



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ



VIII осенняя олимпиада

начальных классов по математике

15 октября 2023 года.

Внимательно прочитайте условия задач.

Решать задачи можно в любом порядке.

Ответы нужно записать на отдельном бланке.

4

$$\begin{array}{r} + 1903 \\ 111 \\ \hline 2023 \end{array}$$

1. Енот записал правильный пример на сложение, а Тигренок поменял местами две цифры. Получилось: $2023 = 1903 + 111$. Запиши, как выглядел правильный пример вначале.

Ответ: $2023 = 1913 + 110$

2. Енот-мастер сделал в своей мастерской смешные часы с тремя стрелками (часовая, минутная и секундная) одной длины и циферблатом без цифр и повесил на стену (возможно, повернув циферблат). Сколько времени на часах, если это было утром, и часы идут правильно? Запиши только ответ.

Стрелки движутся непрерывно, если стрелка указывает точно на какое-то деление, значит, времени ровно столько, и ни на секунду больше или меньше.

Решение.

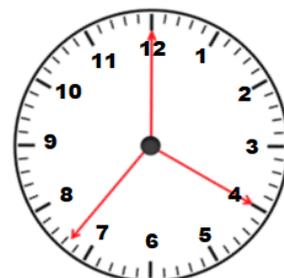
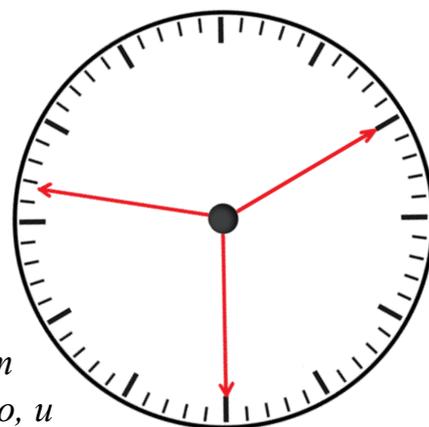
Так как стрелки движутся непрерывно, то часовая стрелка может находиться ровно на целом делении (на делении, где должны быть числа, обозначающие час) только в одном случае: когда ровно сколько-то часов 00 минут 00 секунд. Но тогда минутная и секундная стрелки совпадают, а у нас все стрелки указывают в разные места. Значит, часовая стрелка – это та, которая стоит не на целом делении. Так как мы выяснили, что минутная стрелка стоит на целом делении, значит секундная должна указывать на 12. Значит, минутная стрелка может быть либо на 20 минутах (когда нижняя стрелка является минутной), либо на 40 минутах (если нижняя стрелка является секундной).

Теперь вернемся к расположению часовой стрелки. Заметим, что расстояние между двумя соседними маленькими делениями соответствует 1 секунде для секундной стрелки, 1 минуте для минутной стрелки и 12 минутам для часовой стрелки.

Тогда расположение часовой стрелки показывает нам, что минут должно быть от 12 до 24. Это возможно только в одном случае, когда минутная стрелка показывает на 20 минут.

Часы здесь показывают время 7 часов 20 минут 00 секунд или 19 часов 20 минут 00 секунд. По условию, должно быть утро. Значит, на часах 7 часов 20 минут 00 секунд.

Ответ: 7 часов 20 минут 00 секунд



3. Енот-кондитер испек 17 пирожных. Медвежонок съел в два раза больше пирожных, чем Заяц, а Енот съел на одно пирожное больше Зайца. Сколько пирожных съел Енот?

Решение.

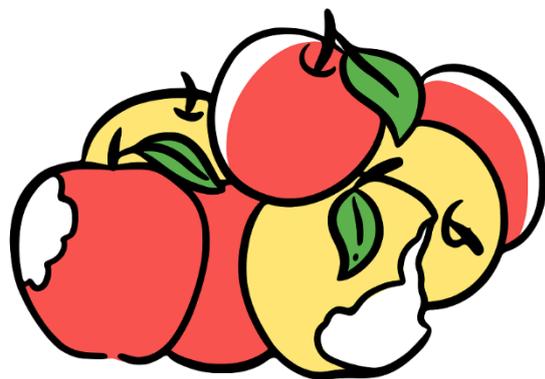
Пусть Заяц съел 1 часть пирожных. Тогда Медвежонок съел 2 части пирожных, а Енот – 1 часть +1 пирожное.

Всего друзья съели 4 части + 1 пирожное. По условию, это 17 пирожных. Значит, 4 части – это 16 пирожных. Тогда, 1 часть – это 4 пирожных.

Получаем, что Енот съел $4+1=5$ пирожных.

Ответ: 5 пирожных.

4. По кругу лежало 16 яблок – поровну жёлтых и красных. По правилам игры за один ход нужно одновременно взять из круга все яблоки, у которых оба соседа одного цвета. Енот играл первым, и всё, что он взял за свой ход, это 4 красных яблока, а Тушканчик играл вторым, и всё, что он взял за свой ход, это 4 жёлтых яблока. После этого Енот, играя по правилам, уже не смог взять ничего. Приведи пример, как могли быть расположены яблоки перед самым началом игры.



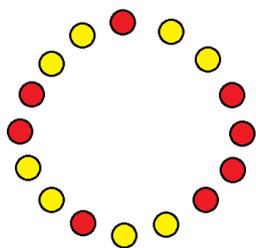
Решение.

Так как первым ходом можно было взять только красные яблоки, то перед началом игры у красных яблок были соседи одного цвета, а у жёлтых яблок не было. Значит, жёлтые яблоки должны стоять ровно по 2 рядом.

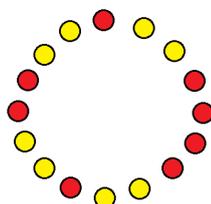
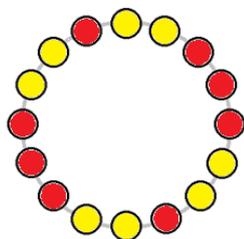
После первого хода оставшиеся красные яблоки должны стоять ровно по 2 рядом, чтобы их нельзя было взять.

После второго хода и красные, и жёлтые яблоки должны стоять ровно по 2 рядом, чтобы никакие яблоки нельзя было взять.

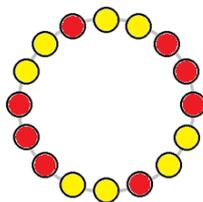
Таким образом, перед началом игры яблоки могли располагаться, например, так:



или



или



Ответ: например, так:

5. Енот, Белка и Ёжик придумали игру. Енот записывает предложение. Белка заменяет каждую букву какой-нибудь цифрой (одинаковые буквы одинаковыми цифрами, а разные буквы разными цифрами). Затем Ёжик перемножает все эти цифры между собой и записывает ответ. *Например, как могла пройти игра:*

Енот записал предложение: “Мама мыла раму”.

Белка заменила буквы так: М - 1, А - 2, Ы - 3, Л - 4, Р - 5, У - 6

У нее получилось: 1212 1342 5216

Затем **Ёжик** выполнил умножение: $1*2*1*2*1*3*4*2*5*2*1*6=5760$

Однажды Енот записал следующее предложение: «Математика – царица наук!»

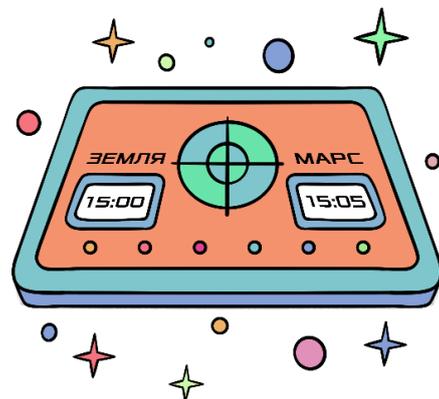
Какой результат написал в итоге Ёжик? Запиши ответ и решение.

Решение.

В предложении «Математика – царица наук!» использовано 10 различных букв. Значит, должно быть 10 различных цифр. Существует всего 10 различных цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Значит, они все должны быть использованы. Тогда в произведении один из множителей будет равен 0. А, значит, и всё произведение будет равно 0.

Ответ: 0.

6. Марсианские сутки состоят из 24 часов (марсианских) и длиннее земных на 40 земных минут. В ракете, которую построил Енот-изобретатель, есть двое часов – земные и марсианские. В какой-то момент часы показывали такое время, как на рисунке (15:00 на земных часах и 15:05 на марсианских). Через сколько земных часов они покажут одинаковое время? Запиши ответ и решение.



Решение.

Когда на Марсе пройдет 24 марсианских часа, на Земле пройдет 24 земных часа и 40 минут.

Первый способ: Каждый марсианский час длиннее земного на 40:24 земных минут. Посмотрим, за сколько марсианских часов на Земле “набегут” 5 лишних земных минут на земных часах (это разница между часами на приборной панели): $X*40:24 = 5$, $X = 3$ часа.

Второй способ: узнать, насколько длиннее один марсианский час, чем один земной, сложно. Посмотрим, какие общие делители есть у 24 и 40? 2, 4, 8. То есть, 12 (24:2) марсианских часов длиннее 12и земных часов на 20 (40:2) земных минут. 6 (24:4) марсианских часов длиннее 6и земных часов на 10 (40:4) земных минут. А 3 (24:8) марсианских часа длиннее 3ех земных часов на 5 земных минут. Разница между часами на приборной панели – 5 минут. Значит, через 3 марсианских часа марсианские часы покажут 18:05 (пройдет 3 марсианских часа), а земные часы тоже покажут 18:05 (пройдет 3 земных часа и 5 минут).

