

Расчет ближнего поля антенны с
круговой апертурой с
использованием геометрической
теории дифракции

Тюлин И. В., Скулкин С.П.

$$S_1 dA_1 = S_2 dA_2. \quad (1)$$

Предполагая, как и в случае плоских и цилиндрических волн:

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\mu} \right)^{1/2} |E|^2. \quad (2)$$

Для однородной изотропной среды:

$$|E_1|^2 dA_1 = |E_2|^2 dA_2. \quad (3)$$

Области элементов dA_1 и dA_2 пропорциональны произведениям xu и $x'y'$ соответственно. Затем, предполагая постоянную пропорциональность K :

$$dA_1 = Kxy \quad (4)$$

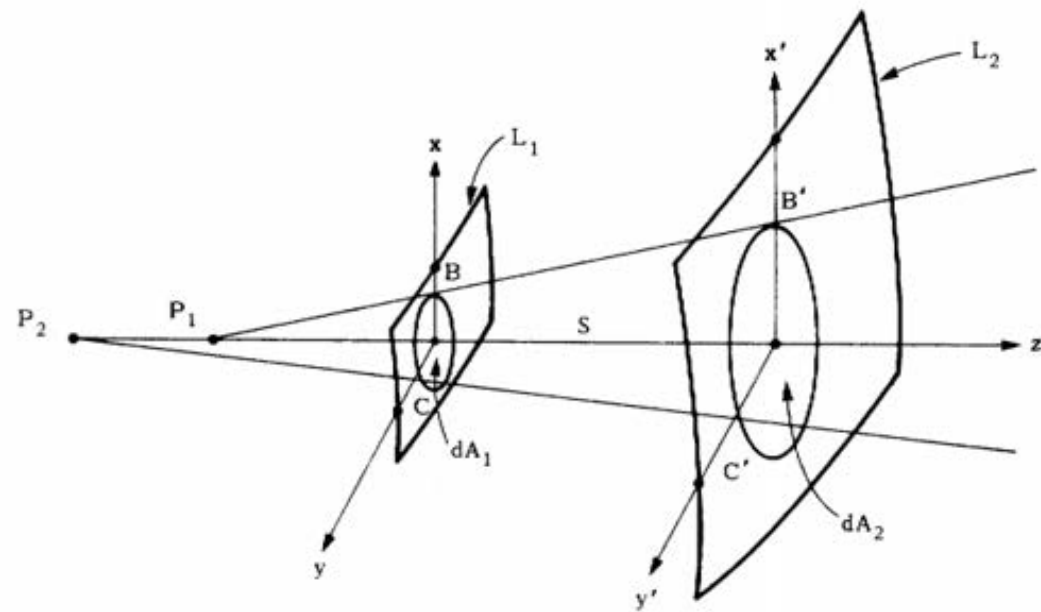
$$dA_2 = Kx'y' \quad (5)$$

На рис. 1 координаты связаны:

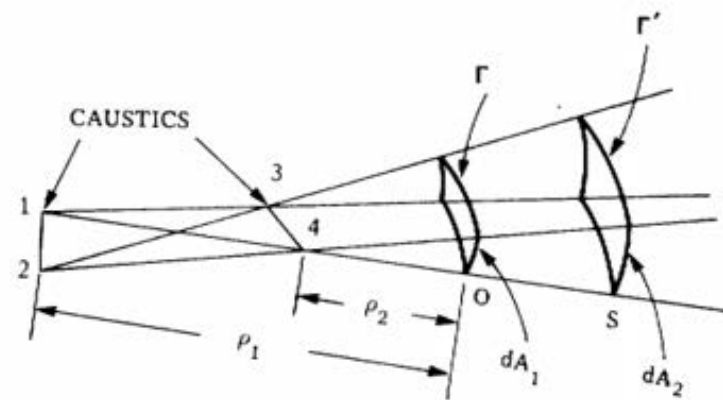
$$\begin{aligned} x' &= \left| \frac{\rho_1 + s}{\rho_1} \right| x \\ y' &= \left| \frac{\rho_2 + s}{\rho_2} \right| y. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), видно, что:

$$dA_2 = \left| \frac{(s + \rho_1)(s + \rho_2)}{\rho_1 \rho_2} \right| dA_1. \quad (7)$$



(a)



(b)

Рис. 1. Поток энергии между волновыми фронтами в однородной среде [2], [6].

И из (3): $|E_2| = |E_1| \left(\left| \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)} \right| \right)^{1/2}$. (8)

Пусть $|E_1|$ равен некоторому начальному значению A_0 , а поле представлено скалярной волновой функцией u , тогда:

$$|u| = A_0 \left(\left| \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)} \right| \right)^{1/2} \quad (9)$$

В приближении геометрической оптики волновой фронт ведет себя локально как плоская волна.

