НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Воронежский государственный университет

Методика определения электрофизических параметров диэлектрических материалов по параметрам рассеяния волновода с продольно-частичным заполнением

А. А. Кононов, Г. К. Усков, К. В. Смусева, , С.П. Скулкин

ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

XXVIII ВСЕРОССИЙСКАЯ ОТКРЫТАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

«РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН» (РРВ’2023)

Методика определения электрофизических параметров диэлектрических материалов по параметрам рассеяния волновода с продольно-частичным заполнением

А. А. Кононов, Г. К. Усков, К. В. Смусева

Введение

При изготовлении компонентов радиоэлектронных устройств СВЧ диапазона с применением 3D-печати необходимо знать достаточно точные значения электрофизических параметров диэлектрика, служащего рабочим веществом. Однако один и тот же материал от разных производителей может обладать существенно различными параметрами — даже при совпадении наименований (которые, кстати, нередко являются коммерческими, а не номенклатурными), — в то время как табличные данные не всегда характеризуются приемлемо малой погрешностью.

Рис. 1. Рупорная антенна с диэлектрической линзой

Проблема экспериментального определения электрофизических параметров диэлектрика, применимого в технологиях 3D-печати:

- известные методики обычно предполагают сложную калибровку, недостаточно документированы (например, являясь частью проприетарного ПО) или (как конденсаторный метод) по самой своей природе имеют ограниченную применимость;
- численное же моделирование весьма требовательно к производительности ЭВМ даже для решения прямой задачи (расчёта характеристик изделия из материала с уже известными свойствами), особенно в случае метаматериалов.

