



VIII осенняя олимпиада начальных классов по математике

15 октября 2023 года.

Внимательно прочитайте условия задач.
Решать задачи можно в любом порядке.
Ответы нужно записать на отдельном бланке.

3

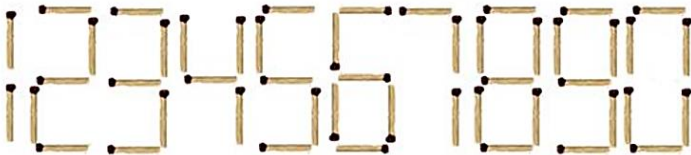
1. Енот выписал 4 числа, которые идут по порядку. При этом оказалось, что всего он записал по одному нулю, единице и тройке, а двоек — целых пять. Какие числа записал Енот?

Решение.

Енот выписал 8 цифр. Значит, все 4 числа, идущие по порядку, — двузначные. Так как двоек 5, то во всех четырёх числах есть цифра 2, а в одном числе две цифры 2. Значит, Енот записал такие числа: 20, 21, 22, 23.

Ответ: 20, 21, 22, 23.

2. Профессор Филин сложил из спичек (спички он выкладывал так, как на рисунке ниже) год своего рождения, а затем подумал, убрал одну спичку и сложил число 2023. В каком году прошлого столетия родился профессор? Запиши только ответ.



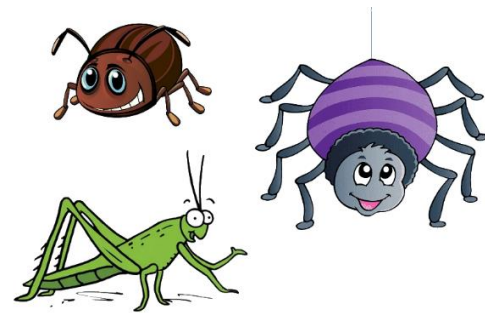
Решение.

В числе 2023 используется 21 спичка. Значит, в числе, обозначающем год рождения профессора, должно быть 22 спички. Так как профессор родился в прошлом столетии, год его рождения должен начинаться с цифр 1 и 9. В этих цифрах используется 8 спичек. На остальные две цифры остаётся $22 - 8 = 14$ спичек. Это могут быть только две цифры 8 (в них по 7 спичек). Если взять любую цифру с меньшим числом спичек (6 спичек или меньше), то вторая цифра должна содержать не меньше 8-ми спичек. Но такой цифры нет, 7 спичек — наибольшее количество.

Таким образом, профессор родился в 1988 году.

Ответ: в 1988 году.

3. У Енота дома целый мини-зоопарк: у него живут жучки, пауки и кузнечики. Наблюдательный друг Заяц заметил, что у всех жучков всего 8 глаз, а сосед Барсук выяснил, что всего у питомцев Енота 38 лап. А сколько пауков обитает у Енота? Запиши только ответ.



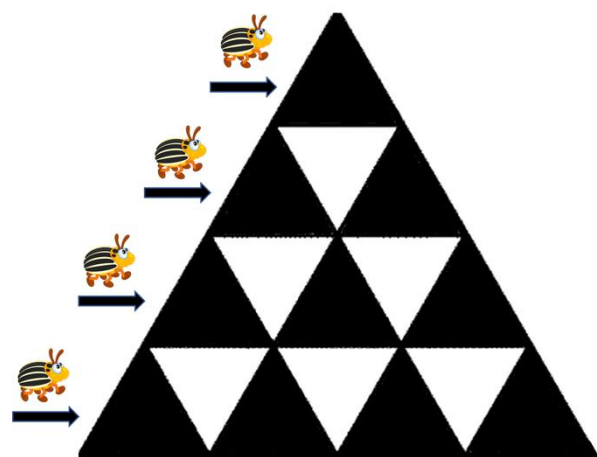
Считаем, что у всех по 2 глаза, у паука 8 лап, у жучка и кузнечика по 6.

Решение.

У сверчка и кузнечика по 6 лап, у паука - 8. У всех насекомых по 2 глаза. Если у всех сверчков 8 глаз, то всего было $8:2=4$ сверчка. У всех сверчков $6*4=24$ лапы. Значит, у всех пауков и кузнечиков было $38-24=14$ лап. Это возможно, только если был 1 паук и 1 кузнечик ($14=8+6$).

Ответ: 1 паук.

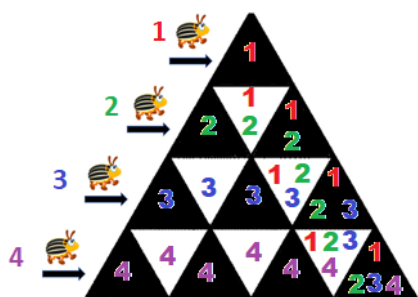
4. У Енота было треугольное поле и 4 жучка. Когда жучок попадает по клетку, он перекрашивает ее в противоположный цвет. Жучки ползут из клетки в ее правого соседа по стороне, пока это возможно, а если у клетки нет правого соседа, то в нижнюю клетку, соседнюю по стороне. Когда у клетки нет ни правого, ни нижнего соседа, жучок останавливается. Как будет выглядеть поле, когда все жучки остановятся?



Решение.

Так как жучки могут двигаться только вправо или вниз, то все они остановятся в правой нижней клетке.

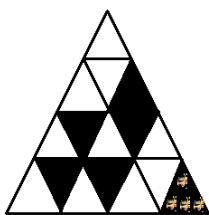
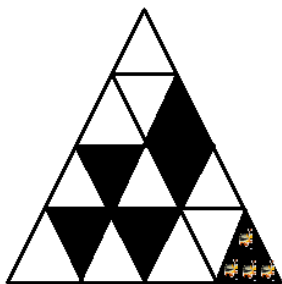
Пронумеруем жучков и отметим на поле, какие клетки они посетят:



Если на клетке побывает 1 жучок, то она поменяет цвет на противоположный. Если на клетке побывает 2 жучка, то клетка два раза поменяет цвет, то есть, станет такого же цвета, как была изначально. И т.д.

Таким образом, если на клетке побывает нечётное количество жучков, то клетка в результате поменяет цвет на противоположный, если чётное количество жучков – останется первоначального цвета.

Тогда поле будет иметь такой вид, когда все жучки остановятся:



Ответ:

5. Белочка раскладывает свои припасы по корзиночкам. Когда она разложила по 5 грибов и 10 ягодок в каждую корзиночку, то для одного гриба и восьми ягодок корзиночки не хватило. Тогда Белочка решила разложить в каждую корзиночку по 6 грибов и 13 ягодок, но в этом случае осталась лишняя корзиночка. Сколько всего корзиночек, грибочков и ягодок у Белочки?

Решение.

Если в первом случае выложить из одной корзиночки 5 грибов и 10 ягодок, то будет одна пустая корзиночка. А $5+1=6$ грибов и $10+8=18$ ягодок останутся неразложенными.

Во втором случае осталась одна пустая корзиночка, но при этом все грибы и ягодки были разложены по корзиночкам.

Значит, в первом случае нужно разложить оставшиеся грибы и ягодки по корзиночкам так, чтобы получилось по 6 грибов и 13 ягодок в каждой корзиночке, как во втором случае. Для этого в каждой корзиночке не хватает по 1 грибу и 3 ягодки. У нас 6 грибов и 18 ягодок. Значит, по 1 грибу и 3 ягодки мы можем добавить 6 раз. Тогда, заполненных корзиночек будет 6 и одна пустая, всего 7 корзиночек. Грибов всего $6*6=36$, ягодок – $13*6=78$.

Ответ: 7 корзиночек, 36 грибочков, 78 ягодок.

6. Енот выложил на тарелку несколько конфет в синих, желтых и красных фантиках. Вечером пришел с прогулки его брат и съел половину конфет того цвета, которых было в тарелке больше всего. Утром Енот положил в тарелку еще по одной конфете



каждого цвета. Вечером его брат опять съел половину конфет того цвета, которых было в тарелке больше всего. Следующим утром Енот опять положил в тарелку по одной конфете каждого цвета. И снова вечером его брат съел половину конфет того цвета, которых было в тарелке больше всего. Когда утром методичный Енот опять положил в тарелку по одной конфете каждого цвета, в ней стало 4 синих, 5 желтых и 6 красных конфет. Сколько конфет съел его брат, если за три дня ему удалось попробовать конфеты всех трех видов?

Решение.

Будем решать задачу в обратном порядке.

Заметим, что по условию задачи, если брат Енота съел конфеты какого-то вида, то в следующий раз он не может есть конфеты этого же вида, так как тогда ему не удастся попробовать конфеты всех трёх видов.

В конце стало 4 синие, 5 жёлтых и 6 красных конфет.

До того, как Енот в последний раз положил по одной конфете каждого цвета, было 3 синие, 4 жёлтые и 5 красных конфет.

Столько их стало после того, как брат Енота в последний раз съел половину конфет того цвета, которых было в тарелке больше всего. Значит, до этого могло быть:

- 1) 6 синих, 4 жёлтые, 5 красных (брат съел 3 синие конфеты);
- 2) 3 синие, 8 жёлтых, 5 красных (брат съел 4 жёлтые конфеты);
- 3) 3 синие, 4 жёлтые, 10 красных (брат съел 5 красных конфет).

Второй и третий варианты не подходят, так как брат Енота не сможет съесть синие конфеты. Их уже не может быть больше, чем остальных конфет.

Тогда, до того, как Енот второй раз положил по одной конфете каждого цвета, было 5 синих, 3 жёлтые, 4 красные конфеты.

Столько их стало после того, как брат Енота во второй раз съел половину конфет того цвета, которых было в тарелке больше всего. Причём, синие конфеты он уже ел. Значит, до этого могло быть:

- 1) 5 синих, 6 жёлтых, 4 красные (брат съел 3 жёлтые конфеты);
- 2) 5 синих, 3 жёлтые, 8 красных (брат съел 4 красные конфеты).

Второй вариант не подходит, так как брат Енота не сможет съесть жёлтые конфеты. Их не может быть больше, чем остальных конфет.

Тогда, до того, как Енот первый раз положил по одной конфете каждого цвета, было 4 синие, 5 жёлтых и 3 красные конфеты.

Столько их стало после того, как брат Енота первый раз съел половину конфет того цвета, которых было в тарелке больше всего. Причём, синие и жёлтые конфеты он уже ел. Значит, до этого было 4 синие, 5 жёлтых и 6 красных конфет (брат съел 3 красные конфеты).

Таким образом, брат Енота съел сначала 3 красные, затем 3 жёлтые и потом 3 синие конфеты. Всего 9 конфет.

Ответ: 9 конфет.

7. Однажды Медвежонок, Заяц и Енот устроили соревнование в поедании варенья. Сначала Медвежонок ест одну свою ложку варенья, потом Заяц съедает две свои ложки, а затем Енот съедает 3 свои ложки варенья. Потом всё повторяется с начала – ход Медвежонка, ход Зайца, ход Енота и так далее. Но ложка Медвежонка вмещает в три раза больше варенья, чем ложка Енота. А ложка Зайца – в три раза меньше варенья, чем ложка Енота. Кто стал победителем в этом состязании (съел больше всех), если известно, что предпоследний ход сделал Енот?



Решение.

Во время соревнования ходы чередуются так: Медвежонок, Заяц, Енот, Медвежонок, Заяц, Енот и т.д. Если предпоследний ход сделал Енот, то последний ход сделал Медвежонок. Таким образом, Заяц и Енот сделали равное количество ходов, а Медвежонок – на один ход больше.

Возьмём за самую маленькую единицу измерения ложку Зайца.

За один ход Заяц съедает две ложки Зайца.

Так как одна ложка Енота вмещает в себя 3 ложки Зайца, а Енот за ход съедает 3 свои ложки варенья, то за один ход Енот съедает $3 \cdot 3 = 9$ ложек Зайца.

Медвежонок за один ход съедает одну свою ложку. Так как одна ложка Медвежонка вмещает в себя 3 ложки Енота, а ложка Енота – это 3 ложки Зайца, то Медвежонок за один ход съедает $3 \cdot 3 = 9$ ложек Зайца.

Таким образом, за один ход Енот и Медвежонок съедают одинаковое количество варенья, а Заяц съедает меньше всех.

Но Медвежонок сделал на один ход больше, чем Енот. Значит, варенья он съел больше, чем Енот, и тем более больше, чем Заяц.

Ответ: Медвежонок.

8. В лесу, где живет Енот, каждый зверь может говорить и правду, и ложь. В соседнем лесу звери делятся на рыцарей, которые говорят только правду, и лжецов, которые всегда лгут. Однажды 2 зайца из леса Енота пришли в гости к трем своим друзьям в соседний лес. Там между ними произошел следующий разговор:

Первый: Ровно половина из нас рыцари.

Второй: Но уж точно не я.

Третий: Нет, как раз ты, Второй, точно рыцарь.

Четвертый: Ты лжец, Третий. Ты лжец, Первый.

Пятый: Третий действительно лжец. Все остальные в нашей компании рыцари.

Кем был каждый из зайцев, рыцарем, лжецом или гостем? Запиши ответ и решение.

Решение.

Всего 5 зайцев. Ровно половины быть не может (5 не делится нацело на 2). Значит, Первый лжёт. Он может быть лжецом или гостем.

Слова Второго означают «Я – не рыцарь». Эту фразу не могут сказать ни рыцарь, ни лжец. Значит, Второй – гость, и он говорит правду.

Тогда Третий говорит ложь, так как Второй – точно не рыцарь (хотя и говорит правду). То есть, Третий тоже может быть лжецом или гостем.

У Пятого вторая фраза – ложь, так как уже Первый, Второй и Третий – точно не рыцари. Он может быть лжецом или гостем.

Если Пятый – лжец, то его первая фраза тоже ложь. Тогда Третий – не лжец. Получаем, что Третий – гость и говорит ложь. Тогда уже есть два гостя (Второй и Третий). Значит, Первый может быть только лжецом. Четвёртый должен быть рыцарем или лжецом. Но у него первая фраза – ложь, а вторая – правда. Такого не может быть, так как рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Получили противоречие.

Значит, Пятый – гость. Тогда уже есть два гостя (Второй и Пятый). Значит, Первый и Третий – лжецы. Тогда обе фразы Четвёртого – правда, и он рыцарь.

Ответ: Первый – лжец, Второй – гость, Третий – лжец, Четвёртый – рыцарь, Пятый – гость.