

Полярные потоки на сфере с локально плоскими замыканиями сепаратрис

Максимов Д. А.¹

¹НИУ ВШЭ

Напомним, что поток $f^t: M^n \rightarrow M^n$ на замкнутом n -мерном многообразии называется *полярным*, если выполняются следующие условия:

- Неблуждающее множество Ω_{f^t} потока состоит из конечного числа гиперболических состояний равновесия, при этом множество источников (стоковых) состояний равновесия состоит ровно из одной точки.
- Инвариантные многообразия состояний равновесия пересекаются трансверсально.

Для седловой точки σ обозначим W_σ^s, W_σ^u устойчивое и неустойчивое многообразие точки σ .

Замкнутое многообразие $X \subset M^n$ размерности m является локально плоским в M^n в точке x , если существует окрестность точки $x \in U_x \subset M^n$ и гомеоморфизм $h: U_x \rightarrow \mathbb{R}^n$ такой, что $h(X \cap U_x)$ является координатной гиперплоскостью $\mathbb{R}^m \subset \mathbb{R}^n$.

Теорема 1 Пусть f^t — полярный поток на сфере S^4 , неблуждающее множество которого состоит из источника α , стока ω и двух седел σ_1, σ_2 с индексами Морса, равными 1 и 2 соответственно. Тогда замыкание многообразия $W_{\sigma_2}^s$ является локально плоской двумерной сферой.

Этот результат контрастирует с теоремой 6 работы [1], где приведен пример полярного потока с двумя седловыми состояниями равновесия индекса 2, замыкания всех инвариантных многообразий которых являются дико вложенными двумерными сферами.

Благодарности. Работа выполнена в рамках проекта № 23-00-028 «Динамические системы с многомерным фазовым пространством: от регулярной динамики к хаосу» конкурса научно-учебных групп НИУ ВШЭ в 2023 г.

Список литературы

- [1] E. V. Zhuzhoma, V. S. Medvedev, “Morse-Smale systems with few non-wandering points”, *Topology and its Applications*, **160**:3 (2013), 498–507.