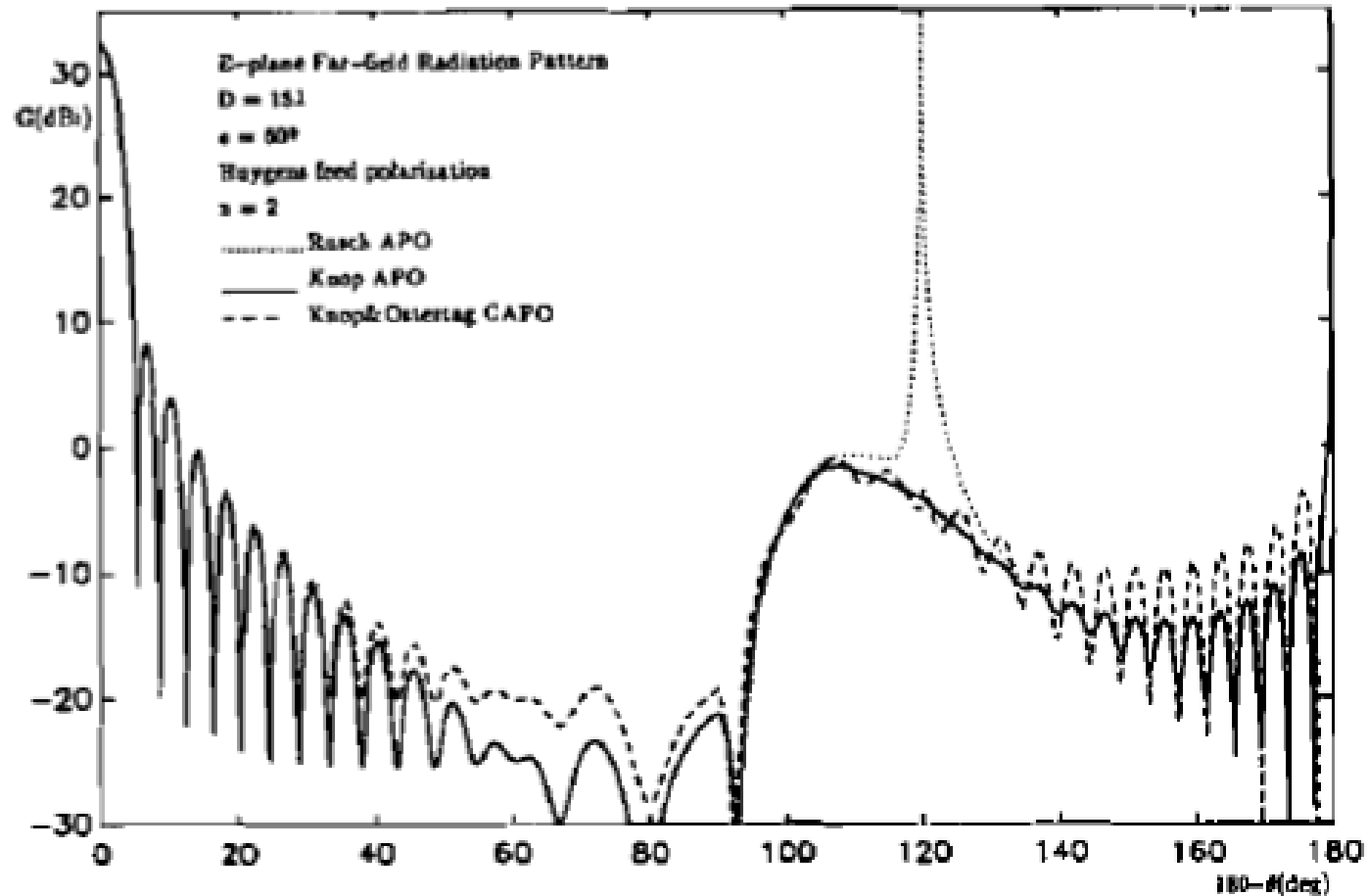


Рис. 2 Диаграммы дальнего поля, рассчитанные с помощью АРО, модифицированного АРО и САРО.

