Научно-учебная группа «Лаборатория полей антенных систем»

Саратовцев А.Р.
Скулкин С.П.

НИУ ВШЭ Нижний Новгород
2023 год

Результаты сравнения метода первообразной импульсной функции (IRF) с методами разложения по плоским волнам (PWS) и геометрической теории дифракции (GTD).

Часть 1

(Статья 1973 года)

1973 год

$$\bar{E}(x,y,z) = \frac{1}{4\pi^2}\iint_{-\infty}^{\infty}\left(\hat{y} - \frac{k_y}{k_z}\hat{z}\right)F(k_x,k_y)\exp(-j\bar{k}\cdot\bar{r})\,dk_x\,dk_y \quad (1)$$

where

$$\bar{k}\cdot\bar{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

and

$$k_z = \begin{cases}(k^2 - k_x^2 - k_y^2)^{1/2}, & k_x^2 + k_y^2 < k^2 \\ -j(k_x^2 + k_y^2 - k^2)^{1/2}, & k_x^2 + k_y^2 > k^2.\end{cases}$$

$$E_y(\rho,\phi,z) = a\int_0^{\infty} J_1(k_\rho a)\,J_0(k_\rho\rho)\exp(-jk_z z)\,dk_\rho. \quad (2)$$

$$z_m = \frac{4a^2}{\lambda} - 2a. \quad (3)$$

2020 год

$$E(\vec{r},\omega) = \frac{j\omega}{2\pi c}\iint_{S_a} \frac{g(\vec{r}_a)\,\alpha(\vec{r},\ \vec{r}_a)\,e^{j\omega|\vec{r}-\vec{r}_a|/c}}{|\vec{r}-\vec{r}_a|}dS_a \quad (1)$$

$$\hat{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{2\pi c}\iint_{S_a} \frac{g(\vec{r}_a)\,\alpha(\vec{r},\ \vec{r}_a)\,\delta(t-|\vec{r}-\vec{r}_a|/c)}{|\vec{r}-\ \vec{r}_a|}dS_a. \quad (2)$$

$$S_{\vec{E}}(\vec{r},t) = S_{\text{in}}(t)\otimes\frac{\partial\hat{E}(\vec{r},t)}{\partial t} = S_{\text{in}}(t)\otimes h(\vec{r},t). \quad (3)$$

$$\hat{E}(\vec{r},t) = \frac{1}{2\pi}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} g(\overrightarrow{r_a})\alpha(\vec{r},\ \vec{r}_a)\,d\varphi,\ \overrightarrow{r_a}\in C_a. \quad (4)$$

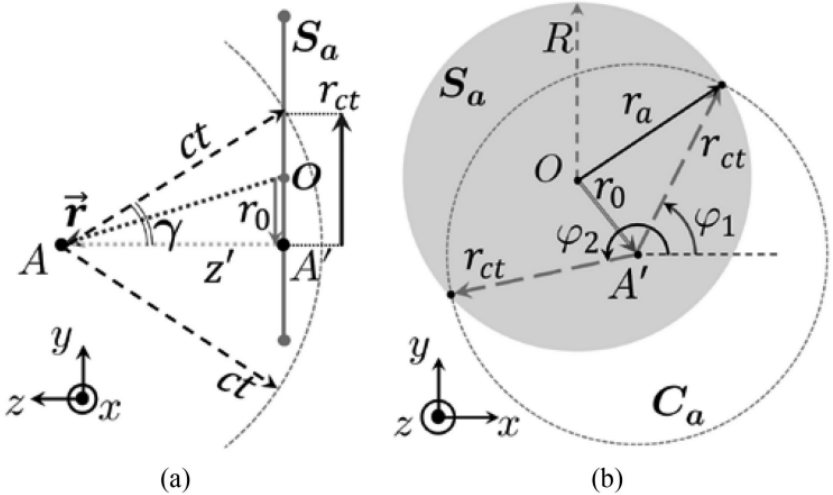

Рис. 1. (a) Апертура Sa и воображаемая сфера радиусом ct.
(b) Апертура Sa, интегральный контур Ca и угол φ.

