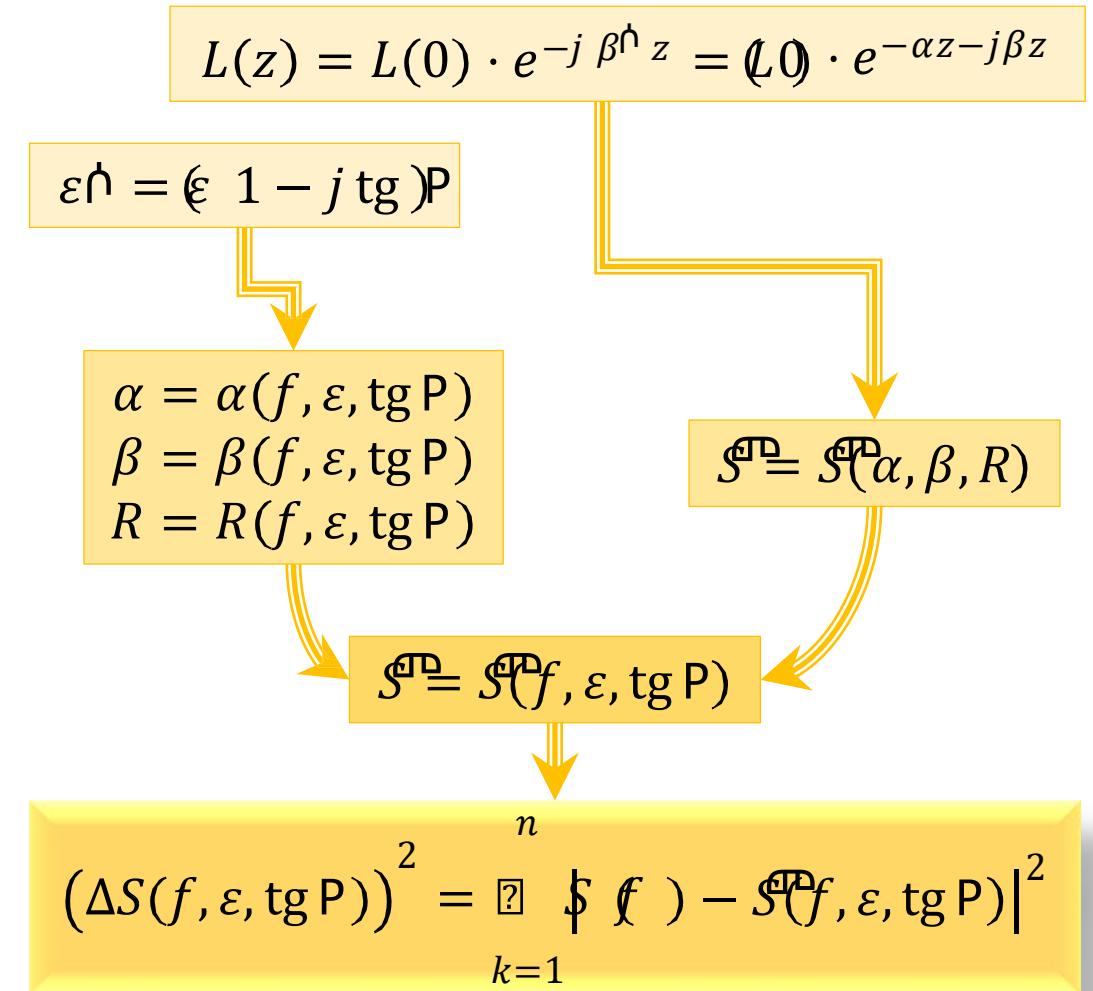




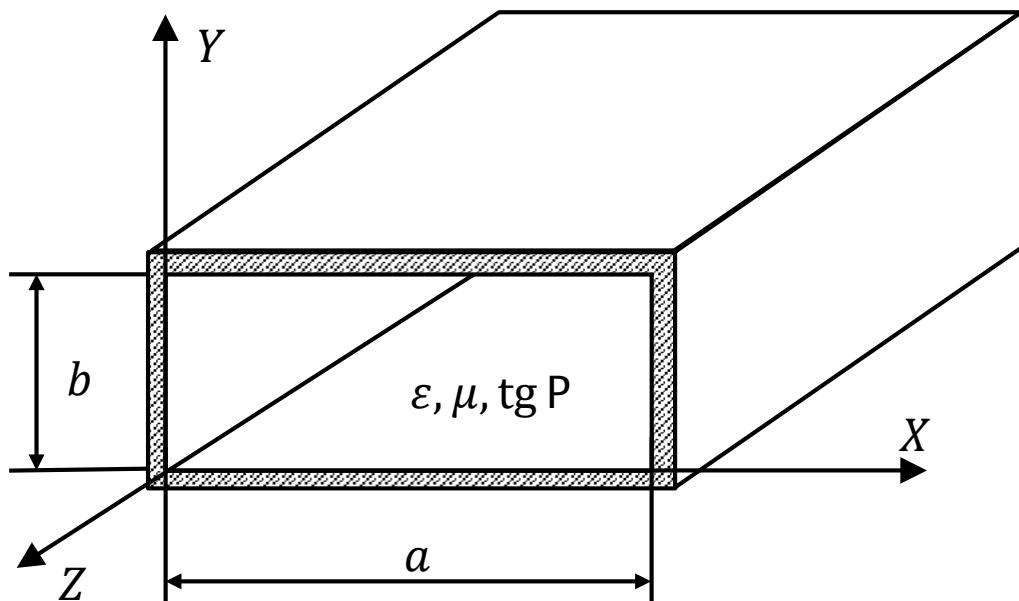
Влияние скин-эффекта на распространение электромагнитных сигналов в прямоугольном волноводе с произвольным диэлектрическим заполнением