Выражение для дифракции плоской скалярной волны на прямом крае полуплоскости:

$$E_e = D E_i \frac{1}{\sqrt{r}} e^{-jk r} \quad (8)$$

Где D:

$$D_{\frac{1}{2}} = -\frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\sqrt{2\pi k} \sin \beta_0} \left[\frac{1}{\cos \frac{\gamma^d - \gamma^i}{2}} + \frac{1}{\cos \frac{\gamma^d + \gamma^i}{2}} \right] \quad (9)$$

Выражение для дифрагированного поля:

$$E^d(P) = D E^i(Q_i) A(s_i, s_d) e^{-jks_d} \quad (10)$$

Два ненулевых элемента (D и D_h), задаваемые следующим образом:

$$D_{\xi} = -\frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\sqrt{2}\pi k \sin\beta_0} \left[\frac{F[kL^i a(\gamma^d - \gamma^i)]}{\cos\frac{\gamma^d - \gamma^i}{2}} \mp \frac{F[kL^r a(\gamma^d + \gamma^i)]}{\cos\frac{\gamma^d + \gamma^i}{2}} \right] \quad (11)$$

with:

$$F(z) = 2j\sqrt{z} \exp(jz) \int_{\sqrt{z}}^{\infty} \exp(-j\tau^2) d\tau, \quad (11.a)$$

$$a(\gamma^d \mp \gamma^i) = 2\cos^2\left(\frac{\gamma^d \mp \gamma^i}{2}\right), \quad (11.b)$$

$$L^i \text{ and } L^r \text{ are distance parameters.} \quad (11.c)$$

Общее поле вдали от прямого направления можно записать как:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} E_{\theta}^d \\ E_{\phi}^d \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} E_{\theta,1}^d \\ E_{\phi,1}^d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{\theta,2}^d \\ E_{\phi,2}^d \end{bmatrix} \\
 &= A_0 \frac{G_f(a)}{\rho_0} e^{-jk\rho_0} \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho_0 \sin a}{2rk \sin \theta}} \left[\frac{F[2k\rho_0 \sin^2(\frac{a-\theta}{2})]}{\sin(\frac{a-\theta}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\theta}{2})} \right] e^{-j[k\rho_0 \cos(a-\theta) + \frac{\pi}{4}]} + \right. \\
 &\quad \left. + \epsilon_0 \left[\frac{F[2k\rho_0 \sin^2(\frac{a+\theta}{2})]}{\sin(\frac{a+\theta}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\theta}{2})} \right] e^{-j[k\rho_0 \cos(a+\theta) - \frac{\pi}{4}]} \begin{bmatrix} \sin \phi \\ \cos \phi \end{bmatrix} \right] \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$\text{with: } \epsilon_0 = \begin{cases} 1 & (\theta < \frac{\pi-a}{2}) \\ 0 & (\frac{\pi-a}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}) \\ -1 & (\theta > \frac{\pi}{2}) \end{cases} \quad (12.a)$$

Вместо использования коэффициентов краевой дифракции UTD, используемые коэффициенты краевой дифракции UTD умножаются на R:

$$R_{se} = (\sqrt{\lambda} - (\sqrt{\lambda} - e^{-\beta_s/\lambda}) \sin((\theta - \frac{\pi - \alpha}{2}) / (\frac{\alpha}{2\pi}))) / \sqrt{\lambda} \quad (13)$$