$$\alpha\left(\vec{r},\ \vec{r}_a\right) = \alpha\left(\gamma\left(\vec{r},\ \vec{r}_a\right), \varphi\left(\vec{r}_a\right)\right) \tag{5}$$

$$\hat{E}\left(\vec{r}, t\right) = \frac{1}{2\pi}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \alpha\left(\gamma, \varphi\right) d\varphi. \tag{6}$$

$$\cos\left(\gamma\right) = z/ct. \tag{7}$$

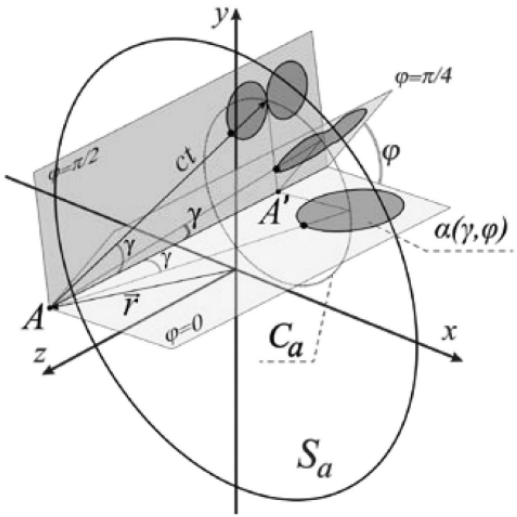

Рис. 3. Круглая апертура Sa, контур Ca и различные диаграммы направленности α(γ,φ) в зависимости от угла интегрирования φ.

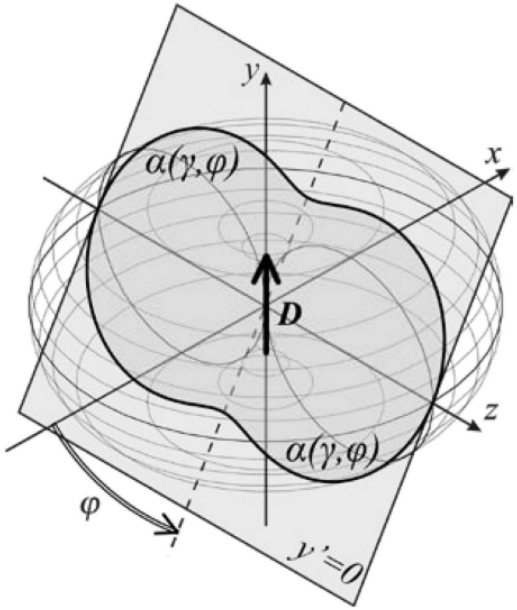

Рис. 2. Диполь D и диаграмма направленности его излучения в трех измерениях.

$$\left(\sqrt{z^2+x^2}-Q\right)^2=y^2+q^2 \tag{8}$$

$$y=\tan(\varphi)\cdot x,\quad z=\forall\in\mathbb{R}. \tag{9}$$

$$r_{cs}=\alpha(\gamma,\varphi)=\sqrt{1-\sin^2\gamma\sin^2\varphi}. \tag{10}$$

$$\alpha(t,\varphi)=\sqrt{1-\left(1-(z/ct)^2\right)\sin^2(\varphi)}. \tag{11}$$

$$\hat{E}(\vec{r},t)=\frac{1}{2\pi}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\sqrt{1-\left(1-(z/ct)^2\right)\sin^2(\varphi)}d\varphi. \tag{12}$$

$$\beta=1/(1-(z/ct)^2)$$

$$\hat{E}(\vec{r},t)=\frac{1}{2\pi\beta}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\sqrt{\beta-\sin^2(\varphi)}d\varphi$$

$$=\left(\frac{\sqrt{2\beta+\cos(2\varphi)-1}}{\sqrt{2\beta+\cos(2\varphi)-1}/b}\right)\mathbb{E}\left(\varphi\middle|\frac{1}{\beta}\right). \tag{13}$$

