



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ



Синтез линзы Люнеберга с плоской поверхностью с использованием метода квазиконформных оптических преобразований

А. В. Маковеева, Г. К. Усков, С.П. Скулкин

Аннотация.

В данной работе предложен вариант преобразования линзы Люнеберга из сферической формы в форму полусферы с использованием метода квазиконформных оптических преобразований. Данная форма облегчает построение сканирующей антенной системы на основании модифицированной линзы. Получена формула для распределения диэлектрической проницаемости линзы Люнеберга с плоской поверхностью.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных задач современной радиотехники является построение сканирующих антенных систем. Подобную систему можно построить на основе линзы Люнеберга и массива приемо-передающих модулей, расположенных вдоль корпуса линзы.

Линзой Люнеберга называют в общем случае диэлектрическую структуру, которая преобразует сферический расходящийся пучок лучей, выходящий из одного ее фокуса, в сферический сходящийся пучок лучей с центром в другой точке [1]. Наиболее известен частный случай линзы Люнеберга, который описывается распределением диэлектрической проницаемости [2]:

$$\varepsilon(r) = (n(r))^2 = 2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2,$$

где R – радиус линзы.

ВВЕДЕНИЕ

При прохождении через подобную линзу сферический волновой фронт точечного источника, расположенного в фокусе линзы, трансформируется в плоский, что позволяет добиться узконаправленной диаграммы направленности. 194 Однако система, построенная на основании сферической линзы Люнеберга, будет достаточно сложной в изготовлении за счет того, что излучатели будут расположены не в одной плоскости. Решить проблему сложности изготовления подобной системы можно, преобразовав линзу Люнеберга таким образом, чтобы одна из ее поверхностей стала плоской, а общие же свойства линзы при этом сохранились. Осуществить подобную операцию удобнее всего при помощи метода квазиконформных оптических преобразований

Пусть задано преобразование

$$\begin{cases} x = x'(x) \\ y = y'(y) \end{cases} \quad (2)$$

Тогда, согласно [4] свойства среды в реальном пространстве будут рассчитываться как

$$\varepsilon^{i'j'} = \varepsilon^{ij} \Lambda_i^{i'} \Lambda_j^{j'} \det(\Lambda_i^{i'})^{-1}, \quad (3)$$

$$\mu^{i'j'} = \mu^{ij} \Lambda_i^{i'} \Lambda_j^{j'} \det(\Lambda_i^{i'})^{-1}, \quad (4)$$

где $\Lambda_i^{i'}$ - оператор преобразования. Если основания, обозначенные индексами i и i' , являются координатным базисом, оператор преобразования будет выглядеть как:

$$\Lambda_i^{i'} = \frac{\partial x_{i'}}{\partial x_i} \quad (5)$$

для функции преобразования координат:

$$x_{i'} = x_{i'}(x_i). \quad (6)$$

Суть методики состоит во введении в изначальное преобразование свободных параметров и их оптимизации. Целевой функцией для минимизации в таком случае является [5]:

$$\mathbf{K}(x, y) = \frac{1}{2} \left(K + \frac{1}{K} \right) = \frac{\text{tr}(\Lambda^T \Lambda)}{2|\Lambda|} \geq 1, \quad (7)$$

где $K = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \geq 1$, $\lambda_1(x, y) \geq \lambda_2(x, y)$ – собственные числа матрицы $\Lambda \Lambda^T$.

В предположении, что преобразование является квазиконформным, изотропный показатель преломления для полученной среды может быть аппроксимирован по следующей формуле:

$$n' = n \cdot \text{tr} \left(\frac{\Lambda^T \Lambda}{2|\Lambda|} \right). \quad (8)$$

Преобразование, позволяющее получить линзу необходимой формы из классической линзы Люнеберга можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} x' = \frac{1}{2}(x + \sqrt{1-y^2}) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases}, \quad (9)$$

где, x, y, z – координаты в виртуальном пространстве, x', y', z' – координаты в реальном пространстве.

Согласно (3) диэлектрическая проницаемость в преобразованной линзе будет выглядеть как:

$$\hat{\epsilon}' = \epsilon \begin{pmatrix} 2\left(\frac{1}{4} + \frac{y^2}{4(1-y^2)}\right) & -\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} & 0 \\ -\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Для реализации линзы с использованием метаматериалов полезно диагонализировать $\hat{\epsilon}'$. Используя стандартные методы, найдем:

$$\hat{\epsilon}'' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $\alpha = \frac{-5\sqrt{1-y^2} + 4y^2\sqrt{1-y^2} - \sqrt{9-17y^2+8y^4}}{8\sqrt{1-y^2}(-1+y^2)}$.

Используя идеи изложенного выше метода квазиконформных оптических преобразований (QCTO), можно получить распределение диэлектрической проницаемости для линзы Люнеберга с плоской поверхностью:

$$\epsilon = \begin{cases} \epsilon_L \cdot \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \phi_M}, & \phi \leq \phi_M \\ \epsilon_L & , \phi > \phi_M \end{cases}. \quad (12)$$

Используя идеи изложенного выше метода квазиконформных оптических преобразований (QCTO), можно получить распределение диэлектрической проницаемости для линзы Люнеберга с плоской поверхностью:

$$\epsilon = \begin{cases} \epsilon_L \cdot \frac{\cos^2 \phi}{\cos^2 \phi_M}, & \phi \leq \phi_M \\ \epsilon_L & \phi > \phi_M \end{cases}. \quad (12)$$

Наложим на систему ограничение. Пусть используется такой излучатель, что на линзу падает TEM волна, тогда, следуя принципам квазиконформных преобразований, решение можно искать в виде:

$$\epsilon_r' = \frac{\epsilon_r}{\det(A)}. \quad (13)$$

Следовательно, исходя из (3.1) и (3.5):

$$\epsilon_r' = 2 - \frac{\left(2x' - \sqrt{R^2 - y'^2}\right)^2 + y'^2}{R^2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 4 - \frac{2\left(\left(2x' - \sqrt{R^2 - y'^2}\right)^2 + y'^2\right)}{R^2}. \quad (14)$$

Линзу с распределением диэлектрической проницаемости ϵ_r' можно построить из изотропных материалов.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

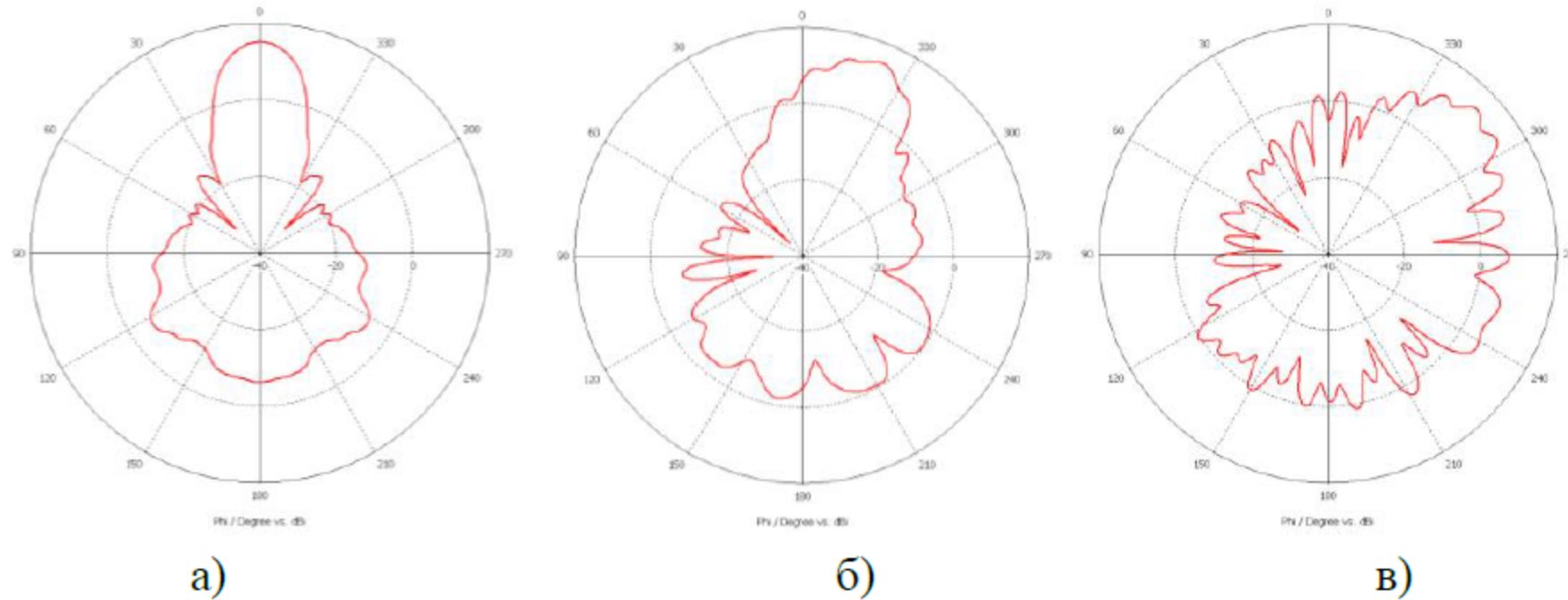
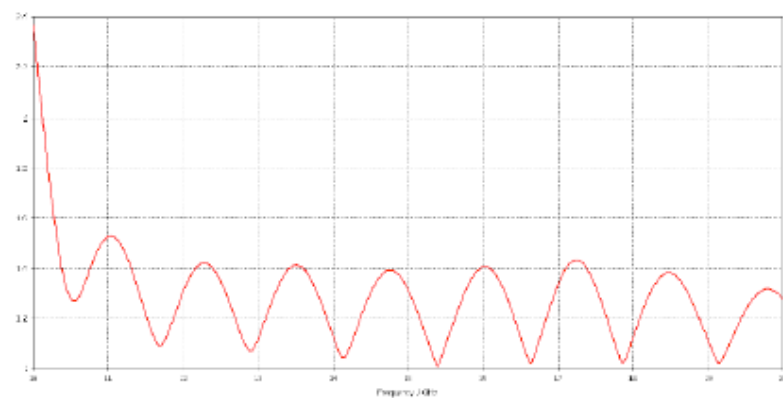
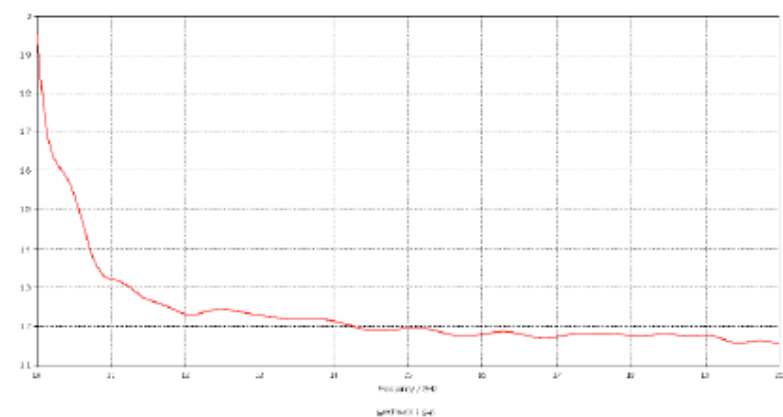


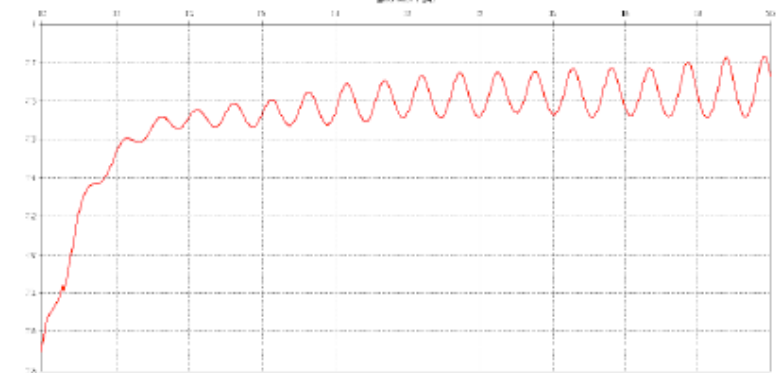
Рис. 1. ДН для линзовой антенны на основе плоской линзы Лüneберга. а) - смещение излучателя относительно центра линзы $d=0$ мм, частота 15 ГГц, б) - смещение излучателя относительно центра линзы $d=15$ мм, частота 15 ГГц, в) - смещение излучателя относительно центра линзы $d=30$ мм, частота 15 ГГц.



а)



б)



в)

Рис. 2. Коэффициент стоячей волны по напряжению для линзовой антенны на основе плоской линзы Лüneберга. а) - смещение излучателя относительно центра линзы $d=0$ мм, частота 15 ГГц, б) - смещение излучателя относительно центра линзы $d=15$ мм, частота 15 ГГц, в) - смещение излучателя относительно центра линзы $d=30$ мм, частота 15 ГГц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе работы была синтезирована линза Люнеберга с плоской поверхностью. По сравнению с классической линзой Люнеберга она имеет ряд преимуществ: а. Вдвое меньшие геометрические размеры. б. Возможность легкого построения сканирующей системы путем размещения массива приемо-передающих элементов вдоль плоской стороны линзы. Однако у подобной конфигурации присутствуют и свои недостатки. Одной из самых явных проблем является значительное увеличение уровня боковых лепестков при размещении приемо-передающего элемента на границе плоской стороны линзы. При этом, чем менее направленная диаграмма направленности у приемо-передающего элемента, тем выше уровень боковых лепестков. Решение данной проблемы станет целью будущих исследований.

Спасибо за внимание!