Это соответствует решению скалярного волнового уравнения:

$$u = A(x, y, z) \exp \{j[\omega t - k\psi(x, y, z)]\} \quad (10)$$

Поля фазора, соответствующие (10): $\mathbf{E} = A(x, y, z) \exp [-jk\psi(x, y, z)]$

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}(x, y, z) \exp [-jk\psi(x, y, z)] \quad (11)$$

должно удовлетворять однородной форме уравнений Максвелла:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E}. \quad (12)$$

Замена (11) на (12) дает: $\mathbf{B} = \frac{k}{\omega\mu} (\nabla\psi \times \mathbf{A}) - \frac{1}{j\omega\mu} (\nabla \times \mathbf{A})$ (13)

$$\mathbf{A} = -\frac{k}{\omega\varepsilon} (\nabla\psi \times \mathbf{B}) + \frac{1}{j\omega\varepsilon} (\nabla \times \mathbf{B}). \quad (14)$$

Решая для \mathbf{B} и \mathbf{A} одновременно в (13) и (14), уравнение для \mathbf{A} (или \mathbf{B}) получается следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = & -\frac{1}{n^2} [\nabla\psi(\mathbf{A} \cdot \nabla\psi) - A|\nabla\psi|^2] + \frac{1}{jn^2k} \\ & \times [\nabla\psi \times (\nabla \times \mathbf{A}) + \nabla \times (\nabla\psi \times \mathbf{A})] \\ & + \frac{1}{n^2k^2} [\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A})] \end{aligned} \quad (15)$$

where $n = (\varepsilon/\varepsilon_0)^{1/2}$ and $k = \omega(\mu_0\varepsilon_0)^{1/2}$.

Для (15):

$$\mathbf{A} \cdot \nabla \psi = 0, \quad \mathbf{B} \cdot \nabla \psi = 0, \quad |\nabla \psi|^2 = n^2. \quad (16)$$

Для изотропных сред лучи перпендикулярны волновым фронтам, и, следовательно:

$$\frac{d\psi}{ds} = |\nabla \psi| = n. \quad (17)$$

Интегрирование по исходному значению ψ_0 :

$$\psi = \psi_0 + ns. \quad (18)$$

Поле геометрической оптики на луче может быть записано как:

$$u = A_0 \left[\left| \frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)} \right| \right]^{1/2} \exp [jk(s + \psi_0)] \quad (19)$$

ДИФРАГИРОВАННОЕ ПОЛЕ, РАССЧИТАННОЕ С ПОМОЩЬЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ

Дифрагированное поле края может быть записано из (19): $u_e = \lim_{\rho_2 \rightarrow 0} DA \left[\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + s)(\rho_2 + s)} \right]^{1/2} \exp [jk(s + \psi_0)]$

ρ_1 выражается:

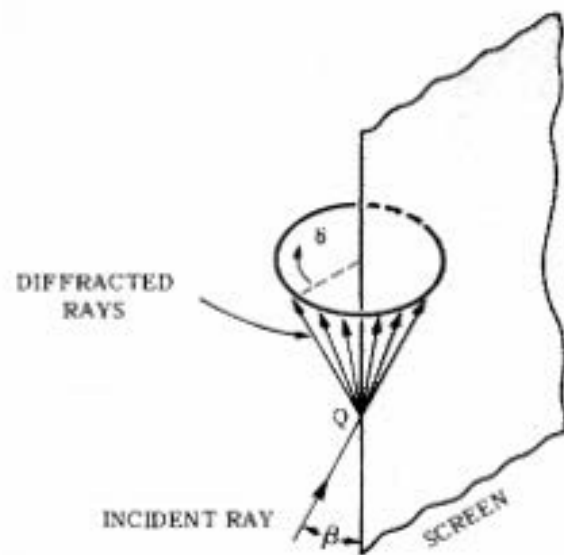
$$\rho_1 = \frac{\rho \sin^2 \beta}{(\rho \beta \sin \beta + \cos \delta)} \quad (21)$$

Константа пропорциональности D:

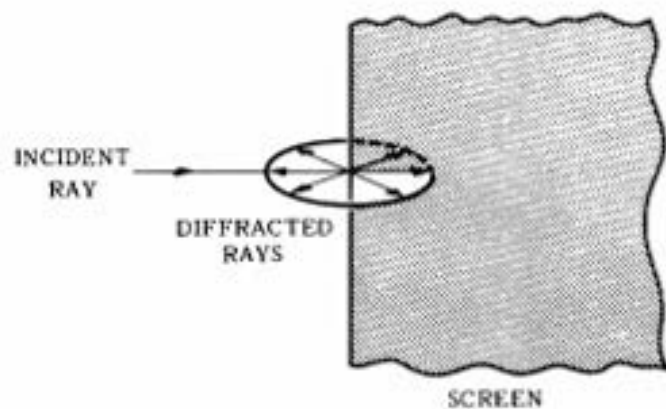
$$D = -\frac{\exp(j\pi/4)}{2(2\pi k)^{1/2} \sin \beta} \left[\sec \frac{1}{2}(\theta - \alpha) \pm \csc \frac{1}{2}(\theta + \alpha) \right] \quad (22)$$

Комбинируя (20)-(22), дифрагированное поле края становится следующим:

$$u_e = -\frac{A \exp [jk(\psi_0 + s) + j\pi/4]}{2(2\pi k)^{1/2} \sin \beta} \times \frac{[\sec \frac{1}{2}(\theta - \alpha) \pm \csc \frac{1}{2}(\theta + \alpha)]}{\left[s \left(1 - \frac{s \cos \delta + \rho \beta \sin \beta}{\rho \sin^2 \beta} \right) \right]^{1/2}}. \quad (23)$$



(a)



(b)

Рис. 2. Закон дифракции лучей. (a) Произвольный угол падения [6]. (b) Нормальный обхват[1]