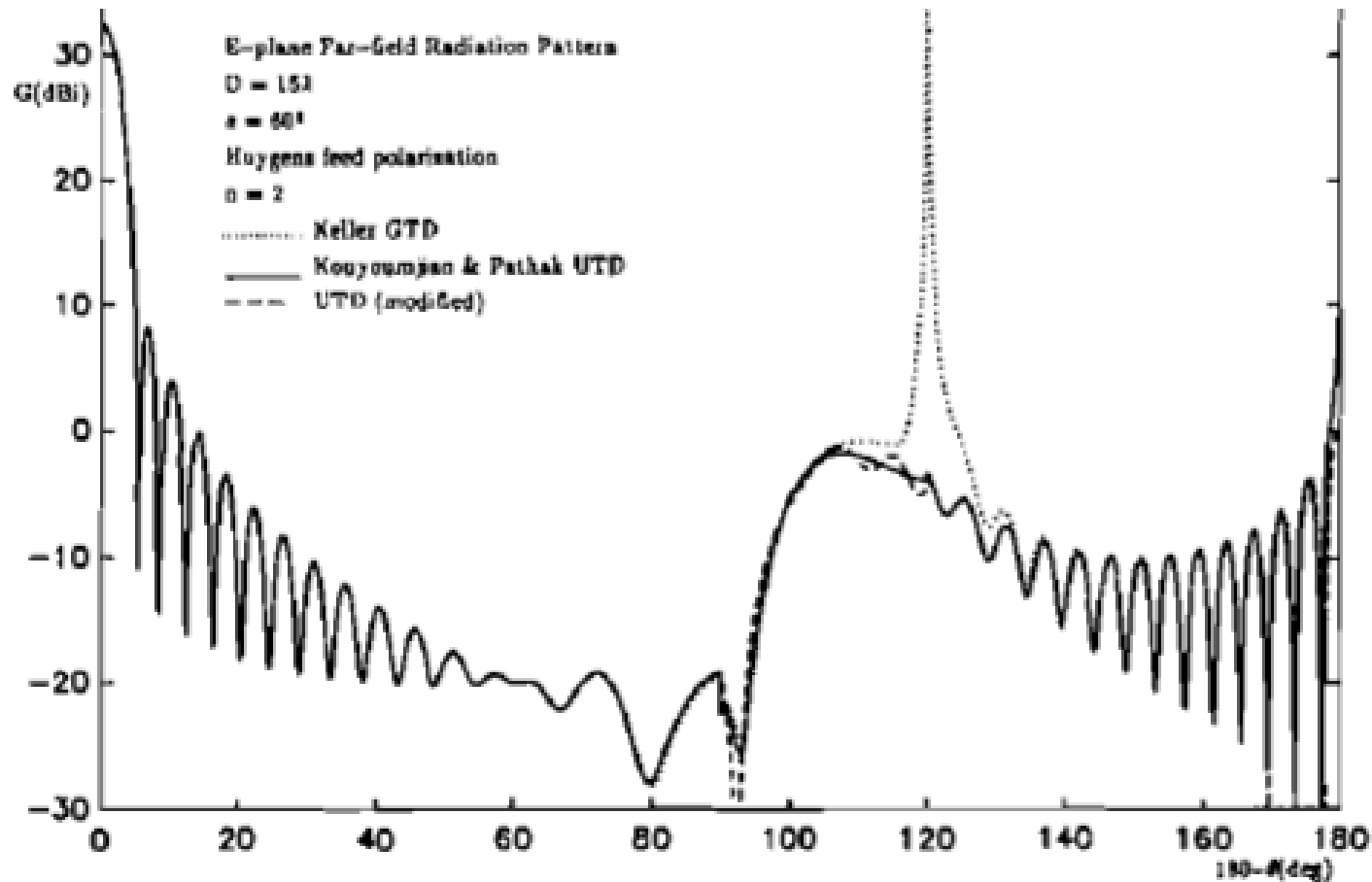


Рис. 3 Диаграммы дальнего поля, рассчитанные с помощью GTD, UTD и модифицированного UTD.

Коэффициенты дифракции GTD могут быть записаны как:

$$\begin{bmatrix} D_{\text{sgtd},1} \\ D_{\text{hgt},1} \end{bmatrix} = \frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\sqrt{2rk}} \begin{bmatrix} 1 & - \\ \sin(\frac{\alpha-\theta}{2}) & \cos(\frac{\theta}{2}) \end{bmatrix} \quad (14.a)$$

$$\begin{bmatrix} D_{\text{sgtd},2} \\ D_{\text{hgt},2} \end{bmatrix} = \epsilon_0 \frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\sqrt{2rk}} \begin{bmatrix} 1 & - \\ \sin(\frac{\alpha+\theta}{2}) & \cos(\frac{\theta}{2}) \end{bmatrix} \quad (14.b)$$

Коэффициенты дифракции APO могут быть получены из уравнения 5:

$$\begin{bmatrix} D_{\text{ap},1} \\ D_{\text{h},1} \end{bmatrix} = -\frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\sqrt{2rk}} \begin{bmatrix} 2 \\ \sin\theta - \left(\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}\right)(1+\cos\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ (\cos\frac{\alpha}{2}\cos\theta + \sin\theta\sin\frac{\alpha}{2})/\cos\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \quad (15.a)$$

$$\begin{bmatrix} D_{\text{ap},2} \\ D_{\text{h},2} \end{bmatrix} = -\frac{e^{-j(\pi/4)}}{2\sqrt{2rk}} \begin{bmatrix} -2 \\ \sin\theta + \left(\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}\right)(1+\cos\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ (\cos\frac{\alpha}{2}\cos\theta - \sin\theta\sin\frac{\alpha}{2})/\cos\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \quad (15.b)$$

