

## 8 класс

1. Разрешается стереть в ряду цифр 123456789 несколько цифр (возможно одну) и расставить между оставшимися цифрами несколько плюсов (возможно один) так, чтобы полученное числовое выражение равнялось 2024. Покажите, как это сделать.
2. Докажите, что существует не более восьми простых 2023-значных чисел, у которых первые 2022 цифры равны между собой.

3. Про положительные числа  $a, b, c$  и  $d$  известно, что  $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{d} = \frac{c+d}{a} = \frac{d+a}{b}$ . Докажи-

те, что сумма каких-то двух из них равна сумме двух других.

4. В классе учатся 25 человек, причём есть и мальчики, и девочки. Каждый мальчик сказал: «У меня подруг на одну больше, чем друзей-мальчиков». Каждая девочка сказала: «У меня друзей-мальчиков на одного больше, чем подруг». Докажите, что чья-то дружба не взаимна.

5. В треугольнике  $ABC$  отмечены точки  $K$  и  $P$  так, что  $\angle ABK = \angle CBP < \angle ABC/2$ ,  $\angle BAK = \angle BCP$  и отрезок  $KP$  параллелен  $AC$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  – равнобедренный.

6. В бесконечном направо ряду стоят единичные квадраты, приставленные друг к другу по стороне (см. начало ряда на рисунке). Соединяют нижнюю левую вершину первого квадрата с правыми верхними вершинами всех квадратов. Площадь, находящуюся снизу от проведённых диагоналей, закрасили. Конечной или бесконечной является незакрашенная площадь квадратов?