Измерение параметров диэлектриков

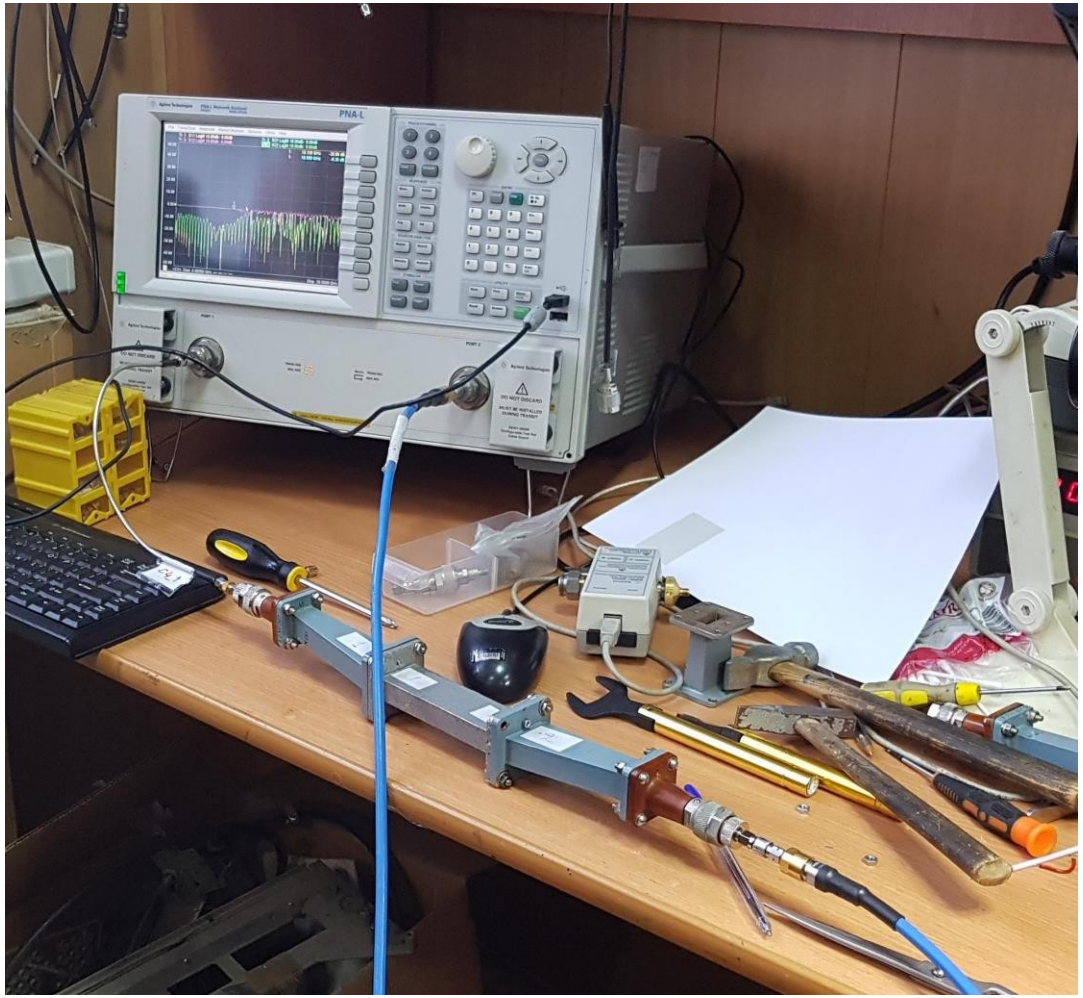

Рис. 2. Измерительная система

В качестве измерительной системы (подробности на слайде 7) предлагается прямоугольный металлический волновод, внутрь которого вкладывается изготовленный с помощью 3D-печати фрагмент из исследуемого веществе (в форме прямоугольного параллелепипеда).

Сверхвысокочастотный анализатор цепей подключается к системе с обеих сторон посредством коаксиально-волноводных переходов.

Наличие в волноводе участков с воздушным заполнением (приводящее к скачкам волнового сопротивления) не вызывает затруднений (все переотражения учитываются матричным формализмом, рассмотренным на слайде 6) и влияет только на рабочий диапазон частот.

Общий подход

1.Для выбранной линии передачи на частоте f может быть измерена совокупность параметров рассеяния $\hat{S}(f)$.

2.Теоретические значения $\hat{S}_{\text{т}}(f)$ тех же величин могут быть выражены через амплитудную и фазовую постоянные распространения (α и β — величины, определяющие изменение комплексной амплитуды распространяющегося вдоль оси Oz сигнала по закону $e^{-\alpha z - j\beta z}$) и эквивалентное волновое сопротивление R (имеющее скачки на краях диэлектрического образца), зависящих, в свою очередь, от искомых электрофизических параметров ε и $\operatorname{tg}\vartheta$.

3. Таким образом, для гипотетических значений $(\varepsilon; \operatorname{tg}\vartheta)$ можно ввести норму невязки $|\Delta\hat{S}(\varepsilon, \operatorname{tg}\vartheta)|$, характеризующую степень различия между $\hat{S}$ и $\hat{S}_{\text{т}}$.

