

УТВЕРЖДЕНО

Учебно-методическим советом
по довузовскому образованию (УМСДО)
протокол от 30.09.2019 г. №13(э)

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ "ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ"**

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

по математике
(базовый и профильный уровень)

для поступающих на программы высшего образования в 2023 году

2023г.

Программа вступительного испытания по математике для поступающих на программы высшего образования

Настоящая программа предназначена для абитуриентов НИУ ВШЭ, поступающих на программы высшего образования (бакалавриат, специалитет) в 2023г. Программа разработана в соответствии с федеральным государственным стандартом среднего общего образования и отвечает требованиям к математической подготовке выпускника средней общеобразовательной школы Российской Федерации.

Перечень нормативных документов:

1. [Приказ Министерства просвещения № 732 от 12.08.2022г. «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012г № 413».](#)
2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 17 мая 2012 г. N 413 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования".

Программа состоит из двух разделов.

В первом разделе перечислены основные элементы содержания вступительного испытания по математике, знание которых обязательно для абитуриента.

Во втором разделе конкретизируется перечень основных умений и навыков, которыми должен уверенно владеть абитуриент и применять их для решения задач.

Вступительное испытание проводится в форме письменного теста, который состоит из 30 заданий и оценивается из расчета 100 баллов. Время выполнения заданий – 180 минут. Задания теста имеют различный оценочный коэффициент: от 2 баллов за задание базового уровня до 4 баллов за задание повышенного уровня сложности.

I. Содержание вступительного испытания по математике (базовый уровень и углубленный уровень).

Раздел структурирован в соответствии с основными содержательными линиями математического образования, Требования углубленного уровня являются дополнением к требованиям базового уровня. Далее в тексте везде требования углубленного уровня будут отмечены знаком (Угл).

А. Числа и вычисления

Натуральные числа. Сложение, вычитание, умножение и деление натуральных чисел. Сравнение натуральных чисел. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Четные и нечетные числа. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10. **(Угл). Признаки делимости на 6, 11, 25.** Деление с остатком. Разложение натурального числа на простые множители. Общий делитель, наибольший общий делитель. Общее кратное, наименьшее общее кратное.

(Угл). Арифметика остатков (сравнения по модулю). Алгоритм Евклида.

Целые числа. Действия над целыми числами.

(Угл). Позиционные системы счисления.

Обыкновенные дроби. Правильные и неправильные дроби. Основное свойство дроби. Сокращение обыкновенных дробей. Сравнение обыкновенных дробей. Сложение, вычитание, умножение и деление обыкновенных дробей. Смешанные числа и действия над ними.

Десятичные дроби. Сравнение десятичных дробей. Сложение, вычитание, умножение и деление десятичных дробей. Приближенное значение числа. Округление чисел.

Рациональные числа. Действия над рациональными числами.

Иррациональные числа. Действительные числа. Координатная прямая. Изображение чисел на координатной прямой. Модуль действительного числа. Геометрический смысл модуля.

Проценты. Пропорция. Основное свойство пропорции. Прямая и обратная пропорциональность.

Степень с натуральным и целым показателем.

Степень с рациональным показателем.

Степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Десятичный логарифм. **(Угл). Натуральный логарифм, число e .**

Радииан. Число π .

Синус, косинус, тангенс, котангенс числа.

(Угл). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

В. Выражения и их преобразования

Числовые выражения. Алгебраические выражения. Тождественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения: $a^2 - b^2$; $(a \pm b)^2$.

(Угл). Формулы $a^3 \pm b^3$, $a^n \pm b^n$. Бином Ньютона $(a \pm b)^n$.

Одночлен и многочлен. Сложение, вычитание, умножение многочленов, деление многочлена на одночлен. Разложение многочлена на множители. Тождественные преобразования многочленов.

Рациональные дроби. Основное свойство дроби. Действия над алгебраическими дробями. Тождественные преобразования рациональных выражений.

Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Корень n -й степени ($n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$), его свойства для случаев четного и нечетного значений числа n . Арифметический корень. Свойства арифметических корней.

Свойства степеней с натуральным и целым показателями.

Свойства степеней с рациональными показателями.

Основное логарифмическое тождество.

Логарифм произведения, степени, частного. Переход к логарифму с другим основанием.

Тождественные преобразования выражений, содержащих логарифмы.

Соотношения между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одной переменной.

Формулы приведения.

Формулы для $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$, и половинного угла.

(Угл). Формулы для $\sin 3\alpha$, $\cos 3\alpha$. Универсальная тригонометрическая подстановка.

Формулы для $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\sin(\alpha \pm \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)$, $\cos \alpha \pm \cos \beta$, $\sin \alpha \pm \sin \beta$.

Тождественные преобразования тригонометрических выражений.

(Угл). Формула вспомогательного угла.

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin(x + \varphi), \text{ где } \sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \cos x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

С. Уравнения и неравенства

Уравнения. Корень уравнения. Равносильные уравнения.

Линейные уравнения.

Квадратное уравнение. Формулы корней квадратного уравнения.

Теорема Виета.