А. А. Кононов, К. В. Смусева, Г. К. Усков, С. П. Скулкин

Измерение параметров диэлектриков

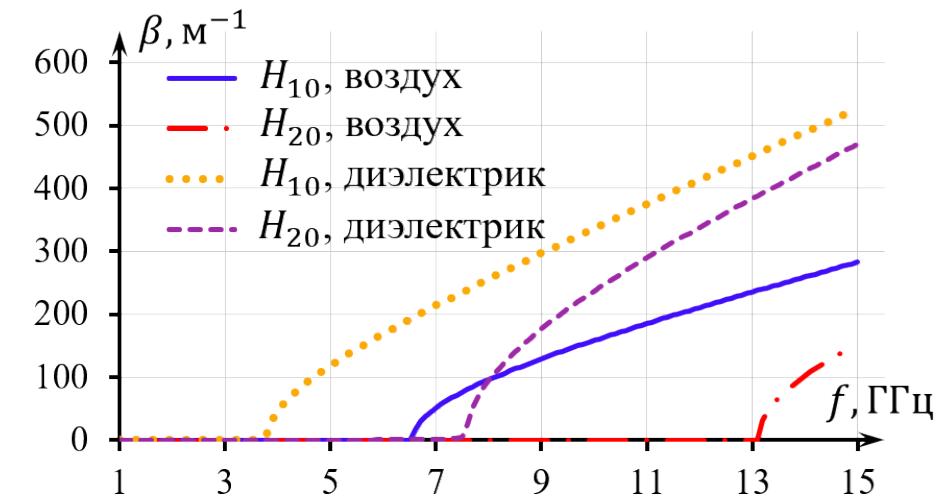
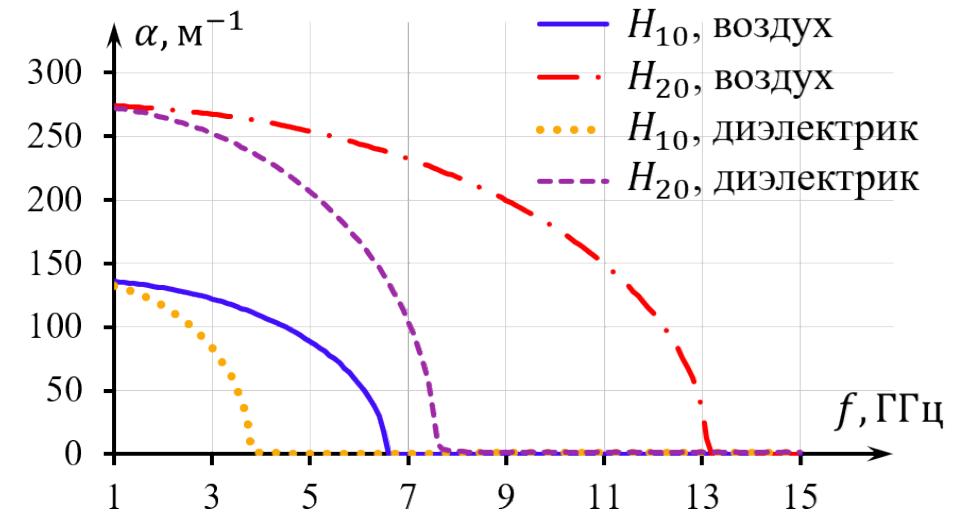