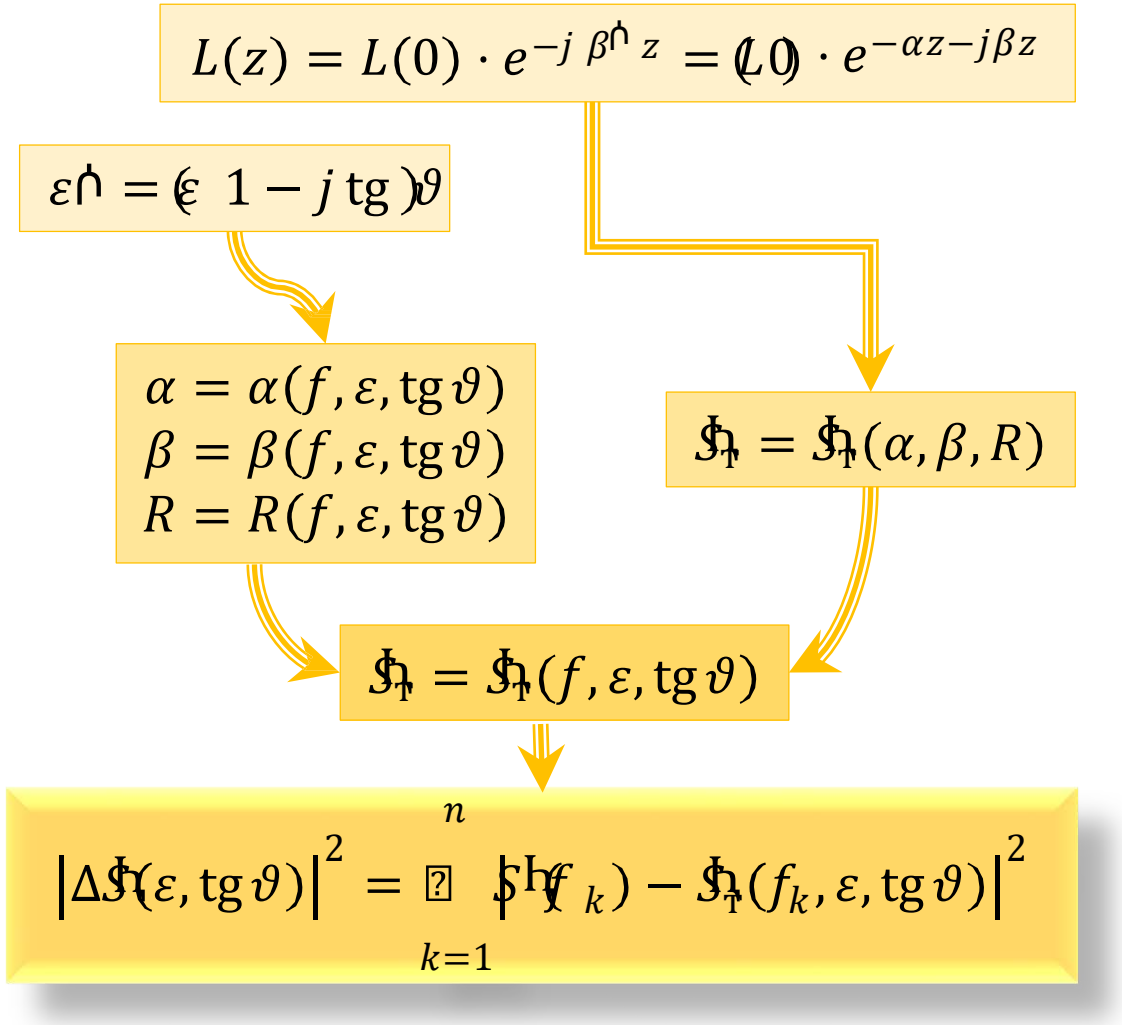

Рис. 3. Диаграмма вычисления квадрата нормы невязки

Основной алгоритм

1. На принадлежащих рабочему диапазону частотах $f_1, \dots, f_n$ измеряются параметры рассеяния $S(f_1), \dots, S(f_n)$

2.Диапазон гипотетических значений определяемой величины (здесь для простоты она одна: это ε) разделяется на отрезки, длина которых не превосходит заданную допустимую погрешность $\Delta\varepsilon$; это даёт $(N+1)$ промежуточное значение $\varepsilon_0, \varepsilon_1, .., \varepsilon_N$.

3. При каждом ε_i вычисляется квадрат нормы невязки:

$$\Delta_i^2 = \sum_{k=1}^{n} \left| S(f_k) - S(f_k, \varepsilon_i) \right|^2 ;$$

за ответ принимается то ε_{i_0}, для которого невязка минимальна:

$$\Delta_{i_0}^2 = \min_i \Delta_i^2 .$$

4. В случае наличия нескольких минимумов или попадании ε_{i_0} на границу диапазона рекомендуется повторить расчёт, скорректировав диапазон значений ε_i.

Рис. 4. Блок-схема базового алгоритма

Матрицы рассеяния

Любой участок линии передачи СВЧ сигналов может быть представлен как четырёхполюсник, для которого комплексные амплитуды падающих и отражённых волн связаны волновыми матрицами S- или T-параметров (причём между этими двумя представлениями существует взаимно-однозначное соответствие).