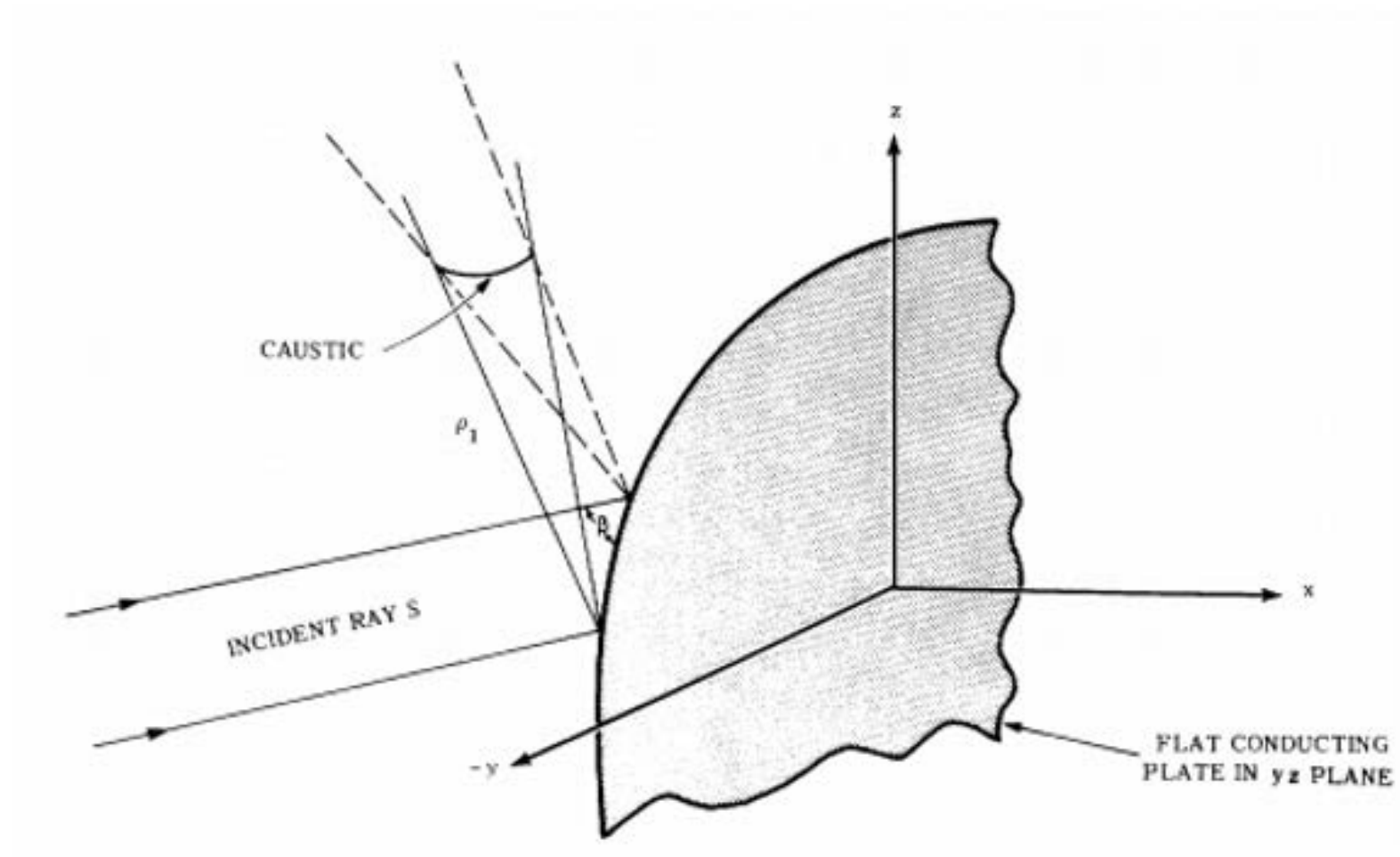


Рис. 3. Дифракция от изогнутого края.

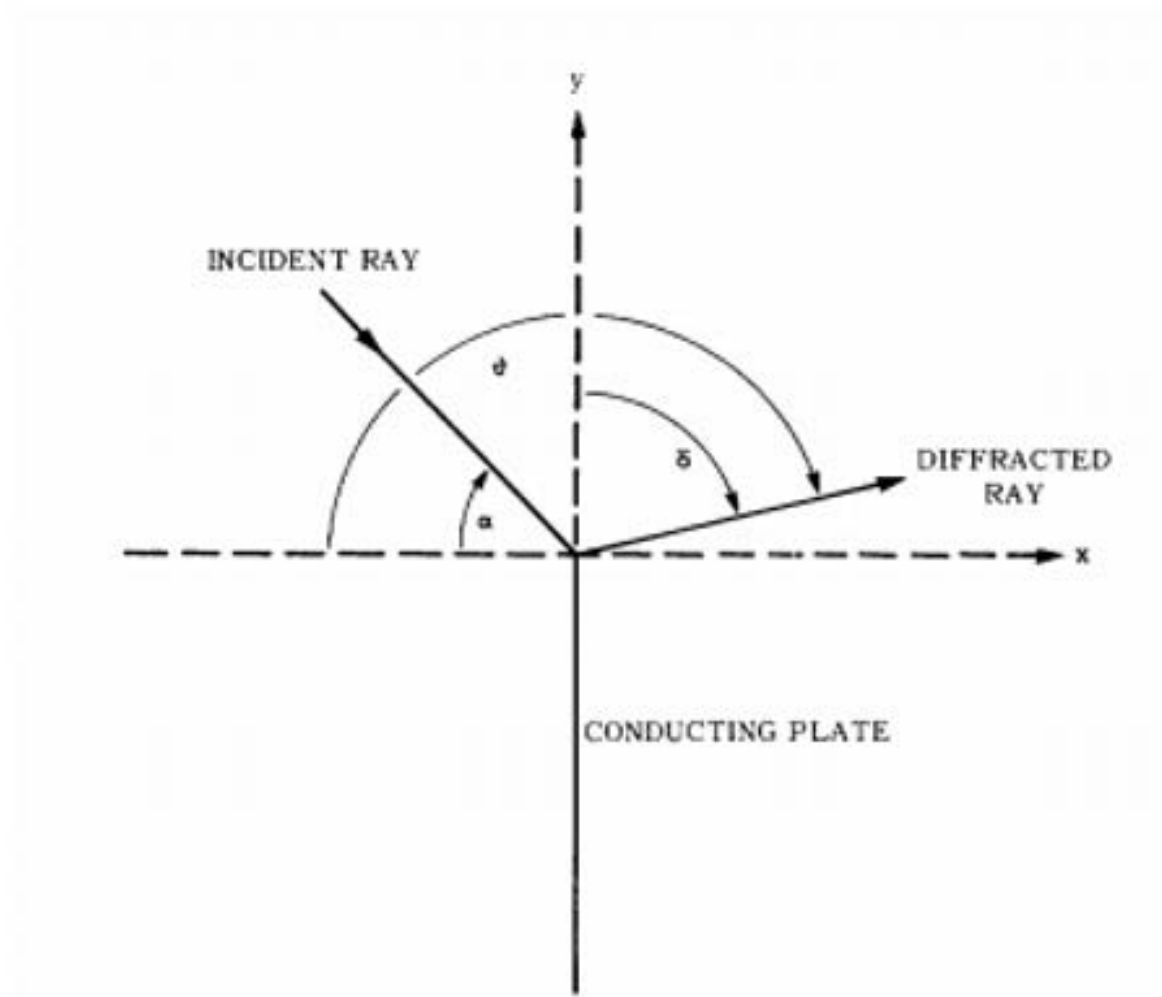


Рис. 4. Углы падения и дифракции.