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = \int \vec{E}(\omega, \vec{r}) e^{-i\omega t}\, d\omega. \qquad (1)$$

$$S_e(t, \vec{r}) = \vec{e} \cdot \vec{E}(t, \vec{r}) * \mathrm{S}_0(t) \qquad (2)$$

$$E_e(\omega, \vec{r}) = \frac{i\omega}{2\pi c} \iint\limits_{S_a} g(\vec{r}_a, \omega)\gamma(\vec{r}, \vec{r}_a) \frac{e^{i(\omega/c)|\vec{r}-\vec{r}_a|}}{|\vec{r}-\vec{r}_a|}\, dS_a \qquad (3)$$

$$g(x', y', \omega) \approx f\left(\frac{x'}{F}, \frac{y'}{F}, \omega\right)$$

$$\gamma(\vec{r}, \vec{r}_a) \cong (\hat{n}, \hat{r}_0)^2 \qquad (4)$$

$$g(\vec{r}_a, \omega) \cong g(\vec{r}_a) w_{ill}(\omega). \qquad (5)$$

$$S_e(t, \vec{r}) = \mathrm{S}_0(t) * S_{ill}(t) * \left(\frac{d}{dt} \tilde{E}_e(t, \vec{r})\right) \qquad (6)$$

$$\tilde{E}_e(t, \vec{r}) = \frac{1}{2\pi c} \iint\limits_{S_a} \frac{g(\vec{r}_a)\gamma(\vec{r}, \vec{r}_a)\delta\left(t - \frac{1}{c}|\vec{r}-\vec{r}_a|\right)}{|\vec{r}-\vec{r}_a|}\, dS_a \qquad (7)$$

$$\iint\limits_S f(x,y)\delta[\varphi(x,y)]\,dx\,dy = \int_\Gamma \frac{f[x(\gamma),y(\gamma)]\,d\gamma}{|grad\varphi|_{x=x(\gamma),\,y=y(\gamma)}} \tag{8}$$

$$|\vec{r}-\vec{r}_a| = ct. \tag{9}$$

$$\tilde{E}_e(t,\vec{r}) = \begin{cases} 0, & \text{(a)} \\ \dfrac{1}{2\pi b}\displaystyle\int_{\Gamma_a} \cos^2(\vec{n},\vec{r}_0)g(\vec{r}_a\in\Gamma_a)\,d\gamma & \text{(b)} \end{cases} \tag{10}$$

$$\tilde{E}_e(t,\vec{r}) = \cos^2(\vec{n},\vec{r}_0)\phi/(2\pi) \tag{11}$$

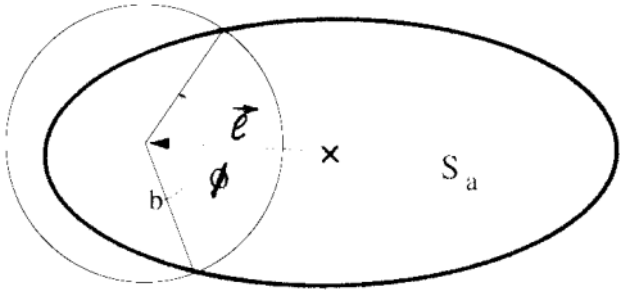

Рис. 1. Кривая пересечения сферы радиусом ct0 с плоскостью апертуры. Здесь Sa - апертура антенны.

