

9 класс

1. Во время выпускного экзамена в 2024 году 9-класснику было предложено найти сумму всех целых чисел от 1 до 24, разрешив пользоваться калькулятором. Итоговый целочисленный результат на калькуляторе оказался отличен от верного на 1 процент. Какой результат мог быть на калькуляторе?
2. Диагональ AC выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равна стороне AD . На диагонали BD есть такая точка E , что $DE=BC$ и $AB=AE$. Докажите, что BC – касательная к описанной окружности треугольника ABE .
3. Целые числа a, b, c – длины сторон некоторого треугольника. При каком наименьшем периметре треугольника трехчлен ax^2+bx+c имеет хотя бы один действительный корень?
4. Сумма положительных чисел x и y равна 1. Докажите, что

$$\left(\frac{1}{x^2} - 1\right)\left(\frac{1}{y^2} - 1\right) > 9$$

5. Незнайка нарисовал прямоугольник, разделил его на 64 меньших прямоугольника, проведя по 7 прямых, параллельных каждой из сторон исходного прямоугольника. После этого Знайка указывает одновременно на N прямоугольников разбиения, а Незнайка называет площадь каждого из этих прямоугольников. При каком наименьшем N Знайка сможет гарантированно узнать размеры прямоугольника?
6. Две окружности с центрами A и B пересекаются в точках C и D . Прямая BC пересекла второй раз первую окружность в точке K , а прямая AC пересекла второй раз вторую окружность в точке L . Докажите, что точки A, B, K, L и D лежат на одной окружности.