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = S \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \qquad S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2, \\ b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2. \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ a_1 \end{pmatrix} = T \cdot \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix}, \qquad T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \Longrightarrow \begin{cases} b_1 = T_{11}a_2 + T_{12}b_2, \\ a_1 = T_{21}a_2 + T_{22}b_2. \end{cases}$$

Рис. 5. Схема СВЧ-четырёхполюсника

Удобство матричного формализма в том, что S-параметры характеризуют падающие и отражённые сигналы в стационарном режиме, то есть уже сложившиеся в результате суперпозиции всех переотражений (от скачков волнового сопротивления).

$$\begin{cases} S_{11} = \frac{T_{12}}{T_{22}}, \\ S_{12} = \frac{\det(T)}{T_{22}}, \\ S_{21} = \frac{1}{T_{22}}, \\ S_{22} = \frac{-T_{21}}{T_{22}}, \end{cases} \qquad \begin{cases} T_{11} = \frac{-\det(S)}{S_{21}}, \\ T_{12} = \frac{S_{11}}{S_{21}}, \\ T_{21} = \frac{-S_{22}}{S_{21}}, \\ T_{22} = \frac{1}{S_{21}}. \end{cases}$$

Измерительная волноводная линия

Измерительная линия представляет собой волноводный тракт со сменным продольно-частичным диэлектрическим заполнением. Рассматривая её как СВЧ-четырёхполюсник, можно получить его описание в S-параметрах.

$$S_{21} = \frac{4R_1R_2e^{-j(Q_1+Q_2)-(A_1+A_2)}}{(R_2+R_1)^2-(R_2-R_1)^2e^{-2(jQ_2+A_2)}} \qquad S_{22} = \frac{(R_2^2-R_1^2)\left(1-e^{-2(jQ_2+A_2)}\right)}{(R_2+R_1)^2-(R_2-R_1)^2e^{-2(jQ_2+A_2)}}$$

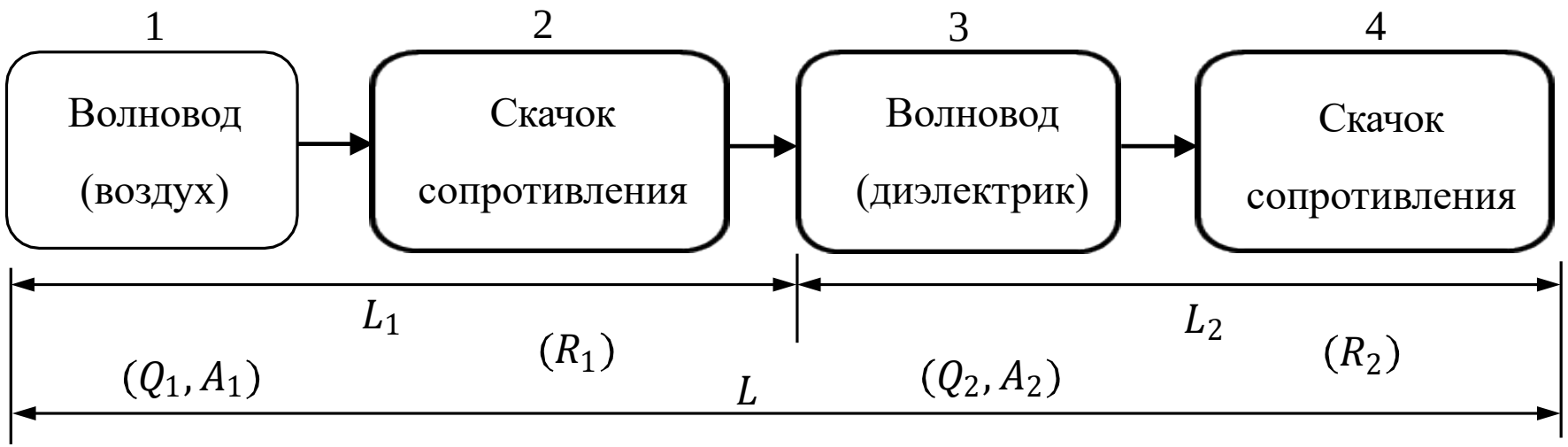

Рис. 6. Схема передающей линии с продольно-частичным заполнением

$$S_{12} = S_{21}$$

$$S_{11} = e^{-2(jQ_1+A_1)}S_{22}$$

$$A_i = \alpha_i \cdot L_i$$

$$Q_i = \beta_i \cdot L_i$$

Поле в волноводе с диэлектриком

Электромагнитные процессы исследуются в области пространства, заключенной внутри прямоугольного металлического волноводного тракта (с которым связана правая декартова система координат). При этом для наибольшей общности в качестве исходных соотношений используется система уравнений Максвелла.

