

Хаос и гиперхаос в неавтономной модели генератора Анищенко-Астахова *

А. К. Килина¹✉, Н. В. Станкевич¹

¹НИУ «Высшая школа экономики» – Нижний Новгород

✉ akkilina@edu.hse.ru

Неавтономные системы широко распространены в различных областях науки и техники [1, 2]. Внешнее воздействие может как приводить к эффекту синхронизации, а при определенном выборе параметров внешнего сигнала может развиваться сложная динамика. В особый класс можно выделить случай, когда внешнее воздействие носит характер коротких по длительности, но при этом значительных по амплитуде импульсов. В работах [3, 4] была показана зависимость картины синхронизации от направления действия импульса на примере неавтономной системы Ресслера и генератора Кислова-Дмитриева, развитие сложного поведения. В рамках данной работы проводится исследование модели генератора Анищенко-Астахова [5] в режиме автоколебаний под периодическим импульсным воздействием, особое внимание уделяется возбуждению сложной динамики: хаоса, гиперхаоса и хаоса с дополнительным нулевым показателем Ляпунова.

Модель генератора Анищенко-Астахова под периодическим импульсным воздействием можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x} = mx + y - xz \\ \dot{y} = -x + A \sum \delta(t - nT) \\ \dot{z} = -gz + gf(x), f(x) = \begin{cases} x^2, x > 0 \\ 0, x \leq 0, \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь x, y, z - динамические переменные, автономная система определена в трехмерном полупространстве $z \geq 0$ и содержит три параметра: m - параметр возбуждения генератора, g - параметр инерционности генератора. A - амплитуда внешнего воздействия, T - период следования внешних импульсов, $\delta(s)$ - дельта-функция, с помощью которой определяем внешнее импульсное воздействие, n - номер импульса.

Для неавтономной системы в данной работе получены карты динамических режимов, карты показателей Ляпунова, бифуркационные

*Работа поддержана Санкт-Петербургским международным математическим институтом имени Леонарда Эйлера при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение № 075-15-2022-287).

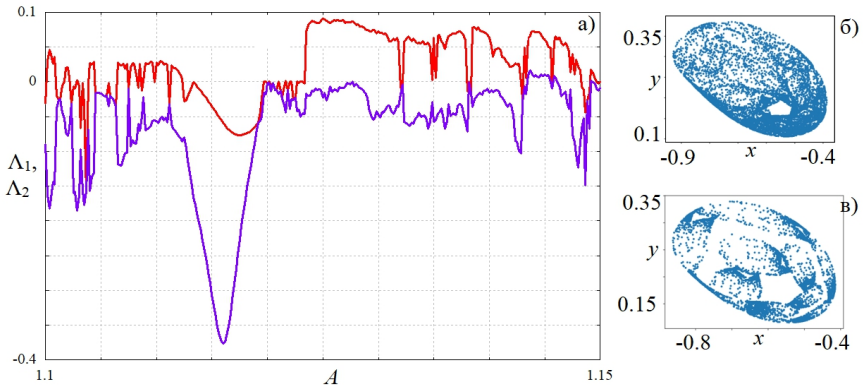


Рис. 1. а) Графики двух старших показателей Ляпунова неавтономной модели генератора Анищенко-Астахова (1), $m = 0.5$, $g = 0.6$, $T = 5$. Отображения Пуанкаре в стобоскопическом сечении хаотических аттракторов, б) $A = 1.14$; в) $A = 1.1491$

деревья при вариации параметров внешнего воздействия.

Показано, что в такой системе могут возникать нерегулярные колебания: квазипериодические и хаотические. Возможно развитие гиперхаоса. На рис.1 представлены графики двух старших показателей Ляпунова, на которых можно локализовать области хаоса и гиперхаоса. На рис.1б и 1в показаны примеры хаотических аттракторов.

Список литературы

1. Kloeden P. E., Rasmussen M. Nonautonomous dynamical systems // American Mathematical Soc., 2011
2. Stefanovska A. and McClintock P. V. E. Physics of biological oscillators: new insights into non-equilibrium and non-autonomous systems // Springer Nature, 2021 – 455 p. – ISBN-10: 3030598071
3. Kuznetsov A. P., Stankevich N. V., and Tyuryukina L. V. Features of Pulsed Synchronization of an Autooscillatory System with a Three-Dimensional Phase Space // Tech. Phys. Lett., 32, 2006
4. Kuznetsov A. P., Stankevich N. V., and Tyuryukina L. V. Picture of Pulsed Synchronization in the Dmitriev – Kislov Generator // Nonlinear Phenomena in Complex Systems, 2007, No 4, 407-412
5. Анищенко В. С., Летчфорд Т. Е., Сафонова М. А. Эффекты синхронизации и бифуркации синхронных и квазипериодических колебаний в неавтономном генераторе // Изв. вузов. Радиофизика. – 1985. – Т. 28. – №. 9. – С. 1112-1125