Прямоугольный волновод

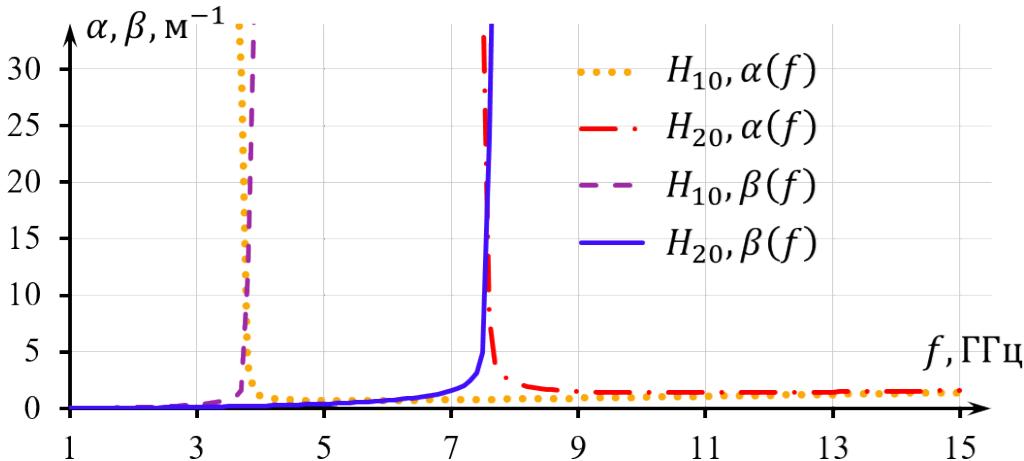


$$\beta = \sqrt{\psi_s + \sqrt{\psi_s^2 + \psi_p^2}}, \quad \alpha = \sqrt{\sqrt{\psi_s^2 + \psi_p^2} - \psi_s}$$

$$\psi_s = 2\pi^2 \left(\frac{f^2 \mu \epsilon}{c^2} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \right), \quad \psi_p = 2\pi^2 \left(\frac{f^2 \mu \epsilon}{c^2} \operatorname{tg} P \right)$$