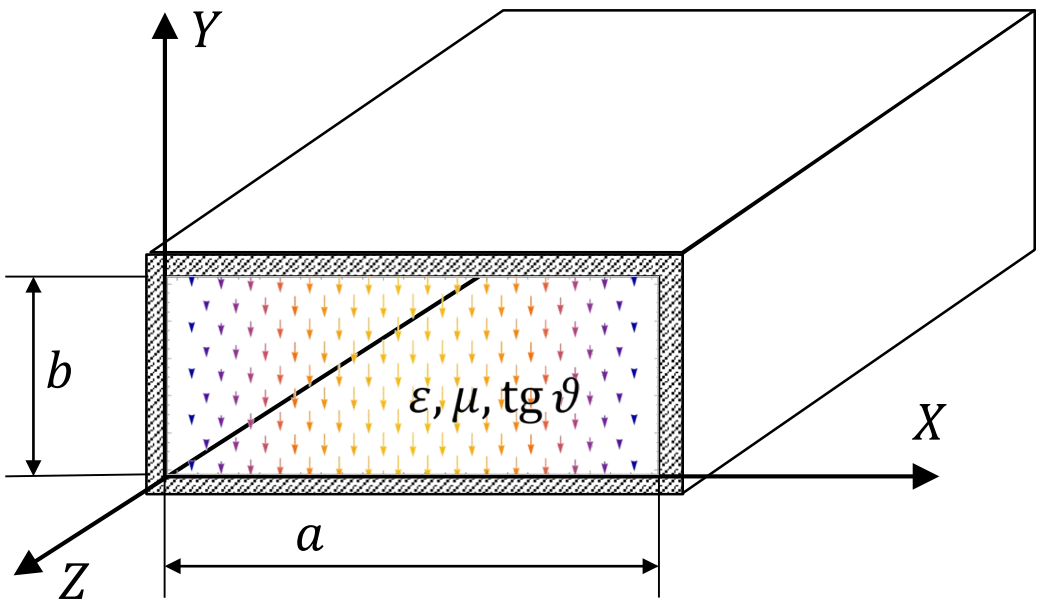

Рис. 7. Волновод прямоугольного сечения

$$\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{\varepsilon} \qquad \mathrm{div}\,\vec{H} = 0;$$

$$\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -j\omega\vec{\mu} \qquad \mathrm{div}\,\vec{E} = 0;$$

Решение (с учётом граничных условий) приводит к выражениям для векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$, каждая компонента L которых зависит от продольной координаты z по закону $\frac{L(z)}{L(0)} = e^{-\alpha z - j\beta z}$ — по аналогии с классической моделью (где волновод заполнен средой без потерь); главное отличие заключается в специфическом виде амплитудной (α) и фазовой (β) постоянных распространения.

Постоянные распространения

Оказывается удобным выразить α и β через т. н. ψ-параметры — 2 вспомогательные функции, зависящие, в числе прочего, от частоты f и индексов $(m;\ n)$, определяющих тип волновой моды (это относится к поперечной структуре поля, как и в классической модели; в частности, здесь тоже возникают *TE* и *TM* волны).