$$\tilde{E}_e(t, \rho, z) = \begin{cases} 0, & 0 < ct < z \\ \dfrac{z^2}{(ct)^2}, & z < ct < \sqrt{z^2 + (a-\rho)^2} \\ \dfrac{z^2}{\pi (ct)^2} \cdot \left(\pi - \arccos \dfrac{a^2 - \rho^2 - b^2}{2\rho b}\right), & \sqrt{z^2 + (a-\rho)^2} < ct < \sqrt{z^2 + (a+\rho)^2} \\ 0, & \sqrt{z^2 + (a+\rho)^2} < ct. \end{cases} \quad (12)$$

$$\tilde{E}_e(t, \rho, z) = \begin{cases} 0, & 0 < ct < \sqrt{z^2 + (a-\rho)^2} \\ \dfrac{z^2}{\pi (ct)^2} \arccos \dfrac{-a^2 + \rho^2 + b^2}{2\rho b}, & \sqrt{z^2 + (a-\rho)^2} < ct < \sqrt{z^2 + (a+\rho)^2} \\ 0, & \sqrt{z^2 + (a+\rho)^2} < ct. \end{cases} \quad (13)$$

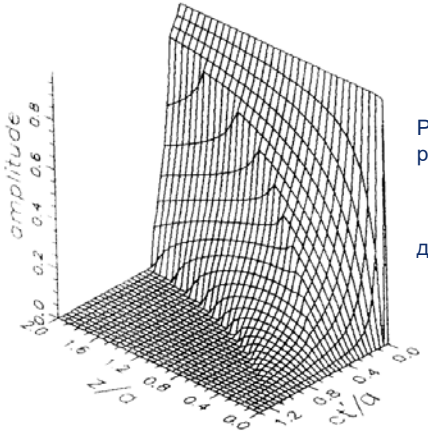

Рис. 2. Пространственно-временное распределение амплитуды $\tilde{E}_e(t', \rho = a/4, z)$ для круговой плоской апертуры.

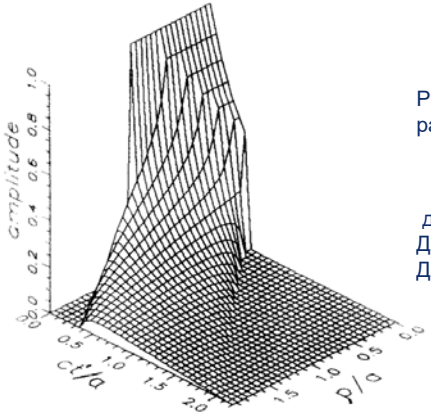

Рис. 3. Пространственно-временное распределение амплитуды $\tilde{E}_e(t', \rho, z = a)$ для круглой плоской апертуры.
Для *p/a*<=1 мы используем (12);
Для *p/a* > 1 мы используем (13).