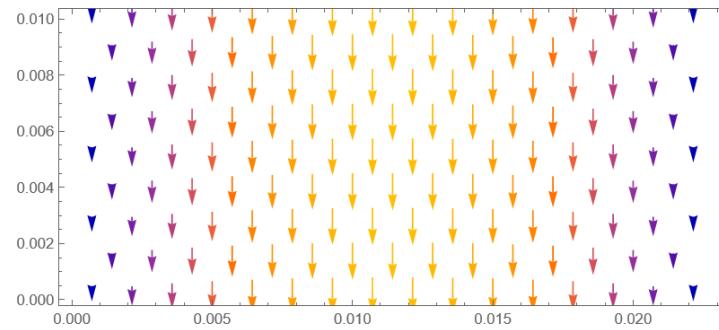
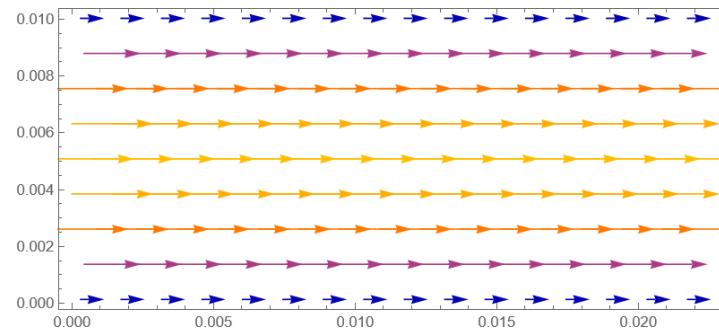
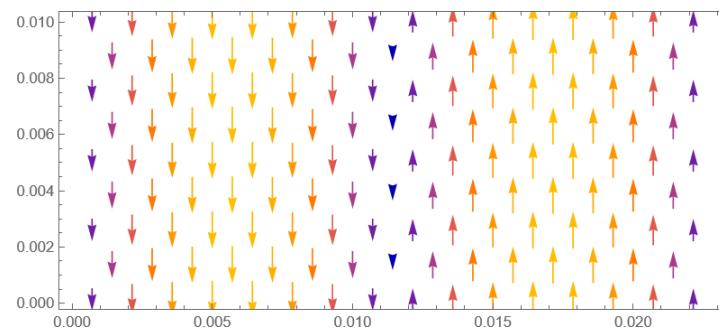
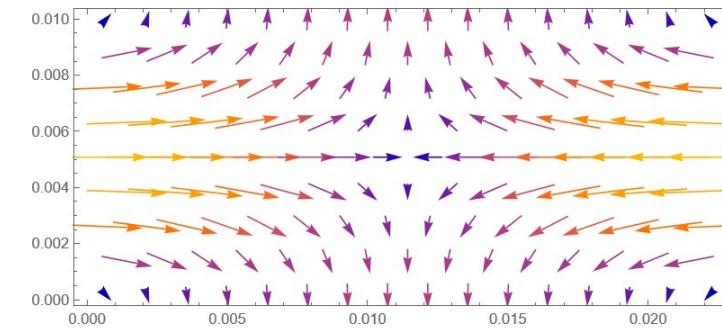
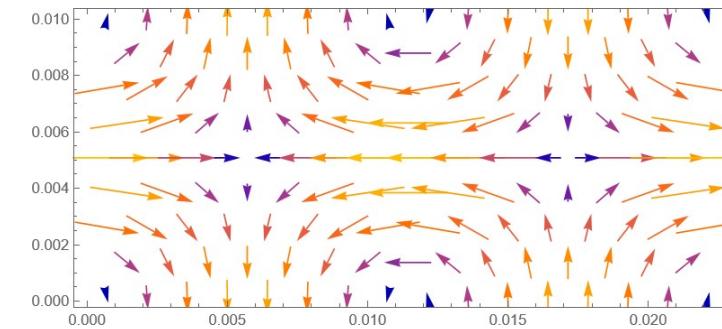
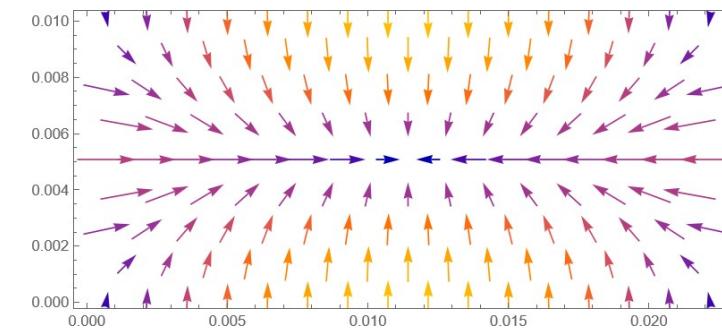
Прямоугольный волновод: моды и диапазон



$$H_{mn}: \begin{cases} E_x = D\omega \frac{\pi n}{b} \cos \frac{\pi mx}{a} \sin \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \\ E_y = -D\omega \frac{\pi m}{a} \sin \frac{\pi mx}{a} \cos \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \\ E_z = 0, \\ H_x = \frac{D\beta^{\frac{1}{2}}}{m} \frac{\pi}{a} \sin \frac{\pi mx}{a} \cos \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \\ H_y = \frac{\mu\mu_0}{D\beta^{\frac{1}{2}}} \frac{a}{\pi} \cos \frac{\pi mx}{a} \sin \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \\ H_z = \frac{-jD\pi^2}{\mu\mu_0} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \cos \frac{\pi mx}{a} \cos \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \end{cases}$$

$$E_{mn}: \begin{cases} E_x = D\beta^{\frac{1}{2}} \frac{\pi m}{a} \cos \frac{\pi mx}{a} \sin \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \\ E_y = D\beta^{\frac{1}{2}} \frac{\pi}{b} \sin \frac{\pi mx}{a} \cos \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \\ E_z = jD\omega \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sin \frac{\pi mx}{a} \sin \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \\ H_x = -D\omega \frac{\pi n}{b} \sin \frac{\pi mx}{a} \cos \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \\ H_y = D\omega \frac{\pi m}{a} \cos \frac{\pi mx}{a} \sin \frac{\pi ny}{b} e^{j(\omega t - \beta z)}, \\ H_z = 0, \end{cases}$$

Поперечная структура мод в волноводе

 H_{10} : H_{01} : H_{20} : H_{11} : H_{21} : E_{11} :