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ К РАСЧЕТУ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ АНТЕННЫ С КРУГОВОЙ АПЕРТУРОЙ

Общее поле равно:

$$u = u_g + u_e. \quad (24)$$

Поле инцидента:

$$u_g = \begin{cases} \exp(jkx), & -a \leq y \leq a \\ 0, & \text{elsewhere (shadow region)}. \end{cases}$$

Дифрагированное поле:

$$u_e = -\frac{\exp(jkr_1 + j\pi/4) [\sec(\theta_1/2) \pm \csc(\theta_1/2)]}{2(2\pi k)^{1/2} [r_1(1 - a^{-1}r_1 \sin \theta_1)]^{1/2}} - \frac{\exp(jkr_2 + j\pi/4) [\sec(\theta_2/2) \pm \csc(\theta_2/2)]}{2(2\pi k)^{1/2} [r_2(1 - a^{-1}r_2 \sin \theta_2)]^{1/2}} \quad (25)$$

Поле в апертуре изменяется:

$$u(x = 0) = \cos \left[\frac{\pi(y^2 + z^2)^{1/2}}{2a} \right].$$

Вдоль оси y в апертуре это поле может быть аппроксимировано: $u(x = 0, z = 0) = \cos \left(\frac{\pi y}{2a} \right)$.

Падающее поле геометрической оптики становится:

$$u_g = \frac{\exp[jk(x \cos \alpha_c - y \sin \alpha_c)]}{2} + \frac{\exp[jk(x \cos \alpha_c + y \sin \alpha_c)]}{2} = \exp(jkx \cos \alpha_c) \cos [(k \sin \alpha_c)y]. \quad (26)$$

Затем

$$k \sin \alpha_c = \frac{\pi}{2a}$$

И тогда

$$\alpha_c = \sin^{-1} \left(\frac{\lambda}{4a} \right). \quad (27)$$

Краевое дифракционное поле становится:

$$u_e = u_e(\alpha_c) + u_e(-\alpha_c) \quad (28)$$

Где:

$$\begin{aligned} u_e(\alpha) = & \frac{-\exp [jk(r_1 - a \sin \alpha) + j\pi/4]}{2(2\pi k)^{1/2}} \\ & \times \frac{\sec \frac{1}{2}(\theta_1 + \alpha) + \csc \frac{1}{2}(\theta_1 - \alpha)}{\{r_1[1 - (r_1/a) \sin \theta_1]\}^{1/2}} \\ & - \frac{\exp [jk(r_2 + a \sin \alpha) + j\pi/4]}{2(2\pi k)^{1/2}} \\ & \times \frac{\sec \frac{1}{2}(\theta_2 - \alpha) + \csc \frac{1}{2}(\theta_2 + \alpha)}{\{r_2[1 - (r_2/a) \sin \theta_2]\}^{1/2}}. \quad (29) \end{aligned}$$

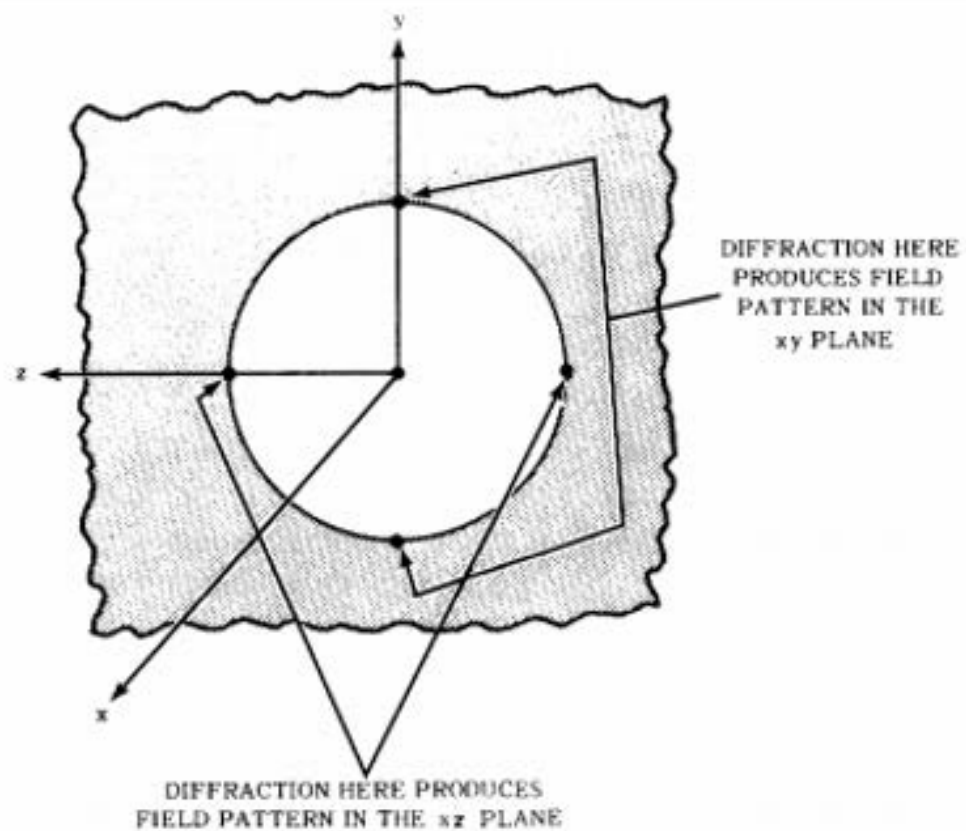


Рис. 5. Дифрагированное поле круглой апертуры создается краевой дифракцией, исходящей из ближайших и наиболее удаленных точек от точки поля.

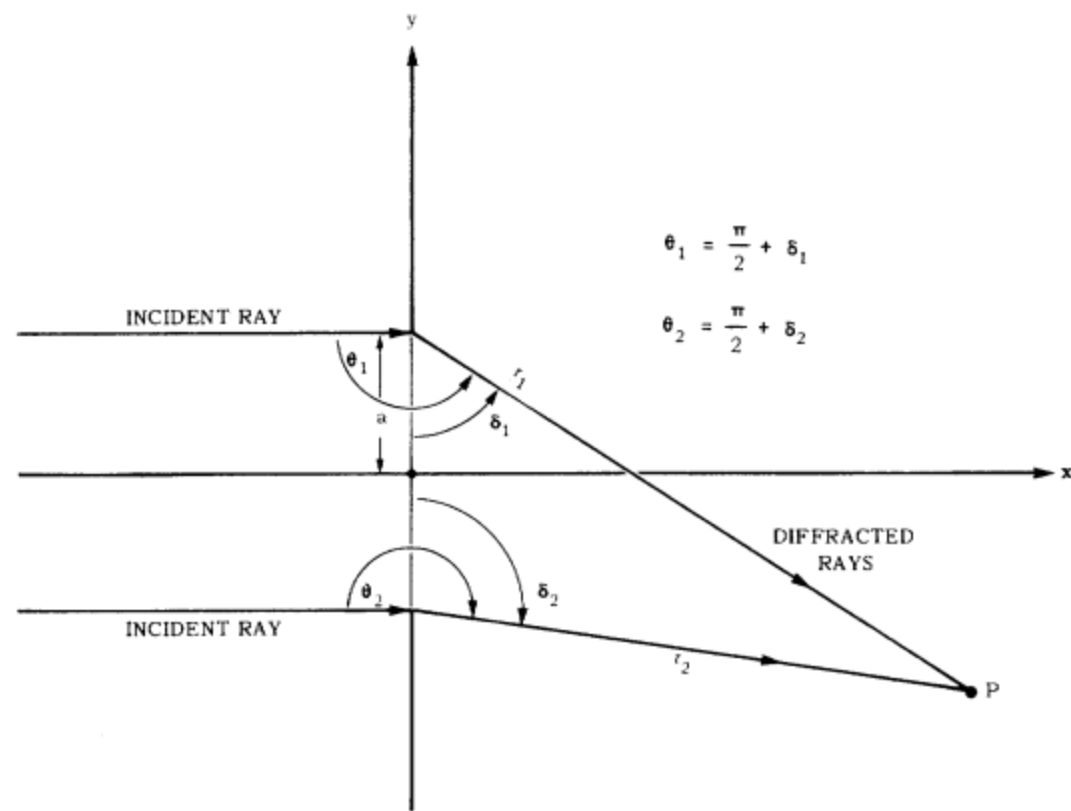


Рис. 6. Система координат для дифракции апертуры.

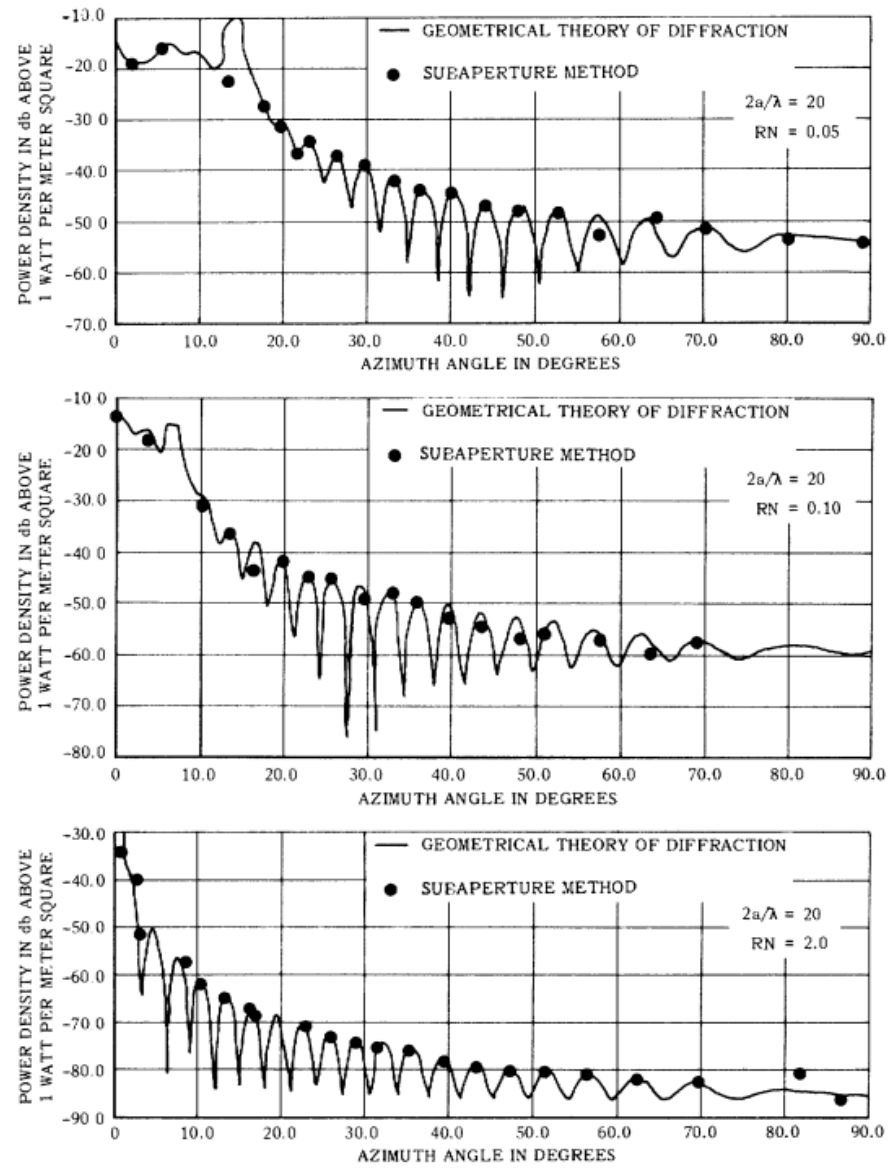


Рис. 7. Плотность мощности, создаваемая равномерно освещенной антенной с круглой апертурой, нормированной на 1 Вт передаваемой мощности.