Сравнение

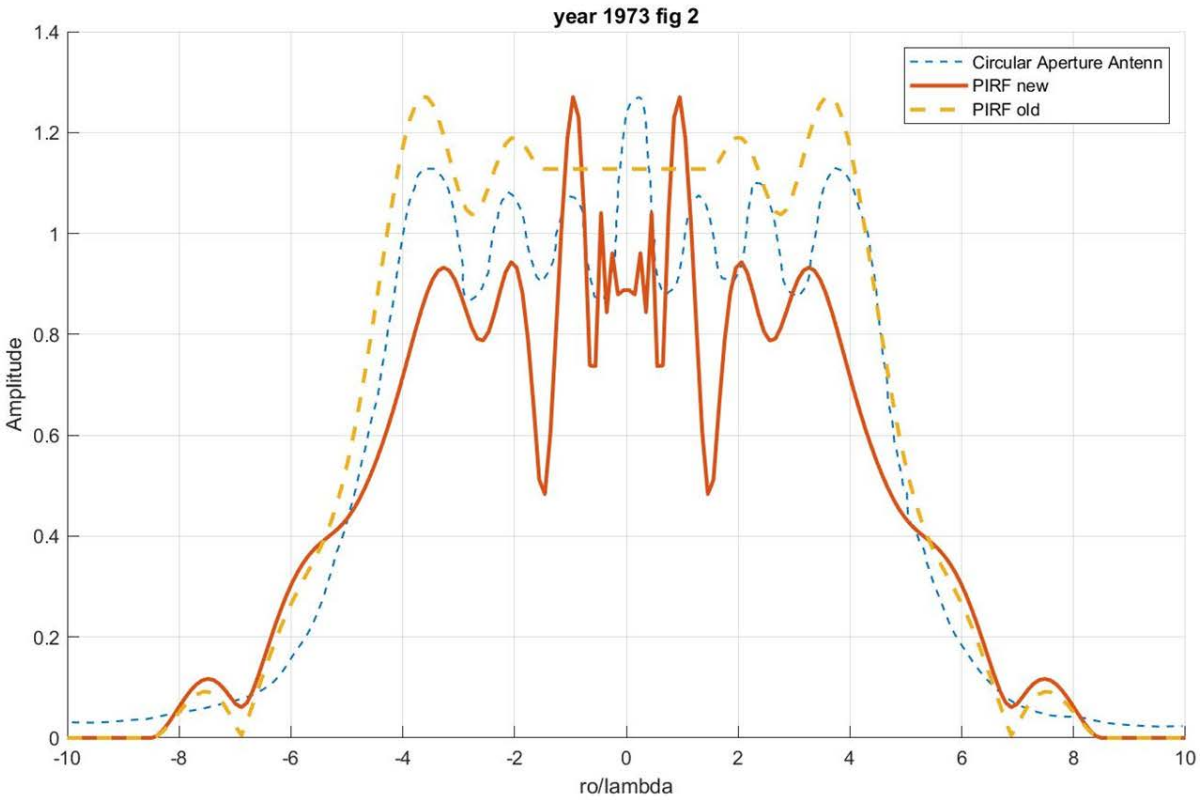

Рис. 2. Ближнее поле на расстоянии 2λ от однородной круглой апертуры диаметром 10λ