Ответ: через 3 марсианских часа или через 3 земных часа и 5 земных минут.

7. В клубе любителей животных за большим круглым столом с пронумерованными от 1 до 2023 стульями расселись 2023 человека – собаководы и котководы. Собаководы всегда говорят правду, а котководы всегда лгут. Каждый из сидящих на месте с нечётным номером сказал: “Среди моих соседей есть хотя бы один котковод”. Каждый сидящий на месте с чётным номером сказал: “Оба моих соседа – котководы”. Сколько котководов было на этой встрече? Запиши ответ и решение.

Решение.

Заметим, что 2023 – нечётное количество людей, и нечётных номеров на 1 больше, чем чётных.

Так как люди сидят по кругу, то 1 и 2023 сидят рядом. Они не могут быть оба котководами, так как тогда среди соседей каждого из них будет хотя бы один котковод, то есть, слова каждого окажутся правдой, а котководы всегда лгут. Значит, либо они оба собаководы, либо один из них собаковод, другой котковод.

Рассмотрим вариант, когда 1 – котковод, 2023 – собаковод. Тогда у 1-го не должно быть соседей-котководов. Значит, 2- собакаковод. У него чётный номер и он всегда говорит правду. Значит, 3- котковод. И т.д. котководы и собаководы будут чередоваться: все нечётные номера (кроме 2023) – котководы, все чётные – собаководы. Но тогда рядом окажутся два собаководы: 2022 и 2023. И слова чётного 2022-го собаководы окажутся ложью. Получили противоречие.

Вариант, когда 1 – собаковод, 2023 – котковод, аналогичен предыдущему. Здесь слова чётного 2-го собаководы окажутся ложью.

Значит, 1 и 2023 – оба собаководы. Тогда 2- котковод, 3- собакаковод (нечётный 3 не может быть котководом, так как среди его соседей уже есть котковод, и его слова окажутся правдой). И т.д., все нечётные номера – собаководы, все чётные – котководы.

Чётных номеров всего $(2023-1):2=1011$. Значит, котководов было 1011.

Ответ: 1011 котководов.



8. Легкомысленный Енот купил в волшебной лавке 9 бутылочек с зельем удачи чтобы победить в олимпиаде. Оказалось, что в одной из бутылочек налито сонное зелье. У Енота есть двое друзей, которые готовы быть испытателями. За одну попытку Енот может накапать им в чашки капель из одной или нескольких бутылочек (одну и ту же бутылочку можно использовать несколько раз) и дать выпить испытателям. Если среди капель в чашке была хотя бы одна капля сонного зелья, испытатель, который пил из этой чашки, уснет и больше участвовать в испытании не будет. Как Еноту найти сонное зелье за две попытки? Запиши решение.

Решение.

Пронумеруем бутылочки с зельем: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

1 попытка: в первую чашку накапаем капли из бутылочек 1, 2, 5, во вторую чашку – из бутылочек 3, 4, 5.

Если оба испытателя уснут, то сонное зелье в бутылочке 5. Вторая попытка не потребуется.

Если уснёт только первый испытатель, то сонное зелье в 1 или 2 бутылочке.

Тогда *2 попытка:* накапаем второму испытателю из 1 бутылочки. Если он уснёт, то сонное зелье в 1 бутылочке. Если не уснёт, то сонное зелье во 2 бутылочке.

Если после первой попытки уснёт только второй испытатель, то сонное зелье в 3 или 4 бутылочке.

Тогда *2 попытка:* накапаем первому испытателю из 3 бутылочки. Если он уснёт, то сонное зелье в 3 бутылочке. Если не уснёт, то сонное зелье в 4 бутылочке.

Если после первой попытки никто не уснёт, то сонное зелье в какой-то из оставшихся бутылочек: 6, 7, 8 или 9.

2 попытка: в первую чашку накапаем из бутылочек 6 и 8, во вторую чашку – из бутылочек 7 и 8.

Если оба испытателя уснут, то сонное зелье в бутылочке 8.

Если уснёт только первый испытатель, то сонное зелье в 6 бутылочке.

Если уснёт только второй испытатель, то сонное зелье в бутылочке 7.

Если после второй попытки никто не уснёт, то сонное зелье в оставшейся 9 бутылочке.

Таким образом, за 2 попытки Енот найдёт сонное зелье.

Ответ: см. решение.