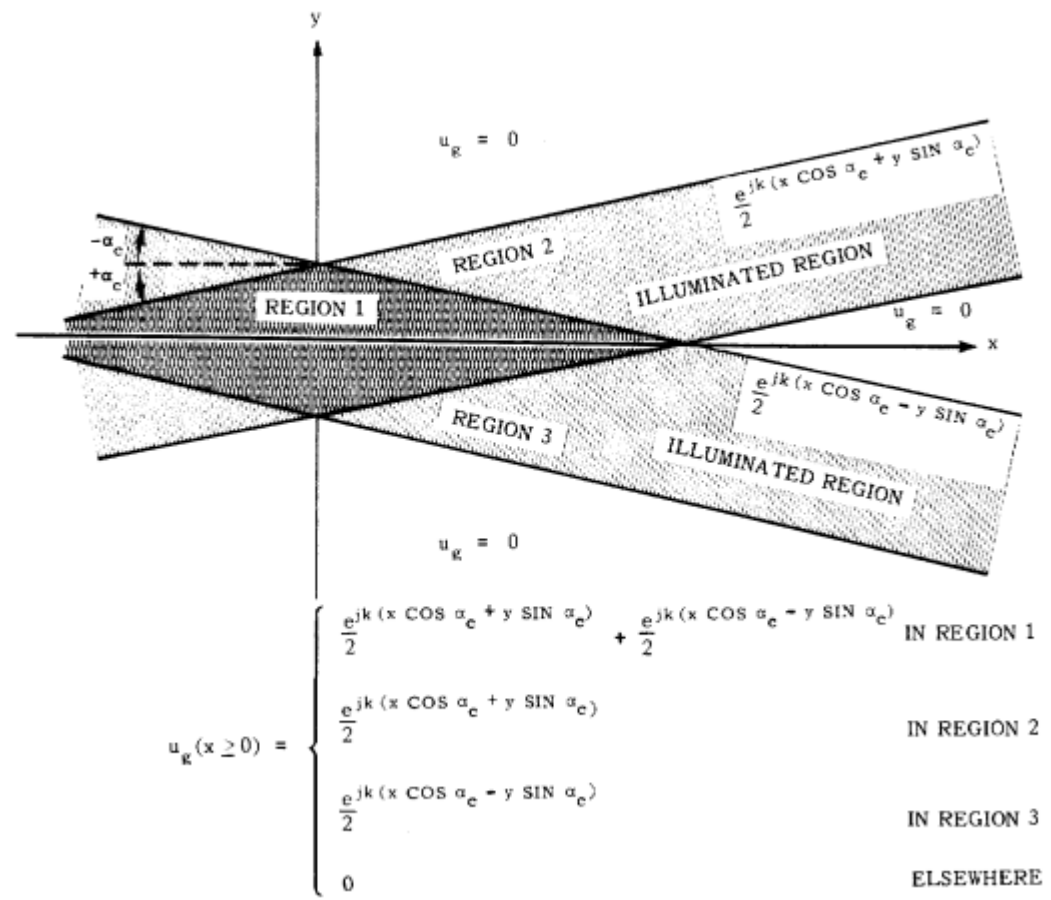


Рис. 8. Определение u_g для случая косинусной освещенности.

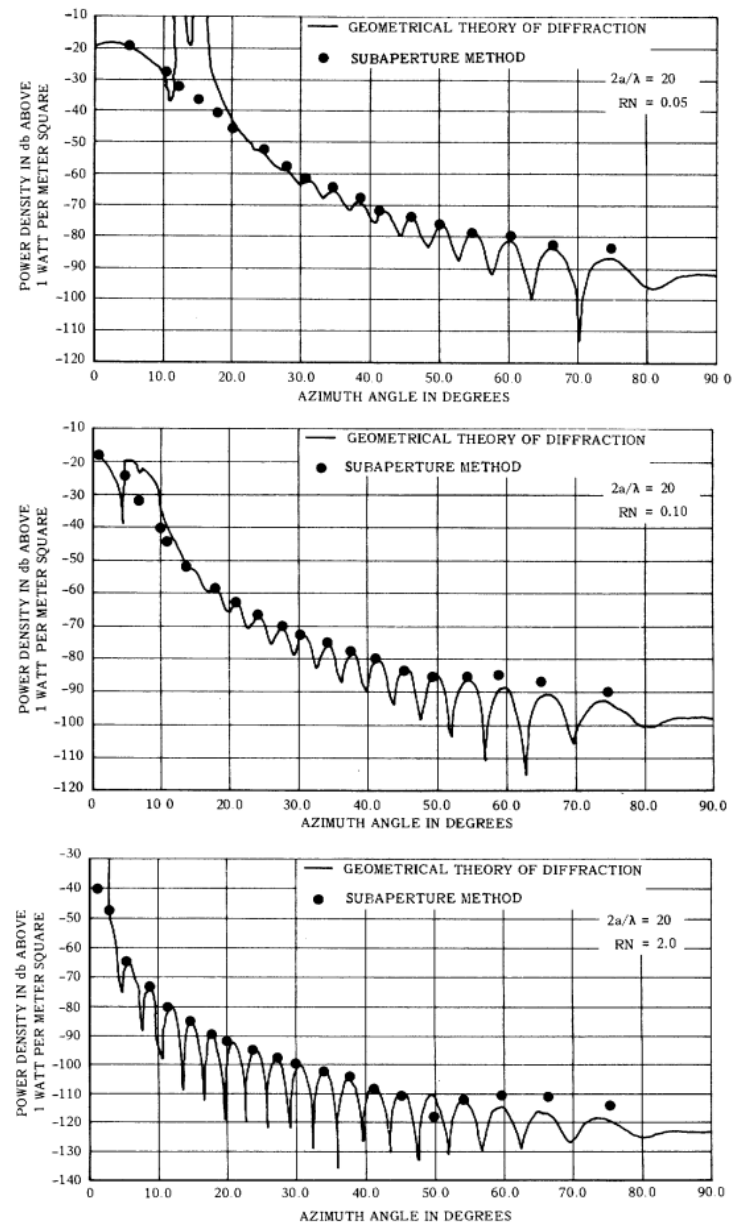


Рис. 9. Плотность мощности, создаваемая антенной с круговой апертурой с косинусной подсветкой, нормированной на 1 Вт передаваемой мощности.

Спасибо за внимание!