Справа приведён типичный вид графиков $\alpha(f)$ и $\beta(f)$ для волновода, заполненного воздухом или диэлектриком с $\varepsilon = 3$, $\mathrm{tg}\,\mathrm{P} = 0.005$.

$$\beta = \sqrt{\psi_\mathrm{s} + \sqrt{\psi_\mathrm{s}^2 + \psi_\mathrm{P}^2}}, \qquad \alpha = \sqrt{\sqrt{\psi_\mathrm{s}^2 + \psi_\mathrm{P}^2} - \psi_\mathrm{s}}$$

$$\psi_\mathrm{s} = 2\pi^2\left(\frac{f^2\mu\varepsilon}{c^2} - \frac{1}{4}\cdot\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)\right), \qquad \psi_\mathrm{P} = 2\pi^2\left(\frac{f^2\mu\varepsilon}{c^2}\mathrm{tg}\,\mathrm{P}\right)$$

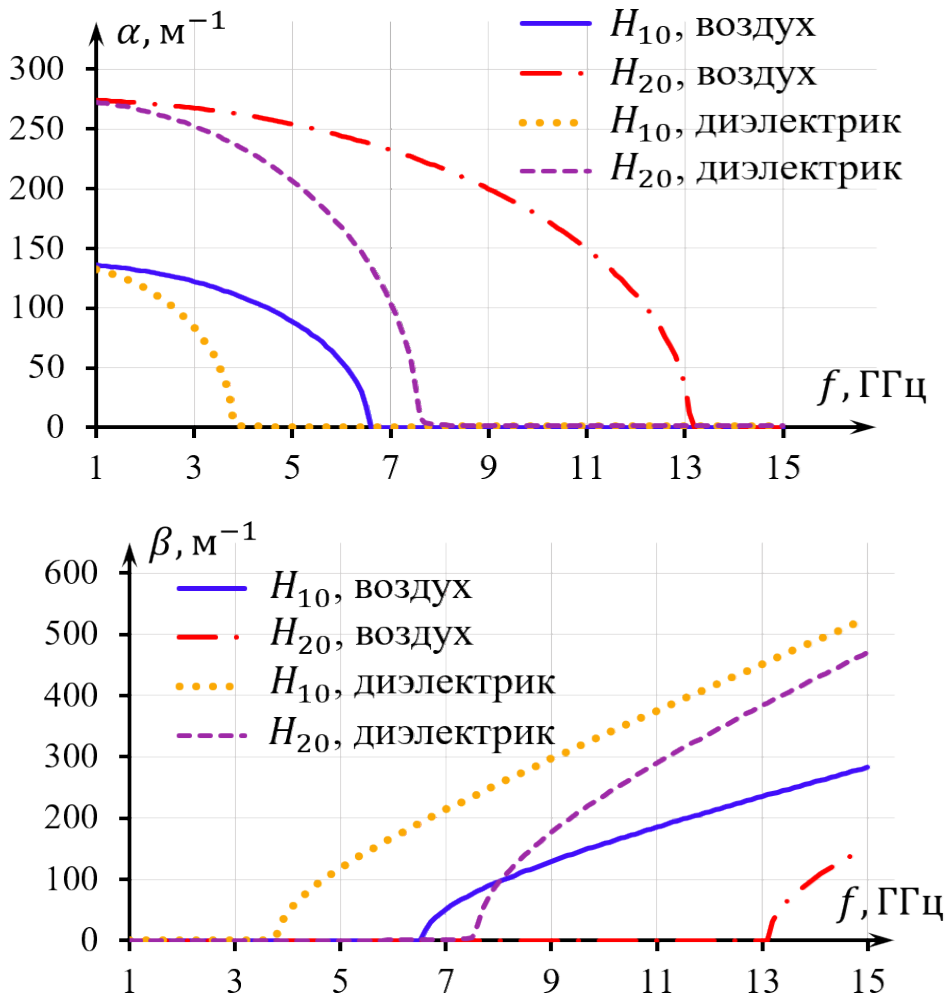

Рис. 8. Графики постоянных распространения

Модель потерь в скин-слое

На практике удельная проводимость $\sigma_{\text{ст}}$ металла стенок волновода конечна, что вызывает дополнительные потери за счёт рассеиваемой в них мощности P_l; оценить её (для гармонического сигнала) можно на основе закона Джоуля-Ленца (в форме $dP_l = \frac{1}{2}(dI)^2 R_{\text{пов}}$, где $R_{\text{пов}}$ — активное сопротивление скин-слоя глубины δ) и того известного факта, что поверхностная плотность тока численно равна тангенциальной составляющей напряжённости магнитного поля $|\vec{H}_t|$.