Рациональные уравнения.

Иррациональные уравнения.

Тригонометрические уравнения.

Числовые неравенства, их геометрическая интерпретация. Свойства числовых неравенств.

Неравенства с одной переменной. Решение неравенств с одной переменной. Двойные неравенства. Равносильные неравенства.

Линейные неравенства.

Квадратные неравенства.

Рациональные неравенства. Дробно-рациональные неравенства. Метод интервалов для решения рациональных неравенств.

Системы линейных, квадратных, рациональных уравнений с двумя переменными.

Системы линейных, квадратных, рациональных неравенств с одной переменной. Двойные неравенства.

Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.

Д. Координаты и функции

Линейные и столбчатые диаграммы.

Координатный луч. Координата точки.

Координатная прямая и координатная плоскость. Определение координат точки на координатной прямой и на координатной плоскости. Построение точки по ее координатам.

Прямоугольная система координат. Расстояние между двумя точками на координатной плоскости.

Понятие функции. Область определения функции. Область (множество) значений функции. Способы задания функции. График функции. Нули функции. Промежутки, где функция сохраняет свой знак. Четность и нечетность функции. Периодичность функции. Возрастание и убывание функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

График уравнения с двумя переменными. Уравнения прямой и окружности. Геометрическая интерпретация решений системы двух уравнений с двумя переменными.

Функция $f(x) = ax + b$, ее свойства и график.

Функция $f(x) = \frac{k}{x}$, $k \neq 0$, ее свойства и график.

Функция $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, ее свойства и график.

Функция $f(x) = x^3$, ее свойства и график.

Функция $f(x) = \sqrt{x}$, ее свойства и график.

Функция $f(x) = |x|$, ее свойства и график.

Функция $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) ее свойства и график.

Функция $f(x) = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) ее свойства и график.

Функции $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \operatorname{tg} x$, свойства и график.

Степенная функция с рациональным показателем.

(Угл). Указанные выше функции в общем виде, их свойства и графики.

Преобразования графиков функций.

Числовая последовательность. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Производная, физический смысл производной, геометрический смысл производной. Производные функций: постоянная, линейная, квадратичная, степенная, $f(x) = \frac{k}{x}$, $k \neq 0$. Правила нахождения производной суммы, произведения, частного двух функций. Связь между знаком производной функции и ее возрастанием или убыванием.

(Угл). Производная сложной функции.

Первообразная, определенный интеграл. Геометрический смысл интеграла.

(Угл). Формула Ньютона – Лейбница и примеры её использования для нахождения физических и геометрических величин.

(Угл). Дифференциальное уравнение. Решение дифференциального уравнения.

Вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками.

(Угл). Координаты в пространстве. Нахождение геометрических величин (см выше) с помощью координатного метода.

(Угл). Движения в пространстве, преобразование подобия.

(Угл). Разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; векторный и координатный метод для решения геометрических задач.

(Угл). Матрица 2×2 и 3×3 , определитель матрицы, геометрический смысл определителя.

Е. Геометрические фигуры и их свойства

Точка, прямая, плоскость.

Луч, отрезок, угол.

Биссектриса угла.

Центрально-симметричные и осесимметричные фигуры.

Вертикальные углы, смежные углы.

Многоугольник. Стороны, углы, диагонали многоугольника.

Треугольник, его медианы, биссектрисы, высоты. Прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники. Свойство биссектрисы треугольника. Свойство медианы треугольника. Соотношения между сторонами и углами произвольного и прямоугольного треугольника.

Равенство треугольников. Признаки равенства треугольников.

Равнобедренный треугольник. Свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Равносторонний треугольник.

Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых. Свойства параллельных прямых.

Перпендикулярные прямые. Перпендикуляр и наклонная.

Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.

Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Теорема Фалеса.

Подобие треугольников. Коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. Свойство площадей подобных треугольников.

Теорема Пифагора. Обратная теорема Пифагора.

Средняя линия треугольника и ее свойства. Средняя линия трапеции и ее свойства.

Сумма углов треугольника. Внешний угол треугольника. Неравенство треугольника.

Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Дуга окружности.

Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная и секущая к окружности.

Центральные и вписанные углы.

Замечательные точки треугольника. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.

Вписанные и описанные четырехугольники.

Теорема синусов. Теорема косинусов. Решение треугольников.

(Угл). Чевианы треугольника. Теорема Чевы, теорема Менелая.

(Угл). Окружность 9-ти точек (теорема Эйлера).

Правильные многоугольники.

Взаимное расположение точек, прямых и плоскостей.

Параллельные прямые в пространстве. Признак параллельности прямых.

Прямая, параллельная плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.

Скрещивающиеся прямые. Признак скрещивающихся прямых. Угол между прямыми в пространстве.

Параллельные плоскости. Признак параллельности плоскостей.

Свойства параллельных прямых и плоскостей в пространстве.

Перпендикулярные прямые.

Прямая, перпендикулярная плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла.

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности плоскостей.

Свойства перпендикулярных прямых и плоскостей.

Многогранники и их изображения.

