

**10 класс**

1. Известно, что для действительных чисел  $a, b, c$  система уравнений 
$$\begin{cases} \sqrt{x+a} = b, \\ \sqrt{x+b} = c, \\ \sqrt{x+c} = a \end{cases}$$
 имеет хотя бы

одно решение. Докажите, что  $a=b=c$ .

2.  $M$  – середина гипотенузы  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$ ,  $\angle A=30^\circ$ . Биссектриса  $\angle CAB$  пересекается в точке  $P$  с прямой  $CP$ , перпендикулярной биссектрисе  $\angle ACM$ . Найдите  $\angle ABP$ .

3. Какое наименьшее значение может принимать разность восьмизначного и шестизначного чисел НОВГОРОД – НИЖНИЙ? (одинаковые буквы – одинаковые цифры, разные буквы – разные цифры)

4. Про 2024 положительных числа  $a_1, a_2, \dots, a_{2024}$  известно, что 
$$\frac{a_1 + a_2}{a_3} = \frac{a_2 + a_3}{a_4} = \frac{a_3 + a_4}{a_5} = \dots = \frac{a_{2023} + a_{2024}}{a_1} = \frac{a_{2024} + a_1}{a_2}.$$
 Докажите, что сумма ка-

кой-то половины из них равна сумме остальной половины чисел.

5. Докажите, что графики функций  $f(x)=x^3+2x^2-2x-1$  и  $g(x)=2x^3+4x^2-3x-2$  пересекаются в трёх различных точках, лежащих на одной прямой.

6. В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоты  $BB_1, CC_1$ . Прямая  $B_1C_1$  пересекает описанную окружность треугольника  $ABC$  в точках  $X$  и  $Y$ . Пуст  $I_b$  – центр вписанной окружности  $BXY$ , а  $I_c$  –  $CXY$ . Докажите, что треугольник  $AI_bI_c$  – равнобедренный.