Анализ показывает, что учесть потери из-за скин-эффекта можно при помощи аддитивной поправки α_c к амплитудной постоянной распространения α.

$$\alpha_c = -\frac{1}{2} \cdot \ln\left(1 - \sqrt{\frac{\mu_{\text{ст}}}{\pi f \mu_0 \sigma_{\text{ст}}}} \cdot \frac{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 \left(\frac{2b}{a} + 1\right) + 2 \cdot \sqrt{\psi_{\text{s}}^2 + \psi_{\text{P}}^2}}{\mu b \beta}\right)$$

Как видно, потери в скин-слое зависят от ψ-параметров, то есть на них косвенно влияют потери в диэлектрике (определяющие общую структуру поля).

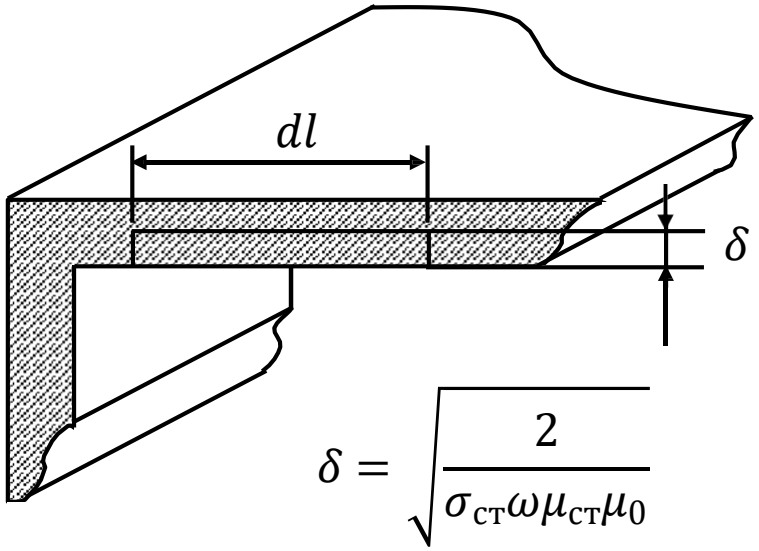

Рис. 9. К определению потерь в стенках волновода

Эквивалентное волновое сопротивление

Понятие эквивалентного волнового сопротивления для волновода можно ввести на основе расчёта напряжения и мощности (отметим, что существуют и другие способы). При этом передаваемая по волноводу мощность P вычисляется обычным образом (через вектор Умова-Пойнтинга), а под напряжением U подразумевается максимальная разность потенциалов между точками, расположенными друг напротив друга на широких стенках волновода (на рисунке они обозначены как (1) и (2)).

Рассчитав вышеуказанные характеристики (пользуясь уже найденной пространственной структурой поля) и обобщая известную из теории обычных электрических цепей формулу $P = \frac{1}{2}\frac{|U|^2}{R}$, получаем

$$\boxed{R = \frac{|U|^2}{2P} = \frac{4\pi f b \mu\mu_0}{a\beta}}$$

Вся специфика (зависимость R от заполнения волновода) по большому счёту включена в содержащуюся в знаменателе величину β.