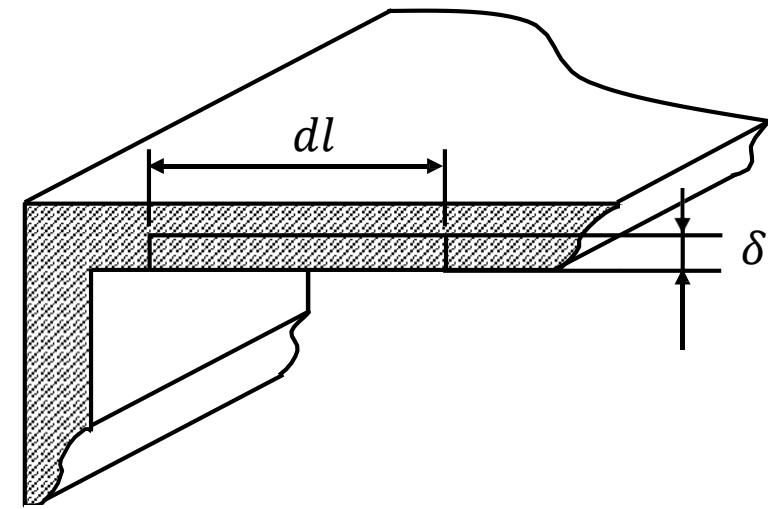
Модель потерь в скин-слое

$$dP_l = \langle (dI)^2 \rangle \cdot R_{\text{пov}} = \frac{(dI)^2 R_{\text{пov}}}{2} = \frac{J^2 (dl)^2 R_{\text{пов}}}{2}$$

$$J^2 = |\vec{H}_t|^2$$

$$dP_l = \frac{|\vec{H}_t|^2}{2} \cdot dl \cdot \sqrt{\frac{\omega \mu_{\text{ct}} \mu_0}{2 \sigma_{\text{ct}}}}$$

$$P_l = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu_{\text{ct}} \mu_0}{2 \sigma_{\text{ct}}}} \int_C |\vec{H}_t|^2 dl = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi f \mu_{\text{ct}} \mu_0}{\sigma_{\text{ct}}}} \int_C |\vec{H}_t|^2 dl$$



$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma_{\text{ct}} \omega \mu_{\text{ct}} \mu_0}}$$

$$R_{\text{пов}} = \frac{1}{\sigma_{\text{ct}}} \cdot \frac{1}{\delta \cdot dl} \cdot 1 = \frac{1}{dl} \cdot \sqrt{\frac{\omega \mu_{\text{ct}} \mu_0}{2 \sigma_{\text{ct}}}}$$

Численные характеристики скин-эффекта

Оценка поправки к α :

$$P = \operatorname{Re} \oint_S (\vec{S}_P \cdot d\vec{S}), \quad \vec{S}_P = \frac{1}{2} [\vec{E} \times \vec{H}^*]$$

$$L \sim e^{-\alpha_c z} \Rightarrow P_1 = P \cdot e^{-2\alpha_c \cdot 1} = Pe^{-2\alpha_c}$$

$$P_l = P - P_1 = P \cdot (1 - e^{-2\alpha_c}) \Rightarrow \boxed{\alpha_c = -\frac{1}{2} \cdot \ln \left(1 - \frac{P_l}{P} \right)}$$

$$\underset{z}{\sim} e^{-\alpha z}, L \sim e^{-\alpha_c z} \Rightarrow L \sim e^{-(\alpha + \alpha_d)}$$

Условие применимости:

$$\frac{P_l}{P} \ll 1 \Leftrightarrow \alpha_c \ll 1$$

Приближенная формула:

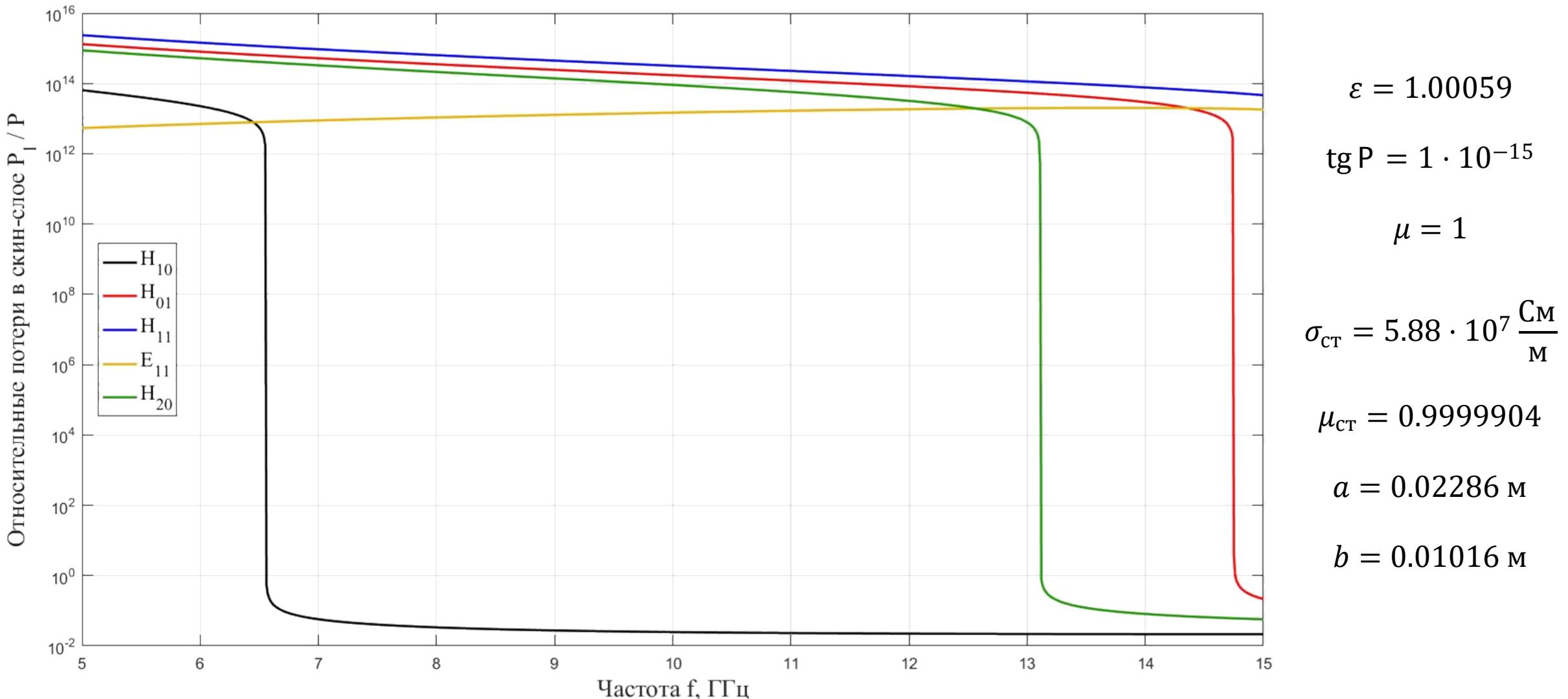
$$\ln(1 + h) = h + \sigma(h) \text{ при } h \rightarrow 0 \Rightarrow$$