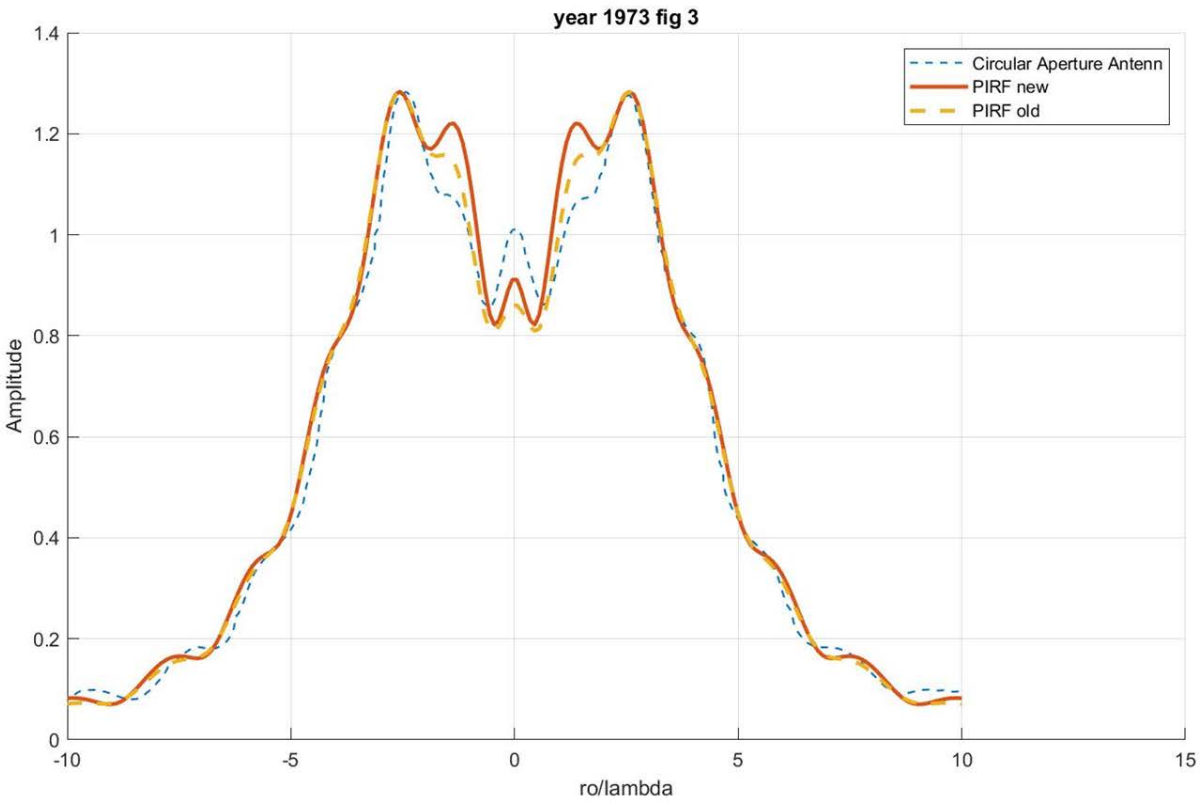

Рис. 2. Ближнее поле на расстоянии 10λ от однородной круглой апертуры диаметром 10λ

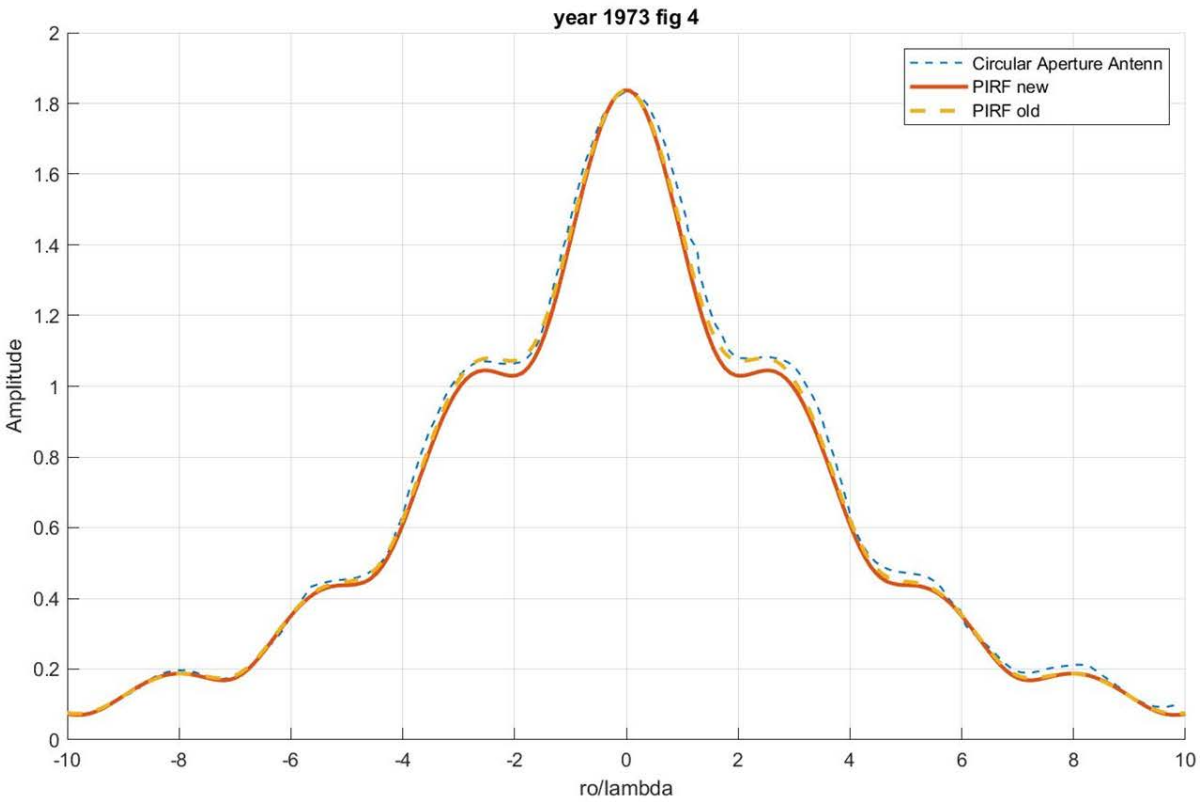

Рис. 2. Ближнее поле на расстоянии 20λ от однородной круглой апертуры диаметром 10λ

