VII Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада
по математике для 5-7-х классов. НИУ ВШЭ-Нижний Новгород.

7 класс

1. В левой части записи *ОСЕНЬ*=2024 поставьте один или два знака умножения, а вместо разных букв – разные цифры, чтобы получилось верное равенство.

2. Можно ли квадрат разрезать на 49 прямоугольников 12 прямыми, из которых 6 параллельны одной стороне квадрата, а 6 – другой, так, чтобы среди этих частей оказалось ровно 6 квадратов, причём все различного размера?

3. Набор последовательных натуральных чисел (не менее двух чисел) назовём *классным*, если сумма чисел набора делится на наибольшее из чисел набора. Незнайка утверждает, что существует бесконечно много классных наборов. Прав ли он?

4. Про действительные числа a и b известно, что $[a]$=20, $[b]$=24. Какое наибольшее значение может принимать $[ab]$? ($[x]$ – целая часть x, т.е. наибольшее целое число, не превосходящее x)

5. В 7-м классе учатся 15 мальчиков и 14 девочек. Однажды они решили сыграть в следующую игру. По кругу стоят 29 стульев, мальчики и девочки садятся на стулья по очереди (начинают мальчики), выбирая себе некоторое свободное место. Девочки выиграют, если по окончании рассадки всех детей найдутся хотя бы 3 подряд сидящих мальчика, иначе девочки проигрывают. Могут ли девочки договориться между собой, чтобы выиграть?

VII Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада
по математике для 5-7-х классов. НИУ ВШЭ-Нижний Новгород.

7 класс

1. В левой части записи *ОСЕНЬ*=2024 поставьте один или два знака умножения, а вместо разных букв – разные цифры, чтобы получилось верное равенство.

2. Можно ли квадрат разрезать на 49 прямоугольников 12 прямыми, из которых 6 параллельны одной стороне квадрата, а 6 – другой, так, чтобы среди этих частей оказалось ровно 6 квадратов, причём все различного размера?

3. Набор последовательных натуральных чисел (не менее двух чисел) назовём *классным*, если сумма чисел набора делится на наибольшее из чисел набора. Незнайка утверждает, что существует бесконечно много классных наборов. Прав ли он?

4. Про действительные числа a и b известно, что $[a]$=20, $[b]$=24. Какое наибольшее значение может принимать $[ab]$? ($[x]$ – целая часть x, т.е. наибольшее целое число, не превосходящее x)

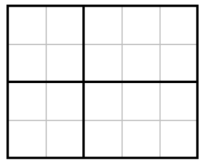
5. В 7-м классе учатся 15 мальчиков и 14 девочек. Однажды они решили сыграть в следующую игру. По кругу стоят 29 стульев, мальчики и девочки садятся на стулья по очереди (начинают мальчики), выбирая себе некоторое свободное место. Девочки выиграют, если по окончании рассадки всех детей найдутся хотя бы 3 подряд сидящих мальчика, иначе девочки проигрывают. Могут ли девочки договориться между собой, чтобы выиграть?

VII Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада
по математике для 5-7-х классов. НИУ ВШЭ-Нижний Новгород.

6 класс

1. Найдите наименьшее шестизначное число из различных цифр, делящееся на 6.

2. Какую несократимую дробь надо прибавить к сумме 9 дробей $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+...+\frac{1}{1024}$, чтобы получить 1?



3. Клетчатый прямоугольник двумя отрезками, параллельными сторонам, режут на 4 клетчатых прямоугольника, при этом по линиям сетки можно выделить ровно 9 прямоугольников (см. пример разрезания на рис.). Докажите, что разрезание всегда можно провести так, чтобы ровно 4 из 9 прямоугольников имели нечётную площадь.

4. Саша в каждую клетку шахматной доски 8×8 поставил красную, чёрную или белую шашку. В каждой строчке красных шашек не меньше, чем чёрных, и не меньше, чем белых, а в каждом столбце чёрных шашек не меньше, чем красных, и не меньше, чем белых. Какое наибольшее количество белых шашек мог разместить на доске Саша?

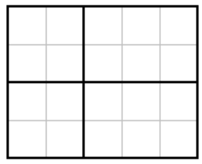
5. Город Островной располагается на 9 островах, между некоторыми из которых есть мосты, при этом никакой остров не соединен мостами со всеми другими островами. С любого острова на любой другой остров можно пройти, заходя по мостам не более чем ещё на один остров. Могло ли в этом городе быть ровно 13 мостов?