Призма, прямая и правильная призмы, параллелепипед. Пирамида, правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Цилиндр. Осевое сечение цилиндра. Развертка боковой поверхности цилиндра.

Конус. Осевое сечение конуса. Развертка боковой поверхности конуса. Усеченный конус.

Сфера. Шар. Сечения сферы и шара плоскостью. Касательная плоскость к сфере.

Г. Геометрические величины

Длина отрезка. Расстояние между двумя точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.

Длина ломаной. Периметр многоугольника.

Длина окружности и ее дуги.

Площадь круга и его сектора.

Измерения центральных и вписанных углов.

Площадь фигуры. Площадь треугольника, параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции.

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между параллельными прямыми. Расстояние между параллельными прямой и плоскостью. Расстояние между параллельными плоскостями.

Угол между прямыми. Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Мера двугранного угла. Угол между плоскостями.

Площади боковой и полной поверхностей призмы. Площадь боковой и полной поверхности прямой призмы.

Площади боковой и полной поверхностей пирамиды.

Объем призмы. Объем пирамиды.

Площадь сферы.

Площади боковой и полной поверхностей цилиндра.

Площади боковой и полной поверхностей конуса.

Объем цилиндра. Объем конуса. Объем шара.

Г. Геометрические построения (углубленный уровень)

Построение прямого угла с помощью угольника.

Построение угла с данной градусной мерой с помощью транспортира.

Круговые диаграммы.

Построение с помощью циркуля и линейки серединного перпендикуляра к отрезку; угла, равного данному; биссектрисы угла.

Деление отрезка на пропорциональные части.

Построение правильного треугольника, четырехугольника и шестиугольника.

Сечения многогранников плоскостями.

Н. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Перестановки, сочетания, перемещения. Комбинаторное правило умножения и его применения. Формулы числа перестановок и числа сочетаний.

Элементы статистики: табличное и графическое представление данных; числовые характеристики рядов данных

Элементы теории вероятностей: случайный опыт, случайное событие, классическое определение вероятности случайного события.

(Угл). Множество, подмножество, операции над множествами.

(Угл). Граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости.
(углубленный)

(Угл). Формула вероятности суммы двух несовместных событий и суммы двух произвольных событий

(Угл). Независимые повторения испытаний с двумя исходами. Формула Бернулли

II. Требования к умениям и навыкам абитуриента:

Выписка из ФГОС среднего общего образования – см [Приказ](#)

БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ:

« 1) владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

2) умение оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений;

3) умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;

4) умение оперировать понятиями: функция, непрерывная функция, производная, первообразная, определенный интеграл; умение находить производные элементарных функций, используя справочные материалы; исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную при решении задач на движение; решать практико-ориентированные задачи на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение пути, скорости и ускорения;

5) умение оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами;

6) умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов;

7) умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств;

8) умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, комбинаторные факты и формулы при решении задач; оценивать вероятности реальных событий; знакомство со случайными величинами; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

9) умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью,

угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;

10) умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, сечения фигуры вращения, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение изображать многогранники и поверхности вращения, их сечения от руки, с помощью чертежных инструментов и электронных средств; умение распознавать симметрию в пространстве; умение распознавать правильные многогранники;

11) умение оперировать понятиями: движение в пространстве, подобные фигуры в пространстве; использовать отношение площадей поверхностей и объемов подобных фигур при решении задач;

12) умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы;

13) умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, координаты точки, вектор, координаты вектора, скалярное произведение, угол между векторами, сумма векторов, произведение вектора на число; находить с помощью изученных формул координаты середины отрезка, расстояние между двумя точками;

14) умение выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ (в дополнение к требованиям к базовому уровню):

1) умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений;

2) умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для

описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов;

3) умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач;

4) умение свободно оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач;

5) умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления;

6) умение свободно оперировать понятиями: степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным (вещественным) показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного числа;

7) умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни;

8) умение свободно оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, степенная функция с целым показателем, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики функций, выполнять преобразования графиков функций; умение использовать графики функций для изучения процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; умение свободно оперировать понятиями: четность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение проводить исследование функции; умение использовать свойства и графики функций для

решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем;

9) умение свободно оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул;

10) умение оперировать понятиями: непрерывность функции, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определенный интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение использовать производную для исследования функций, для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах, для определения скорости и ускорения; находить площади и объемы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений;

11) умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел;

12) умение свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; умение исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии;

13) умение находить вероятности событий с использованием графических методов; применять для решения задач формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях;

14) умение свободно оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов в окружающем мире; умение оперировать понятиями: многогранник, сечение многогранника, правильный многогранник, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, развертка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур, обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения;

15) умение свободно оперировать понятиями: площадь фигуры, объем фигуры, величина угла, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объемов подобных фигур;

16) умение свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; умение использовать геометрические отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни;

17) умение свободно оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3 , определитель матрицы, геометрический смысл определителя;

18) умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи,

исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера».