



Математическое моделирование колебательной активности нейронов

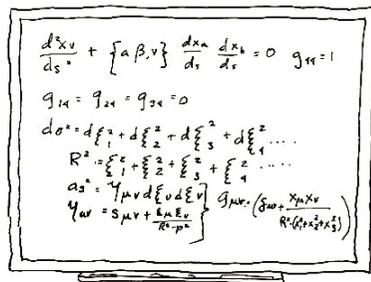
В Вышку за проектом



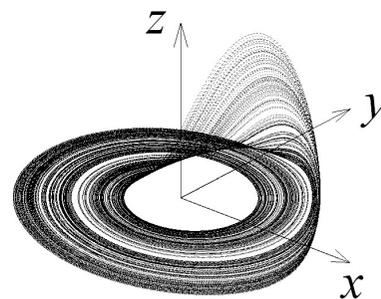
Междисциплинарный подходы к научным задачам



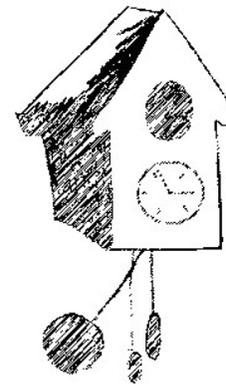
Математические конструкции



Геометрический образ



Физическая реализация



Компьютерное моделирование, исследование, доказательства



Нейронауки



- междисциплинарная область знаний, занимающаяся изучением нейронных процессов. Традиционно изучением нервной системы занималась нейробиология, однако сейчас нейронауки включают в себя целый ряд областей, таких как когнитивная наука, химия, информатика, инженерия, лингвистика, медицина, физика, философия и психология.

Основные направления [\[править | править код \]](#)

Направление	Описание
Нейробиология	Наука, изучающая биологическую основу функционирования нервной системы.
Нейрофизиология	Наука, раздел физиологии, изучающий функции нервной системы, наряду с нейроморфологическими дисциплинами. Нейрофизиология – теоретическая основа неврологии.
Вычислительная нейробиология	Наука, использующая вычислительные процессы для того, чтобы понять, как биологические системы производят поведение ^[1] .
Клиническая нейронаука	Прикладные направления нейронаук, такие как неврология и психиатрия.
Когнитивная нейробиология	Наука, изучающая связь активности головного мозга с познавательными процессами и поведением путём совмещения подходов нейробиологии и когнитивной науки.
Культурная нейронаука <small>рус. (англ.)</small>	Область знаний, стремящаяся выявить те особенности мозговых механизмов, которые обеспечивают психическую деятельность представителей разных культур ^[2] .
Нейровизуализация	Набор различных методов, позволяющих визуализировать структуру, функции и биохимические характеристики мозга ^[3] .
Нейроинженерия	Научная дисциплина, входящая в состав биомедицинской инженерии, использующая различные инженерные методы для изучения, восстановления, замены или укрепления нервной системы.
Нейроинформатика	Подраздел информатики, занимающийся обработкой данных о нервной системе, а также их анализом и моделированием.
Нейролингвистика	Наука, занимающаяся изучением нейронной основы лингвистических процессов.
Нейропсихология	Наука, целью которой является изучение мозговой организации высших психических функций ^[4] .
Нейроэвристика <small>рус. (англ.)</small>	Новый подход к нейронаукам, рассматривающий мозговые процессы с точки зрения взаимодействия генетических факторов и окружающей среды путём объединения редукционистских и целостных подходов. Лежит на пересечении нейробиологии и эвристики ^[5] .
Нейроэтология	Подраздел нейронаук, изучающий то, как центральная нервная система переводит реакцию на биологически значимые раздражители в естественное поведение.
Психофизиология	Наука, изучающая нейрофизиологические механизмы психических процессов, состояний и поведения ^[6] .
Социальная нейронаука	Область знаний, изучающая нейронные процессы, которые лежат в основе социального поведения человека ^[7] .
Нейроархитектура	Мультидисциплинарный подход, опирающийся на знания нейропсихологии, нейромаркетинга, архитектуры и дизайна ^{[8][9][10][11]}

Электричество в живых организмах



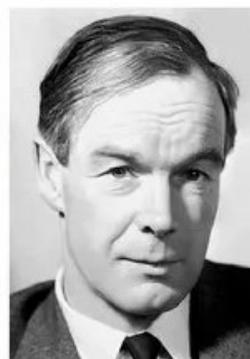
1663 – первый прибор, способный генерировать статическое электричество, О. Герике;
1745 – способ сохранять электростатический заряд, лейденская банка, Э. Клейст;
1781 – «животное электричество», Л. Гальвани;
1800 – электрическая батарея, А. Вольт;
1836 – открытие и описание нейронов Г.Г. Валентин, И.Е. Пуркинье
1939 – регистрация потенциала действия аксона кальмара, А. Ходжкин, Э. Хаксли



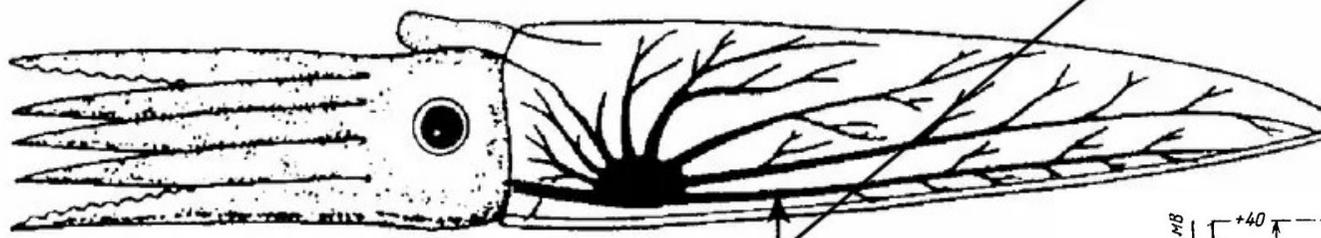
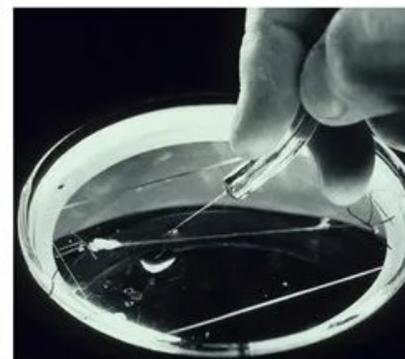
Электричество в живых организмах



Долгопёрый прибрежный кальмар
(*Doryteuthis pealeii*)



Эндрю Хаксли и Алан
Ходжкин



Гигантский аксон
кальмара

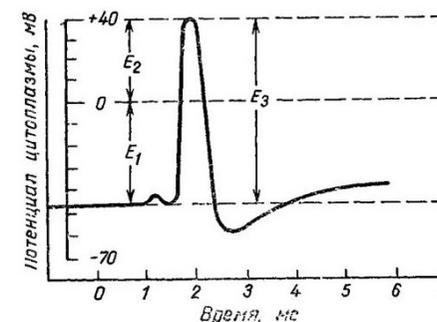


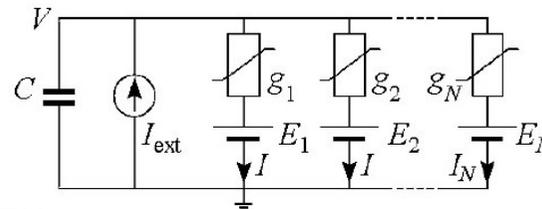
Рис. 30. Потенциал действия нервного волокна кальмара, зарегистрированный с помощью внутриклеточного электрода (по А. Ходжкину и А. Хаксли, 1965).

E_1 — потенциал покоя; E_2 — мембранный потенциал при возбуждении; E_3 — потенциал действия.

Моделирование с помощью дифференциальных уравнений

- Формализм Ходжкина-Хаксли

Схема эквивалентная мембране нейрона

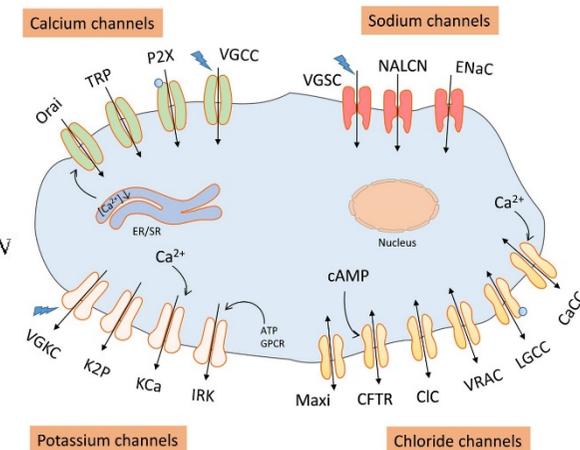


Модель Ходжкина-Хаксли

$$C \frac{dV}{dt} = I_{ext} - \sum_{j=1}^N I_j \quad I_j = g_j(V - E_j)$$

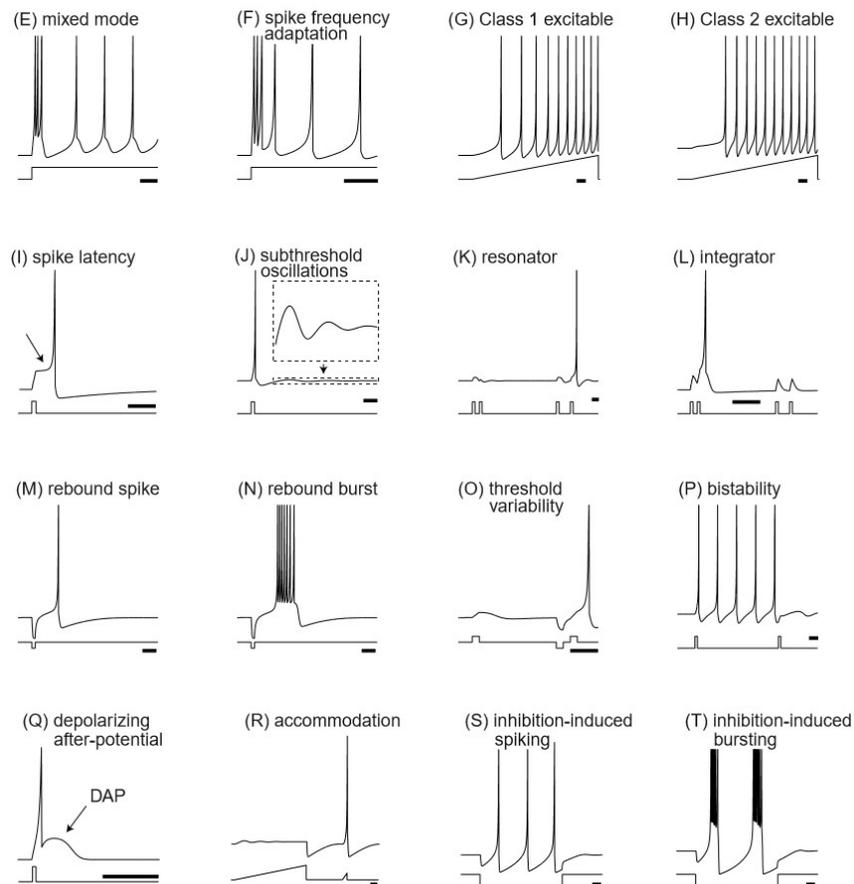
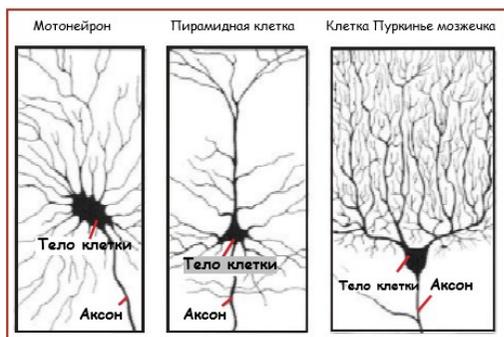
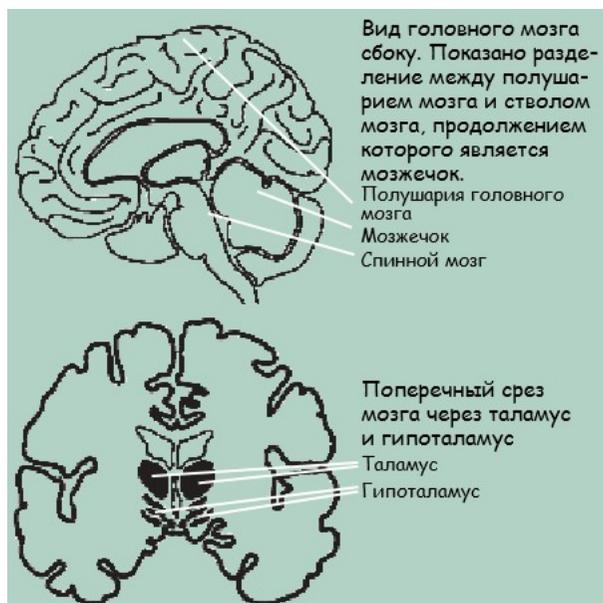
$$C \frac{dV}{dt} = I_{ext} - \bar{g}_K n^4 (V - V_K) - \bar{g}_{Na} m^3 h (V - V_{Na}) - \bar{g}_L (V - V_L),$$

$$\frac{dx}{dt} = \alpha_x(V)(1 - x) - \beta_x(V)x.$$



Модель Ходжкина-Хаксли - это математическая модель, которая описывает генерацию и распределение потенциалов действия в нейронах. Впоследствии аналогичные модели были созданы для других электрически возбужденных клеток: сердечных миоцитов, бета-клеток поджелудочной железы.

Исследование головного мозга. Нейронаука



Математические модели



↓

Потоковые – дифференциальные уравнения
(непрерывное время)

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t))$$

↓

Дискретные – отображения, каскады
(дискретное время)

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

Моделирование с помощью дифференциальных уравнений

- Упрощенные модели типа Ходжкина-Хаксли

Модель Фитцхью-Нагумо

$$\dot{u} = u - \frac{u^3}{3} - v + I_{\text{ext}}$$
$$\tau \dot{v} = u + a - bv.$$

Модель Хиндмарша-Роуза

$$\frac{dx}{dt} = y + \phi(x) - z + I,$$
$$\frac{dy}{dt} = \psi(x) - y,$$
$$\frac{dz}{dt} = r[s(x - x_R) - z],$$

where

$$\phi(x) = -ax^3 + bx^2,$$
$$\psi(x) = c - dx^2.$$

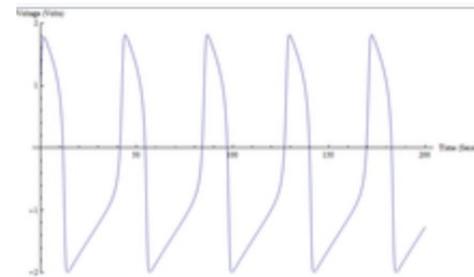
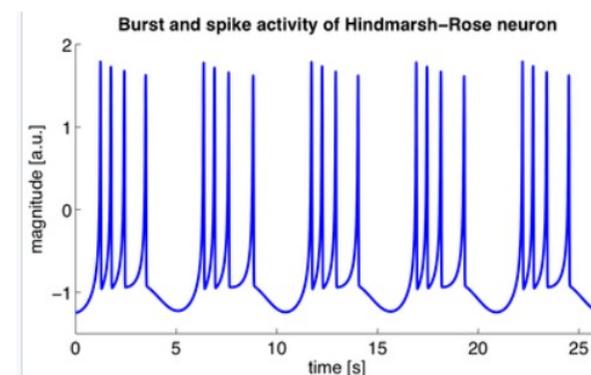


График v со значениями $I=0.5$,
 $a=0.7$, $b=0.8$ и $\tau=12.5$



Simulation of Hindmarsh-Rose neuron showing typical neuronal bursting.

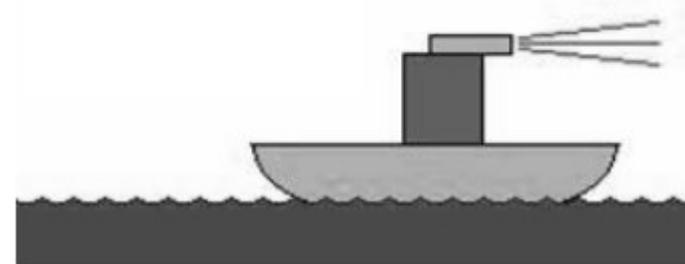
Дискретные системы – отображения (непрерывное время)

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

Модель системы

$$ma = -k\vartheta$$

$$m \frac{d\vartheta}{dt} = -k\vartheta \longrightarrow \vartheta(t) = \vartheta(0)e^{-kt/m}$$



Рассматривая значения скорости через время τ

$$\vartheta_n = \vartheta(0)e^{-kt_n/m}$$

$$\vartheta_{n+1} = \vartheta(0)e^{-kt_n/m - k\tau/m} \longrightarrow \vartheta_{n+1} = \vartheta_n e^{-k\tau/m}$$

Дискретизация и отображения



Модель системы с импульсным воздействием

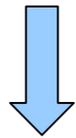
В каждый момент времени система получает импульс P

Тогда скорость системы перед $(n+1)$ импульсом

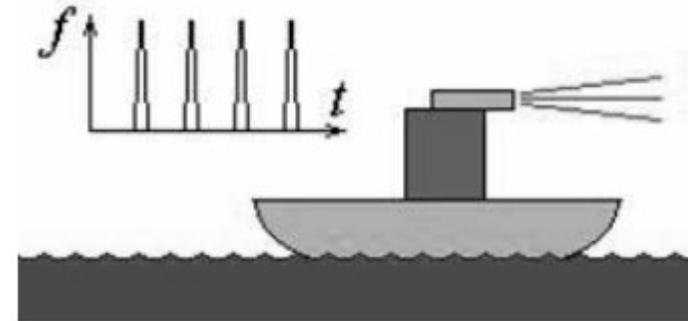
$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_n e^{-k\tau/m}$$

А после импульса

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_n e^{-k\tau/m} + P/m$$



$$\mathcal{V}_{n+1} = a \mathcal{V}_n + b$$



Дискретизация и отображения

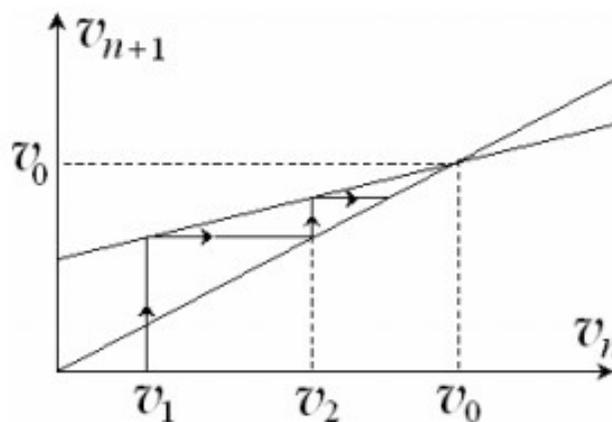


Итерационная диаграмма линейного отображения

$$x_{n+1} = ax_n + b$$

$x_0 = f(x_0)$ неподвижная точка, состояние равновесия

$$x_0 = \frac{b}{1-a}$$



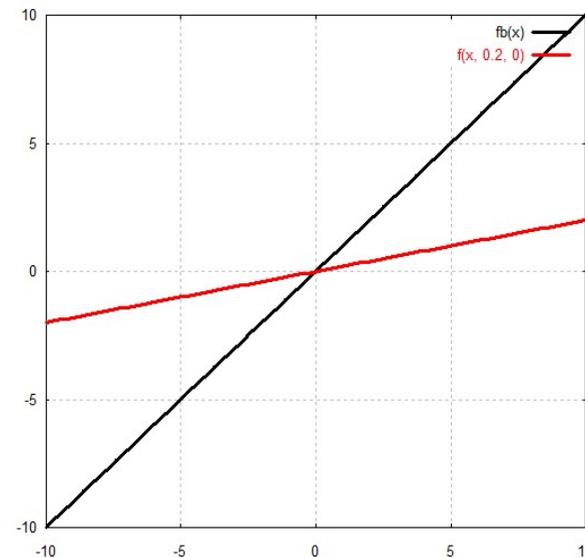
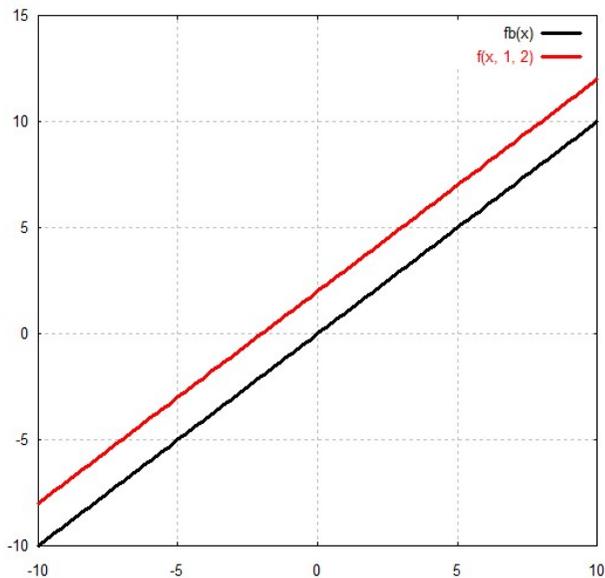
Дискретизация и отображения



Итерационная диаграмма линейного отображения

$$x_{n+1} = ax_n + b$$

$x_0 = f(x_0)$ неподвижная точка, состояние равновесия $x_0 = \frac{b}{1-a}$



Дискретизация и отображения



Итерационная диаграмма линейного отображения

$$x_{n+1} = ax_n + b$$

$$x_0 = f(x_0) \quad \text{неподвижная точка, состояние равновесия} \quad x_0 = \frac{b}{1-a}$$

Устойчивость точки

$$\mu = f'(x_0) \quad \text{Мультипликатор, } |\mu| < 1 \text{ – устойчива, } |\mu| > 1 \text{ - неустойчива}$$

Численное моделирование отображения



Отображение Киалво

Задаем константами:
 $x_0=0.1$ – случайное число
Параметры a, b

цикл - $> N$ – количество итераций
 $x_1=f(x_0)$
 $x_0=x_1$

`print (i, x0)` – временная реализация,
временной ряд

`print (x0,x1)` – фазовый портрет, итерационная
диаграмма

Модель нейрона с дискретным временем



Отображение Киалво

$$x_{n+1} = x_n^2 \exp(y_n - x_n) + I,$$

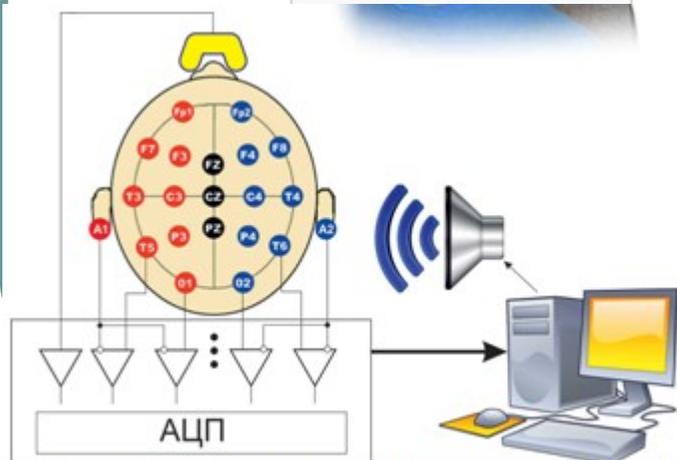
$$y_{n+1} = ay_n - bx_n + c.$$

Chialvo, Dante R. (1995-03-01). "Generic excitable dynamics on a two-dimensional map". *Chaos, Solitons & Fractals. Nonlinear Phenomena in Excitable Physiological Systems*. 5 (3): 461–479.

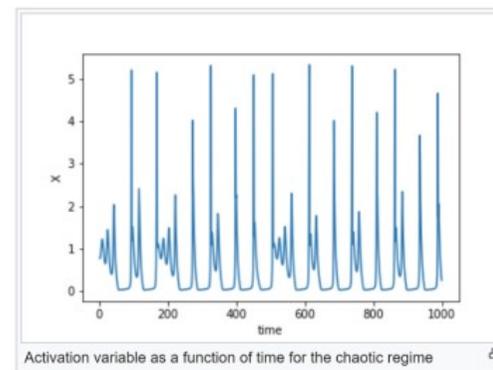
The **Chialvo map** is a two-dimensional map that captures the excitable behavior of neurons. It was proposed by [Dante R. Chialvo](#) in 1995.^[1] The model is used to simulate the activity of one neuron and by using few parameters is able to mimic generic neuronal dynamics.

Contents [hide]

- 1 The model
- 2 Analysis



Медиком: 250 Гц, 16 бит, полоса 0.016-100Гц 17



Численное моделирование отображения



Отображение Киалво

Задаем константами:

$x_0=0.1$, $y_0=0.2$

Параметры a , b , c , l

цикл - $> N$ – количество итераций

$x_1=f_1(x_0,y_0)$, $y_1=f_2(x_0,y_0)$

$x_0=x_1$, $y_0=y_1$

print (i , x_0) – временная реализация,
временной ряд

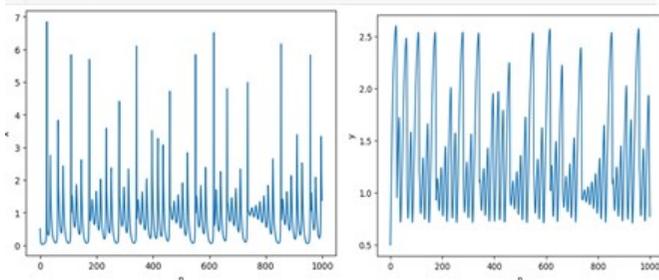
print (x_0,y_0) – фазовый портрет

Модель нейрона с дискретным временем

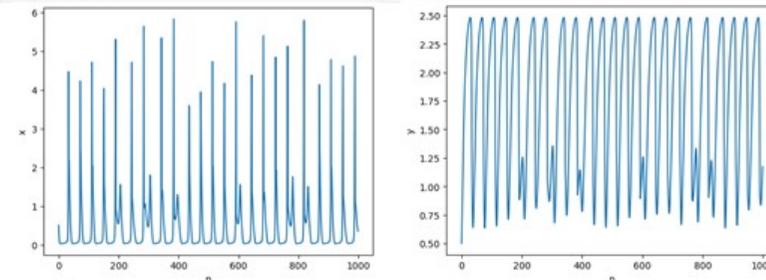


Моделирование динамики нейрона: временные реализации

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import math
3 def f(x,y):
4     return x**2*math.exp(y-x)+I
5 def g(X,y):
6     return a*y-b*x+c
7 y0=0.5
8 x0=0.5
9 a,b,c,I=0.9,0.2,0.3,0.029
10 nn=[]
11 xx=[]
12 yy=[]
13 n=0
14 while n<1000:
15     xx.append(x0)
16     yy.append(y0)
17     nn.append(n)
18     x=f(x0,y0)
19     y=g(x0,y0)
20     x0=x
21     y0=y
22     n=n+1
23     #print(n)
24 plt.plot(nn,yy,'')
25 plt.show()
```



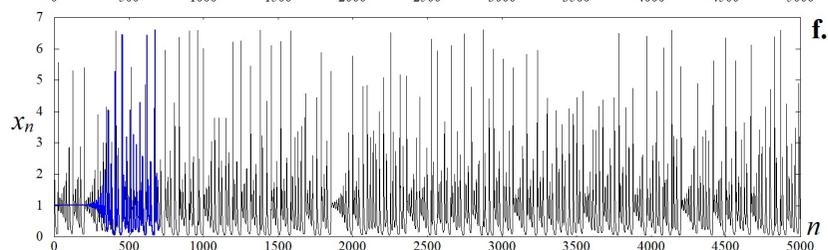
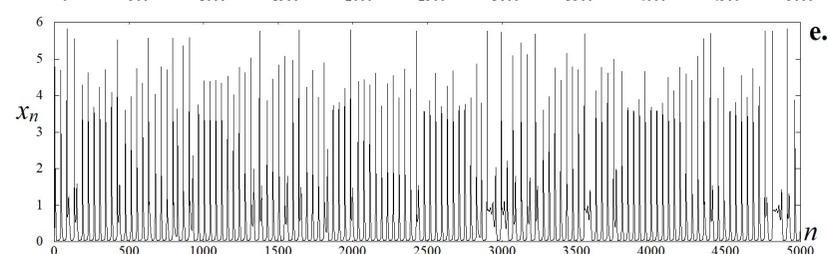
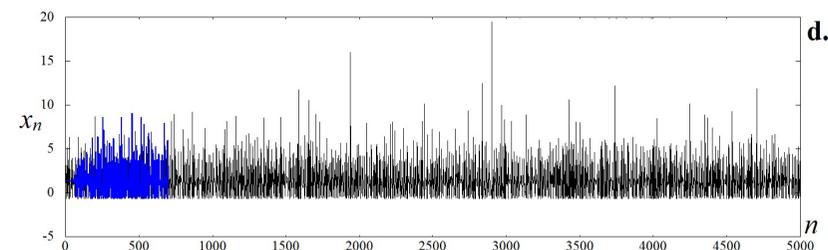
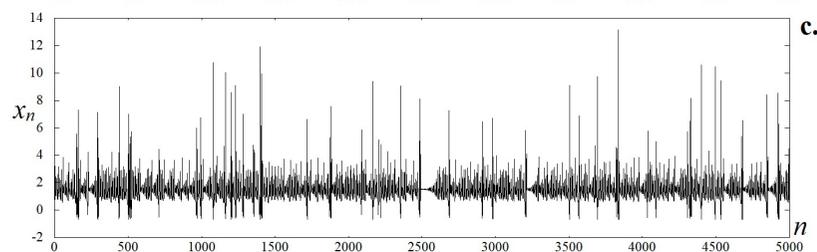
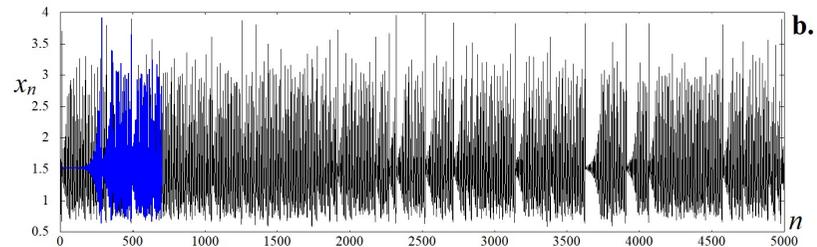
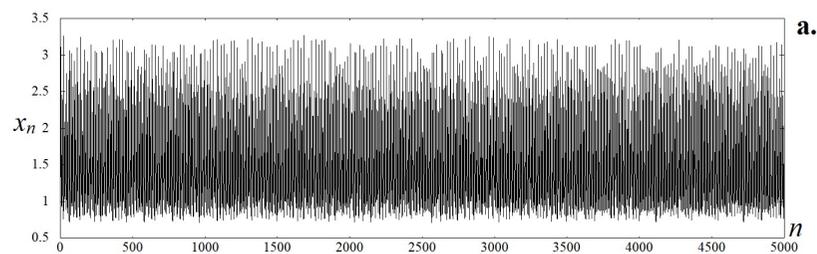
```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import math
3 def f(x,y):
4     return x**2*math.exp(y-x)+I
5 def g(X,y):
6     return a*y-b*x+c
7 y0=0.5
8 x0=0.5
9 a,b,c,I=0.9,0.2,0.27,0.027
10 nn=[]
11 xx=[]
12 yy=[]
13 n=0
14 while n<1000:
15     xx.append(x0)
16     yy.append(y0)
17     nn.append(n)
18     x=f(x0,y0)
19     y=g(x0,y0)
20     x0=x
21     y0=y
22     nn=n+1
23     #print(n)
24 plt.plot(nn,yy,'')
25 plt.show()
```



Модель нейрона с дискретным временем



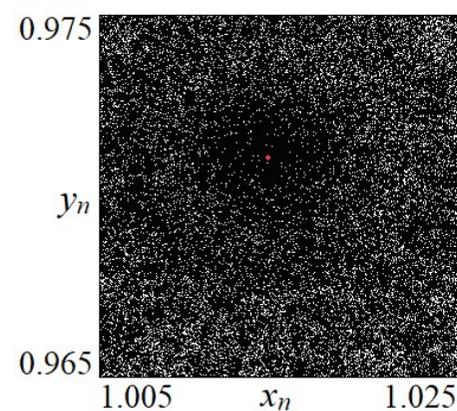
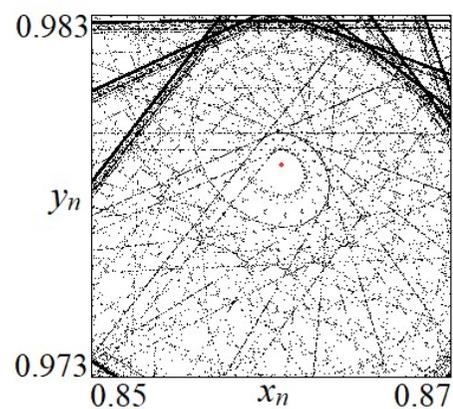
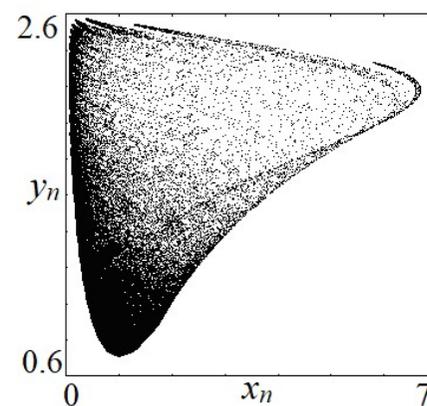
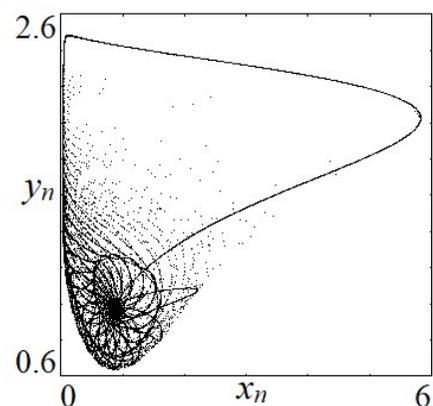
Отображение Киалво



Модель нейрона с дискретным временем



Отображение Киаиво



Задание



- изучить различные модели нейронов, типы колебательной активности;
- исследовать простейшие отображения;
- написать программу численного моделирования простейшего отображения;
- написать программу численного моделирования отображения, описывающего динамику нейрона;
- научиться генерировать различные временные ряды.

Спасибо за внимание!