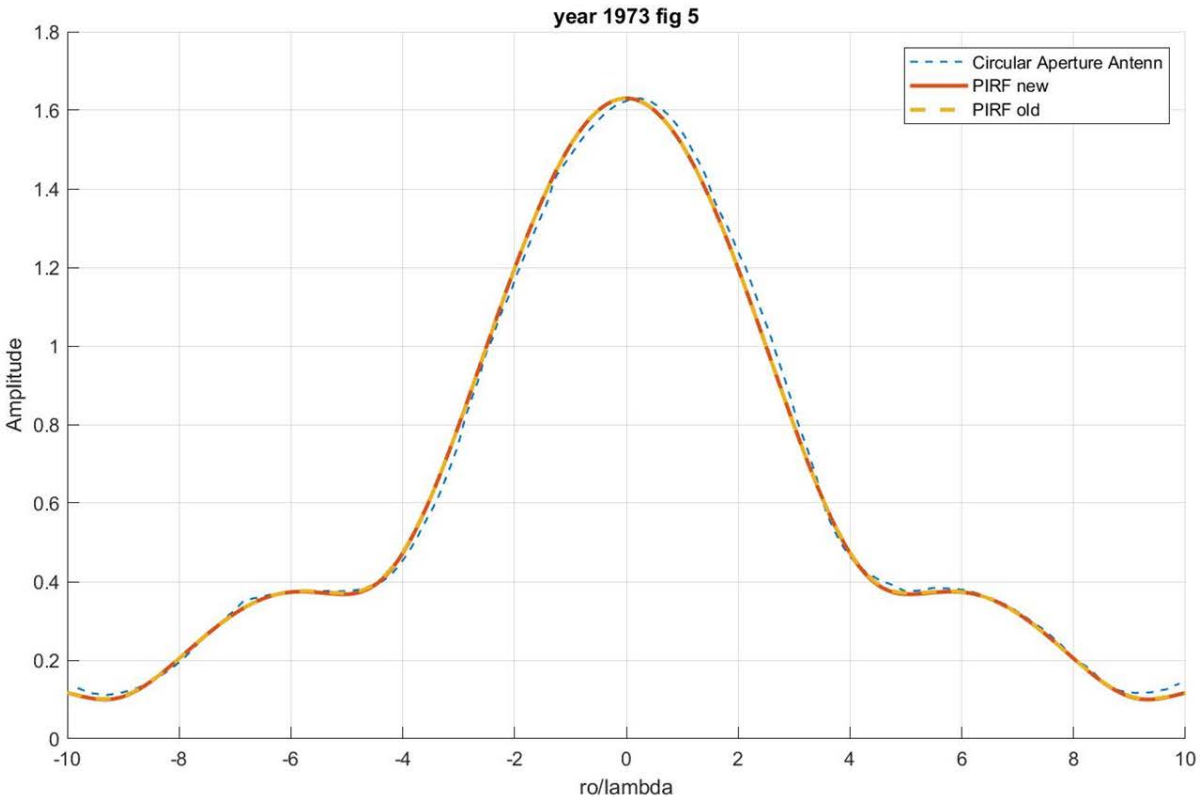

Рис. 2. Ближнее поле на расстоянии 40λ от однородной круглой апертуры диаметром 10λ

ВЫСШАЯ • ШКОЛА • ЭКОНОМИКИ •