$$\alpha_c \approx \frac{P_l}{2P}, \quad P_1 \sim Pe^{-2 \cdot P_l TP}$$

Основные результаты

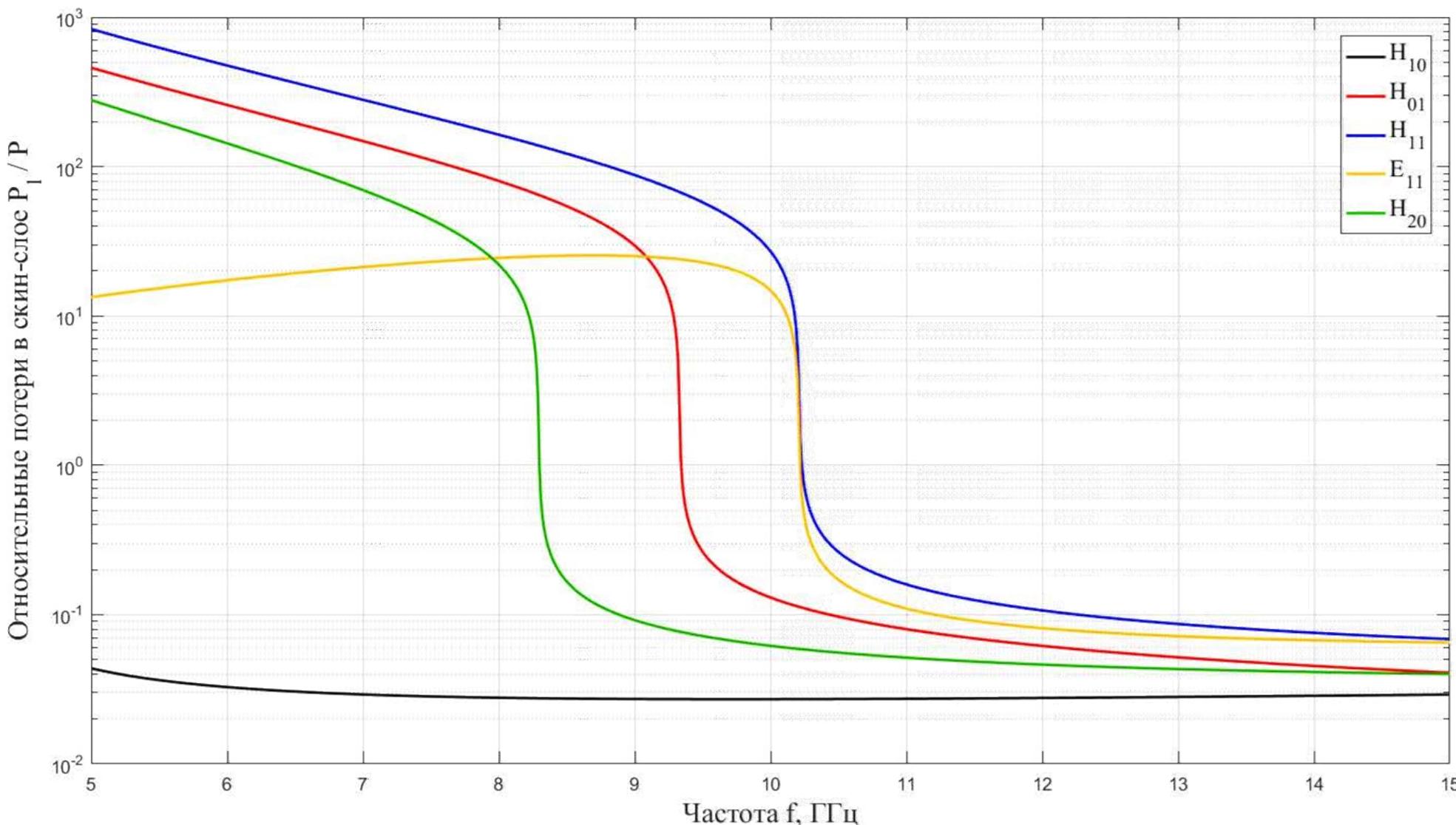
Класс мод	Передаваемая мощность P	Относительные потери в скин-слое P_lTP
H_{m0}	$\frac{ D ^2 \omega \pi^2}{8e^{2\alpha z}} \cdot \frac{2\beta m^2 b}{a \mu \mu_0}$	$\sqrt{\frac{\mu_{ct}}{\pi f \mu_0 \sigma_{ct}}} \cdot \frac{\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 \left(\frac{2b}{a} + 1\right) + 2 \cdot \sqrt{\psi_s^2 + \psi_p^2}}{\mu b \beta}$
H_{0n}	$\frac{ D ^2 \omega \pi^2}{8e^{2\alpha z}} \cdot \frac{2\beta n^2 a}{b \mu \mu_0}$	$\sqrt{\frac{\mu_{ct}}{\pi f \mu_0 \sigma_{ct}}} \cdot \frac{\left(\frac{\pi n}{b}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{2a}{b}\right) + 2 \cdot \sqrt{\psi_s^2 + \psi_p^2}}{\mu a \beta}$
H_{mn}	$\frac{ D ^2 \omega \pi^2}{e^{2\alpha z}} \cdot \frac{\beta ab}{\mu \mu_0} \cdot \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)$	$2 \cdot \sqrt{\frac{\mu_{ct}}{\pi f \mu_0 \sigma_{ct}}} \cdot \frac{\left(\frac{n^2}{b} + \frac{m^2}{a}\right) \cdot 2 \cdot \sqrt{\psi_s^2 + \psi_p^2} + \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2 (b + a)}{\beta ab \mu \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)}$
E_{mn}	$\frac{ \mathcal{D} ^2 \omega \pi^2}{8e^{2\alpha z}} \cdot \varepsilon \varepsilon_0 ab \cdot \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \cdot (\beta + \alpha \operatorname{tg} P)$	$4 \cdot \sqrt{\frac{\pi f \mu_{ct} \mu_0}{\sigma_{ct}}} \cdot \frac{2\pi f \varepsilon \varepsilon_0 (1 + \operatorname{tg}^2 P)}{ab \cdot (\beta + \alpha \operatorname{tg} P)} \cdot \frac{m^2 b^3 + n^2 a^3}{m^2 b^2 + n^2 a^2}$

Потери в скин-слое (среда — воздух)