VII Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада
по математике для 5-7-х классов. НИУ ВШЭ-Нижний Новгород.

6 класс

1. Найдите наименьшее шестизначное число из различных цифр, делящееся на 6.

2. Какую несократимую дробь надо прибавить к сумме 9 дробей $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+...+\frac{1}{1024}$, чтобы получить 1?



3. Клетчатый прямоугольник двумя отрезками, параллельными сторонам, режут на 4 клетчатых прямоугольника, при этом по линиям сетки можно выделить ровно 9 прямоугольников (см. пример разрезания на рис.). Докажите, что разрезание всегда можно провести так, чтобы ровно 4 из 9 прямоугольников имели нечётную площадь.

4. Саша в каждую клетку шахматной доски 8×8 поставил красную, чёрную или белую шашку. В каждой строчке красных шашек не меньше, чем чёрных, и не меньше, чем белых, а в каждом столбце чёрных шашек не меньше, чем красных, и не меньше, чем белых. Какое наибольшее количество белых шашек мог разместить на доске Саша?

5. Город Островной располагается на 9 островах, между некоторыми из которых есть мосты, при этом никакой остров не соединен мостами со всеми другими островами. С любого острова на любой другой остров можно пройти, заходя по мостам не более чем ещё на один остров. Могло ли в этом городе быть ровно 13 мостов?

VII Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада
по математике для 5-7-х классов. НИУ ВШЭ-Нижний Новгород.

5 класс

1. Найдите наименьшее пятизначное число из различных цифр, делящееся на 5.

2. Карлсон пришёл в гости к Малышу и они съёли все имеющиеся у Малыша ватрушки, поделив их поровну. Потом Карлсон присоединился к фрекен Бок, поделив с ней также все её ватрушки поровну. В итоге оказалось, что Карлсон съел ватрушек в пять раз больше, чем Малыш. Во сколько раз изначально у фрекен Бок ватрушек было больше, чем у Малыша?

3. В клетках таблицы 3×3 расставлены натуральные числа, необязательно разные. Оказалось, что все шесть сумм чисел в строках и столбцах этой таблицы различны. Каково наименьшее возможное значение суммы чисел во всей таблице?

4. Разрежьте какой-нибудь треугольник на 5 одинаковых треугольников и 1 квадрат.

5. Толя решил развлечься и начал перекрашивать клетки шахматной доски 8×8 по следующему правилу: берёт любой прямоугольник 1×2 и закрашивает его клетки в один цвет (чёрный или белый), если они были разноцветные, или раскрашивает их в разные цвета, если они были одноцветными. За какое наименьшее количество таких операций Толя сможет получить новую шахматную доску, но уже с «противоположной» чёрно-белой раскраской?

VII Нижегородская открытая ОСЕННЯЯ олимпиада
по математике для 5-7-х классов. НИУ ВШЭ-Нижний Новгород.

5 класс

1. Найдите наименьшее пятизначное число из различных цифр, делящееся на 5.

2. Карлсон пришёл в гости к Малышу и они съёли все имеющиеся у Малыша ватрушки, поделив их поровну. Потом Карлсон присоединился к фрекен Бок, поделив с ней также все её ватрушки поровну. В итоге оказалось, что Карлсон съел ватрушек в пять раз больше, чем Малыш. Во сколько раз изначально у фрекен Бок ватрушек было больше, чем у Малыша?

3. В клетках таблицы 3×3 расставлены натуральные числа, необязательно разные. Оказалось, что все шесть сумм чисел в строках и столбцах этой таблицы различны. Каково наименьшее возможное значение суммы чисел во всей таблице?

4. Разрежьте какой-нибудь треугольник на 5 одинаковых треугольников и 1 квадрат.

5. Толя решил развлечься и начал перекрашивать клетки шахматной доски 8×8 по следующему правилу: берёт любой прямоугольник 1×2 и закрашивает его клетки в один цвет (чёрный или белый), если они были разноцветные, или раскрашивает их в разные цвета, если они были одноцветными. За какое наименьшее количество таких операций Толя сможет получить новую шахматную доску, но уже с «противоположной» чёрно-белой раскраской?