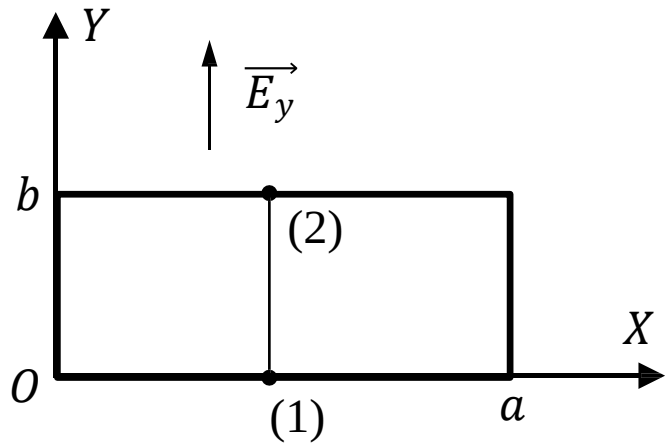

Рис. 10. Вычисление напряжения в волноводе

Пример графиков *S*-параметров

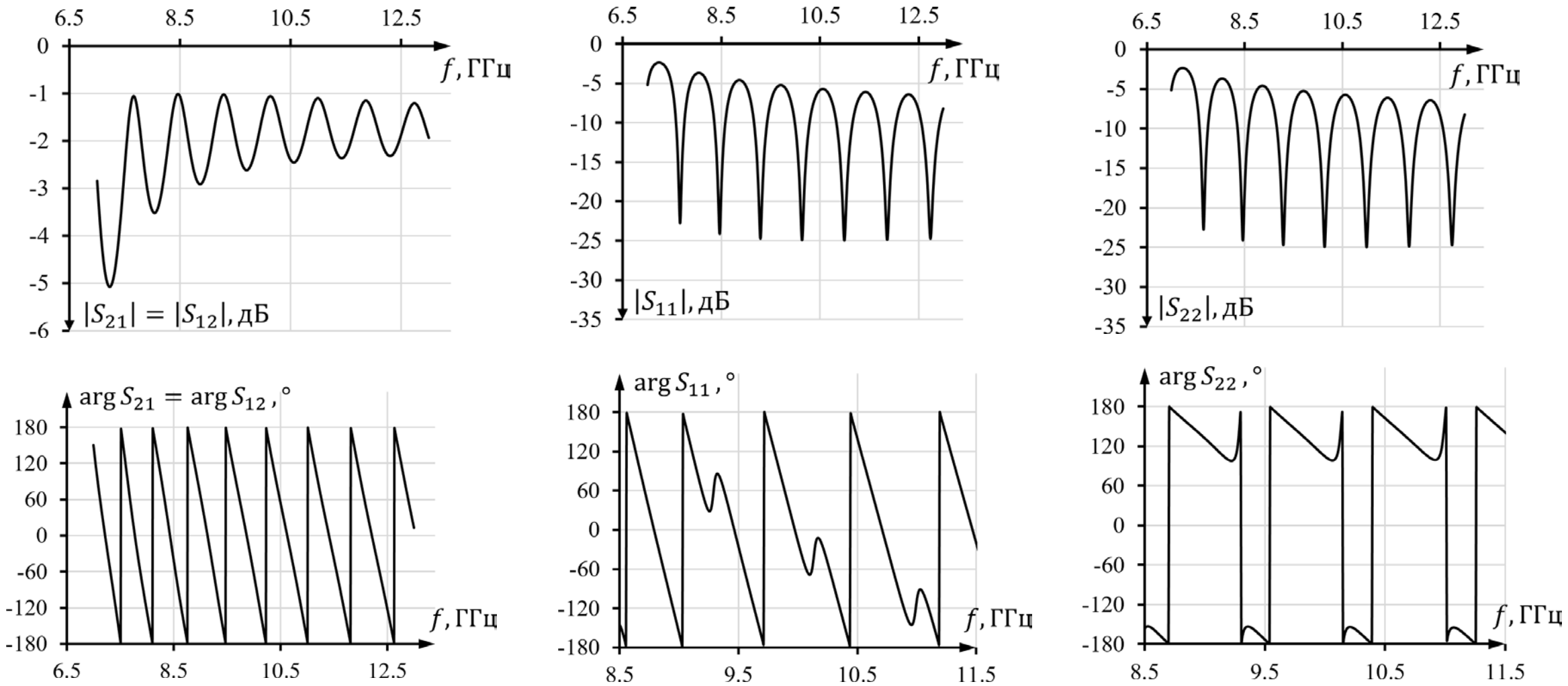

Рис. 11. Типичный вид частотной зависимости амплитуд и фаз *S*-параметров измерительной волноводной линии

Спасибо за внимание