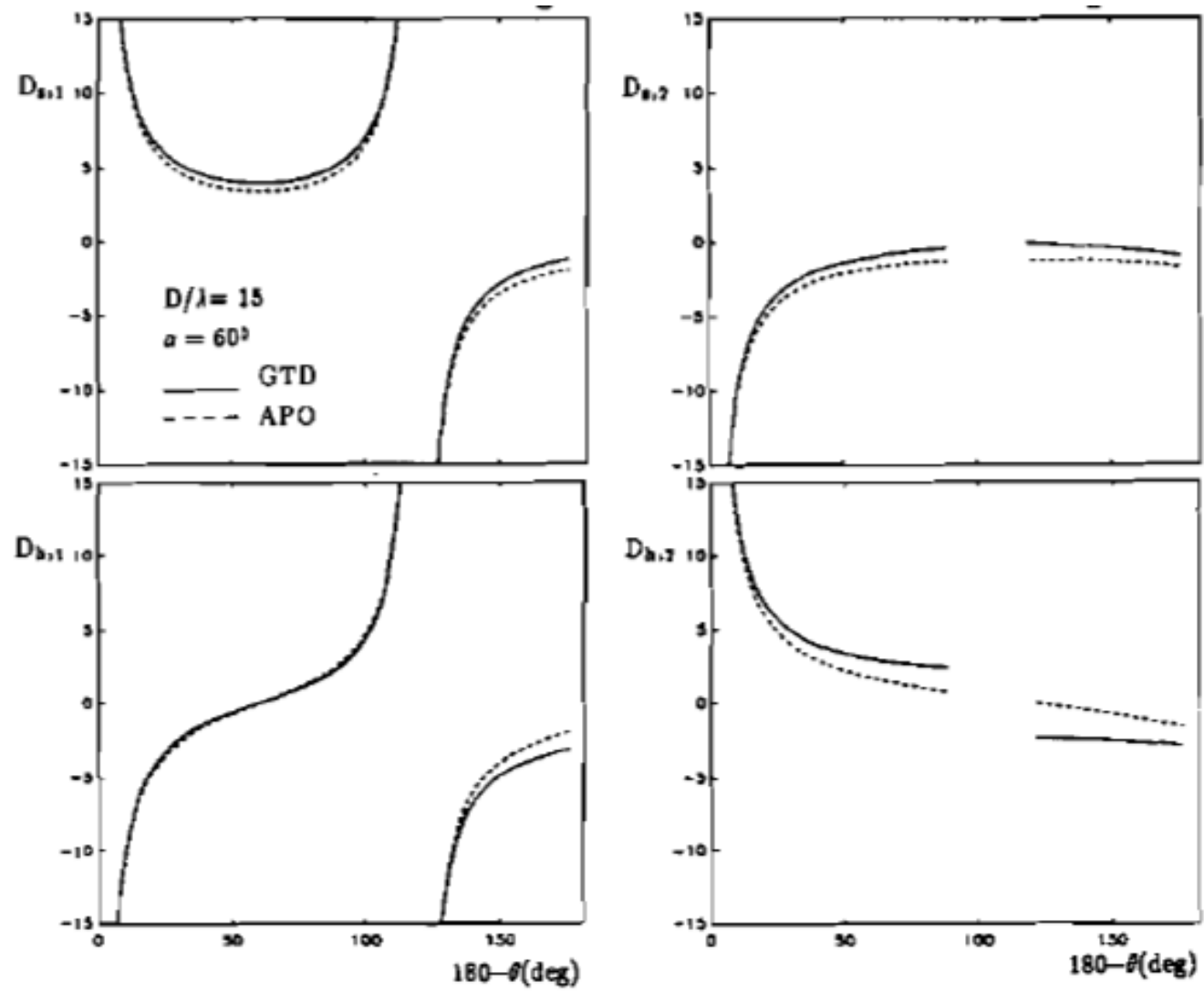


Рис. 4 Коэффициенты дифракции GTD и APO

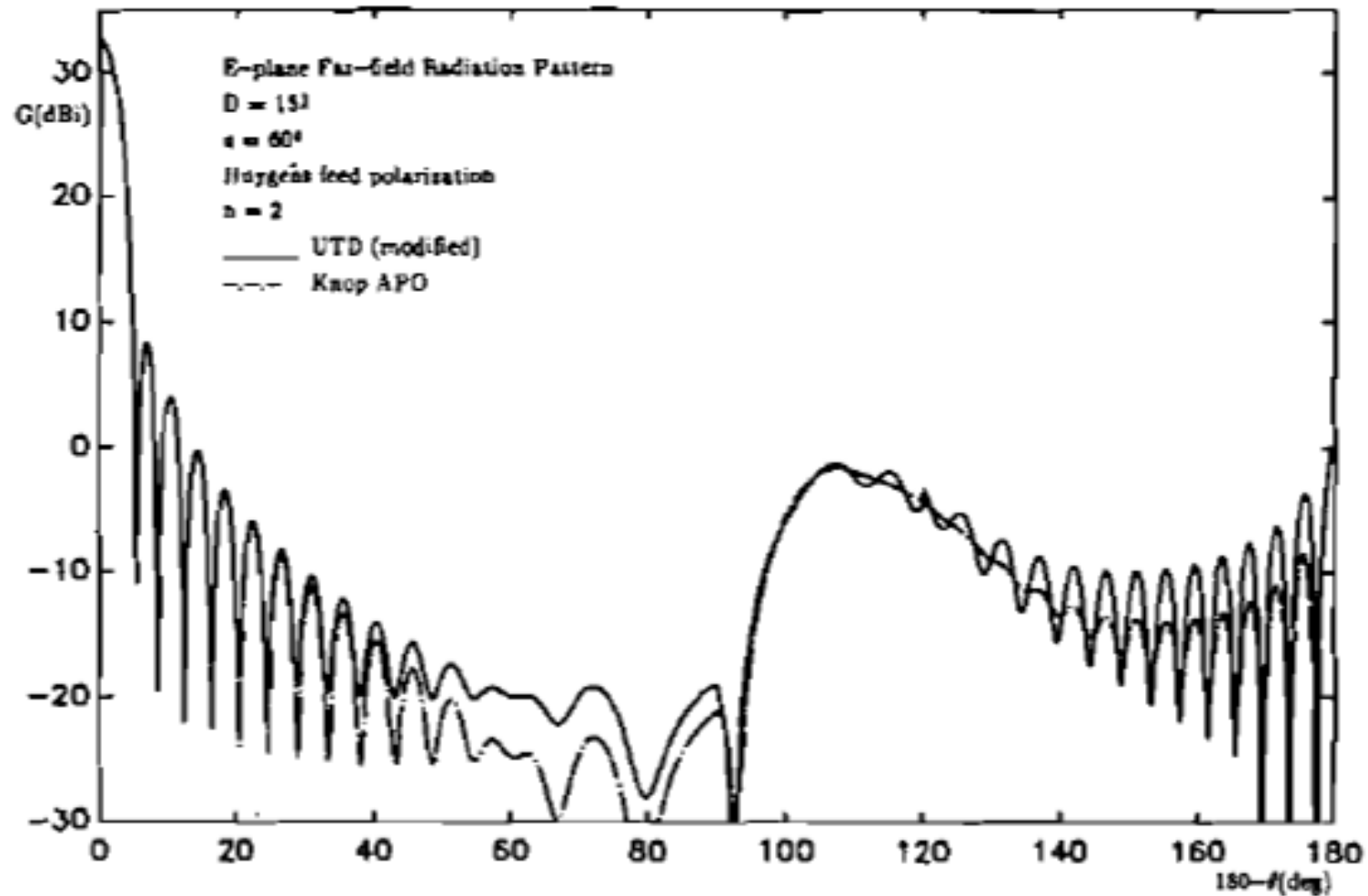


Рис. 5 Диаграммы дальнего поля, рассчитанные с помощью UTD (модифицированный) и APO (модифицированный).

Дифрагированные поля могут быть выражены как:

$$E_{\phi, \theta}^d = E_{r_{\zeta, \psi}}^i D_{s, h} \frac{1}{\sqrt{s}} e^{-jks} \quad (16)$$

Соотношения между дифрагированной и падающей составляющими поля:

$$H_{\phi}^d = \frac{1}{\eta} E_{\theta}^d \quad \text{and} \quad H_{r_{\zeta}}^i = \frac{1}{\eta} E_{r_{\psi}}^i \quad (17)$$

Из формулы 17 легко вывести:

$$H_{\phi}^d = H_{r_{\zeta}}^i D_h \frac{1}{\sqrt{s}} e^{-jks} \quad (18)$$

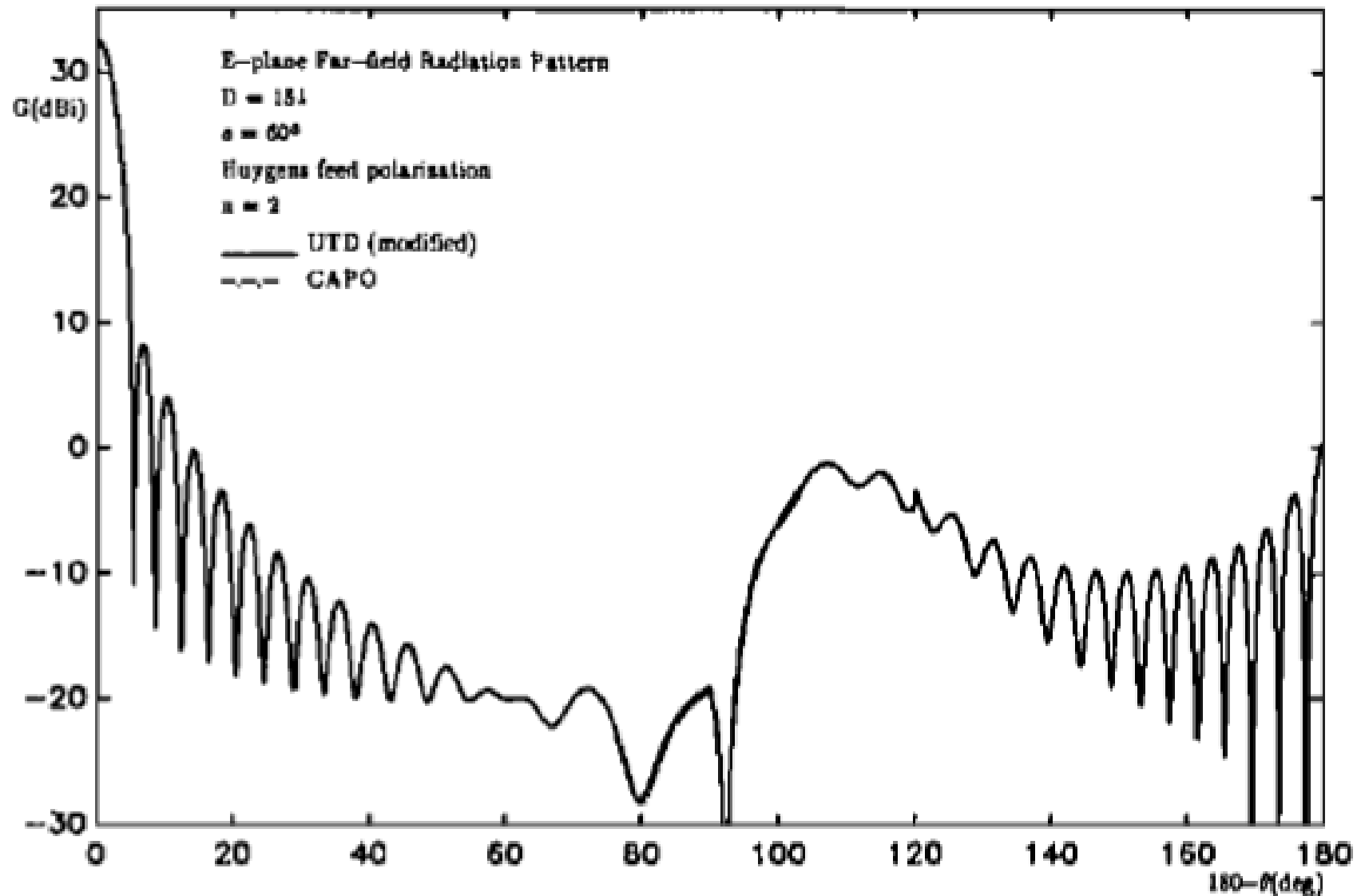


Рис. 6 Диаграммы дальнего поля, рассчитанные с помощью UTD (модифицированного) и CAPO.

Поля благодаря току будут:

$$E_{\phi}^d = -\eta k I_{\xi}^e \sqrt{\frac{j}{8\pi k s}} e^{-jks} \quad H_{\phi}^d = -\frac{k}{\eta} I_{\xi}^m \sqrt{\frac{j}{8\pi k s}} e^{-jks} \quad (19)$$

Ток, называемый эквивалентным краевому току, обозначается так:

$$I_{\xi}^e = -\frac{2\sqrt{2\pi k}}{\eta k} e^{-j(\pi/4)} E_{f\xi}^i D_s \quad I_{\xi}^m = -\eta \frac{2\sqrt{2\pi k}}{k} e^{-j(\pi/4)} H_{f\xi}^i D_h \quad (20)$$

Поле в заднем осевом направлении может быть получено путем интегрирования полей, создаваемых эквивалентными токами на всей кромке отражателя:

$$\mathbf{E}^e(\mathbf{r}, \theta, \phi) = -j \frac{k\eta}{4\pi r} e^{-jk r} \int_{\Gamma} [\Gamma_{\xi}^e - (\Gamma_{\xi}^e \cdot \vec{r}) \vec{r}] e^{jk \rho_0 (\vec{\rho} \cdot \vec{r})} d\Gamma \quad (21.a)$$

$$\mathbf{H}^m(\mathbf{r}, \theta, \phi) = -j \frac{k/\eta}{4\pi r} e^{-jk r} \int_{\Gamma} [\Gamma_{\xi}^m - (\Gamma_{\xi}^m \cdot \vec{r}) \vec{r}] e^{jk \rho_0 (\vec{\rho} \cdot \vec{r})} d\Gamma \quad (21.b)$$

Поле в заднем осевом направлении принимает вид:

$$\begin{bmatrix} E_\theta \\ E_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_\theta^e \\ E_\phi^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_\theta^m \\ E_\phi^m \end{bmatrix} = (A_0 \frac{\sqrt{G_T(a)}}{\rho_0} e^{-jk\rho_0}) \frac{ae^{j\delta}}{4r} e^{-jkr}.$$

where:

$$\begin{bmatrix} \{ \nu_s \cos \theta [J_0(\tau) + J_2(\tau)] + \nu_h [J_0(\tau) - J_2(\tau)] \} \sin \phi \\ \{ \nu_s [J_0(\tau) - J_2(\tau)] + \nu_h \cos \theta [J_0(\tau) + J_2(\tau)] \} \cos \phi \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\nu_s = D_s 2 \sqrt{2\pi k} e^{j(\tau/4)} = \frac{1}{\sin(\frac{\alpha}{2})} - 1, \quad \nu_h = D_h 2 \sqrt{2\pi k} e^{j(\tau/4)} = \frac{1}{\sin(\frac{\alpha}{2})} + 1 \quad (22.a)$$

$$k\rho_0(\vec{\rho} \cdot \vec{r}) = k\rho_0 \sin \alpha \sin \theta \cos(\phi - \xi) + k\rho_0 \cos \alpha \cos \theta = \tau \cos(\phi - \xi) + \delta \quad (22.b)$$

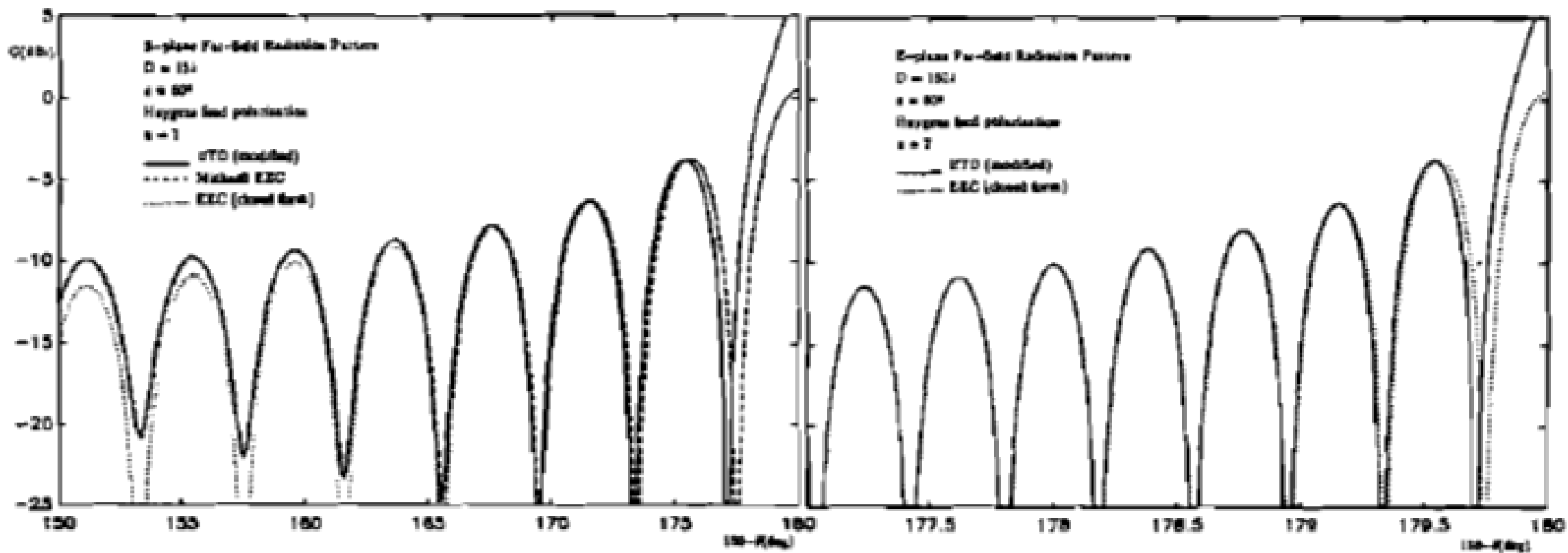


Рис. 7 Диаграммы направленности в дальней зоне в заднем осевом направлении, рассчитанные с помощью UTD и ЕЕС для малой и большой антенной системы с отражателем.

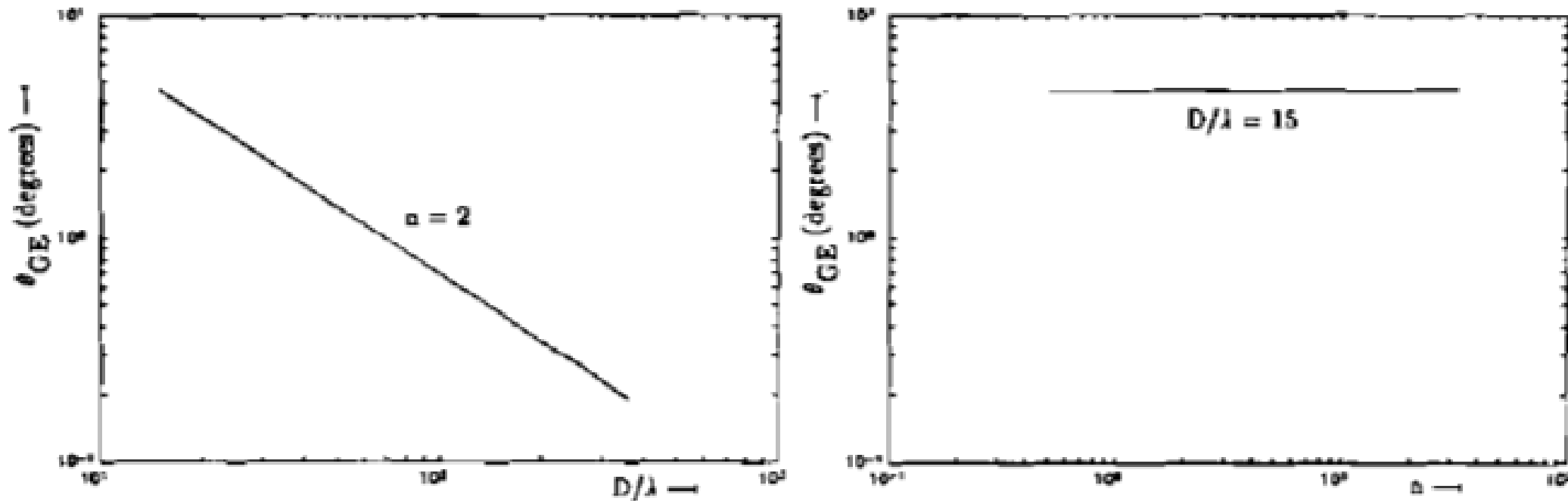


Рис. 8 Угол перехода θ_{GE} как функция D/λ и n .

Спасибо за внимание