10

Потери в скин-слое (среда — диэлектрик)



$$\epsilon = 2.5$$

$$\operatorname{tg} \rho = 0.001$$

$$\mu = 1$$

$$\sigma_{ct} = 5.88 \cdot 10^7 \frac{C_m}{M}$$

$$\mu_{ct} = 0.9999904$$

$$a = 0.02286 \text{ м}$$

$$b = 0.01016 \text{ м}$$

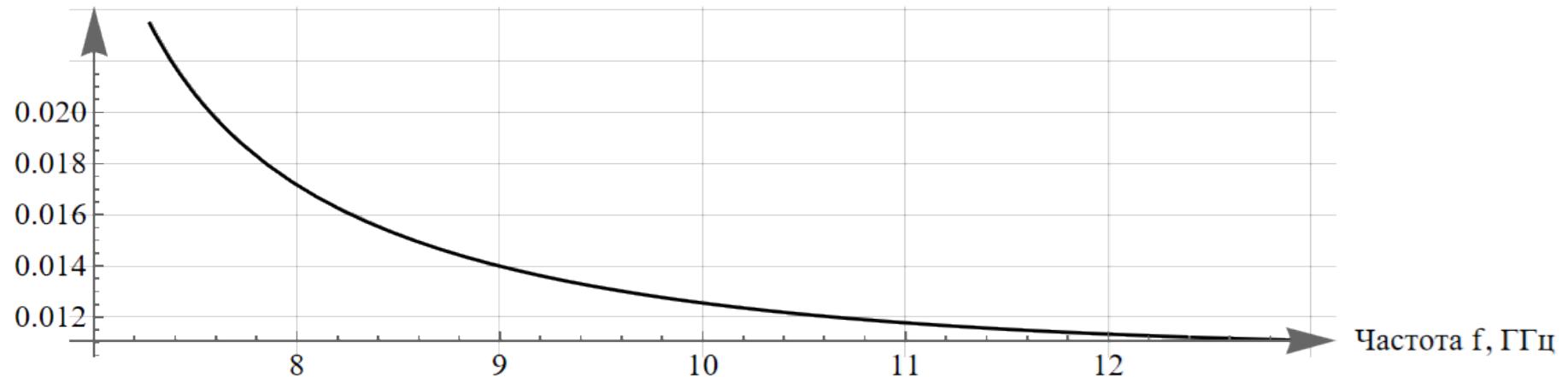
Доля скин-эффекта в общих потерях (H_{10})

амплитудная постоянная $\alpha_c(f)$, м^{-1}

воздух:

$$\varepsilon = 1.00059$$

$$\operatorname{tg} P = 1 \cdot 10^{-15}$$

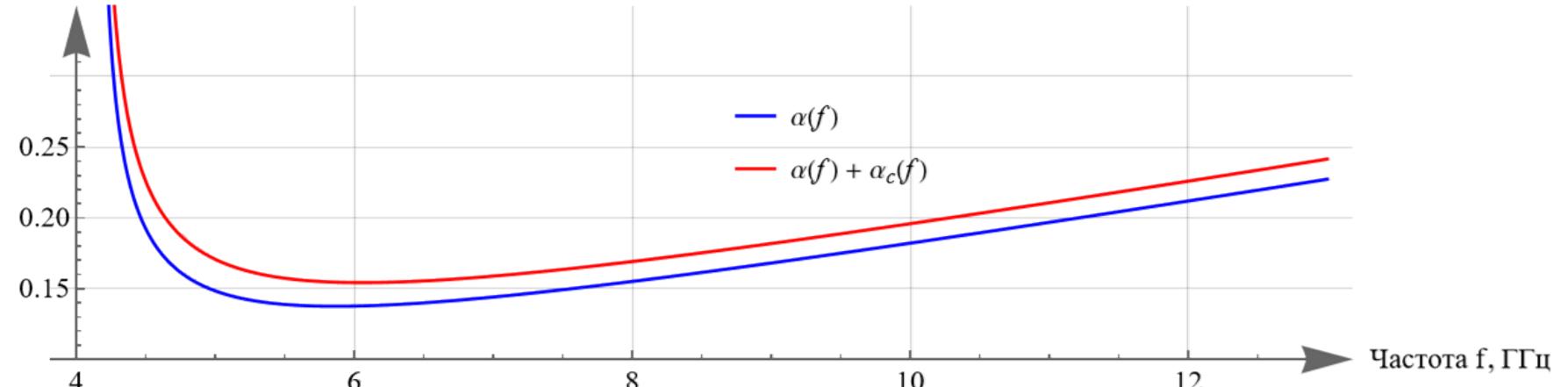


амплитудная постоянная, м^{-1}

диэлектрик:

$$\varepsilon = 2.5$$

$$\operatorname{tg} P = 0.001$$



Спасибо за внимание