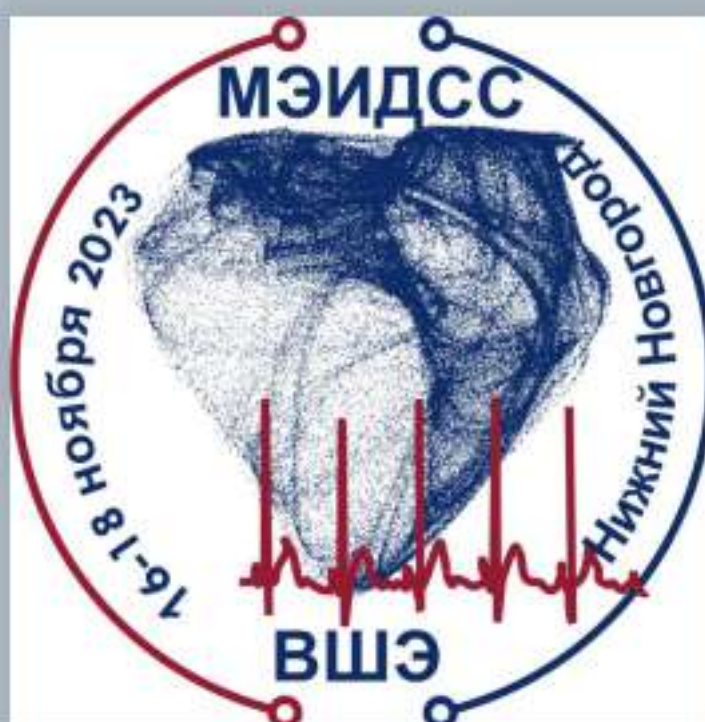


Всероссийская научная конференция

Моделирование и экспериментальные
исследования динамики сложных систем
МЭИДСС-2023



Сборник трудов

Нижний Новгород – 2023

Нижегородский филиал
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

«Моделирование и экспериментальные исследования
динамики сложных систем»

Сборник трудов Всероссийской научной конференции

16-18 ноября 2023 года

Нижний Новгород
2023

УДК 517.9, 519.25, 530.182
ББК 22.312
Н25

Моделирование и экспериментальные исследования динамики сложных систем / Сборник трудов Всероссийской научной конференции, 16-18 ноября 2023 года / Под ред. Н.В. Станкевич – Н.Новгород: НИУ ВШЭ – Нижний Новгород, 2023. – 102 с.

В сборнике опубликованы материалы Всероссийской научной конференции «Моделирование и экспериментальные исследования динамики сложных систем», прошедшей в Нижегородском филиале Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» 16-18 ноября 2023 года. Работы участников связаны с анализом и обработкой экспериментальных данных в радиофизических экспериментах, а также данных, полученных в результате мониторингов, изучением сложных, хаотических процессов в динамических системах, применением методов нелинейной динамики в физиологии, медицинской диагностике, информационных системах, радиофизике.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов, студентов, специализирующихся в области радиофизики, электроники, математическом моделировании.

Редакционная коллегия:

кандидат физ.-мат. наук Н.В. Станкевич (отв. редактор)

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук О.В. Починка (НИУ ВШЭ – Нижний Новгород)
доктор физ.-мат. наук С.В. Гонченко (НИУ ВШЭ – Нижний Новгород)
доктор физ.-мат. наук В.И. Пономаренко (СФ ИРЭ им. В.А. Котельникова
РАН)

Работа издана в авторской редакции

Конференция организована при финансовой поддержке
Национального исследовательского университета «Высшая школа
экономики», программа «Зеркальные лаборатории»

УДК 517.9, 519.25, 530.182
ББК 22.312

ISBN 978-5-6050145-2-2

© Авторы статей
© НИУ ВШЭ – Нижний Новгород, 2023

Содержание

Секция 1 «Анализ экспериментальных данных» 7

- Д.С. Кудрявцев** Нейроиммунные взаимодействия от молекул до физиологии: какие данные можно собрать?..... 9
- П.В. Купцов, А.С. Караваев, Ю.М. Ишбулатов, Ляпуновский** анализ модели сердечно-сосудистой системы в присутствии шума.....10
- В.О. Салмиянов, А.Г. Масловская** Интеллектуальная платформа спецификации и оценки цифровых КТ изображений легких с использованием адаптивных алгоритмов сегментации13
- Г.А. Гуйо** Исследование сигналов ЭЭГ с помощью вейвлет-анализа и его дополнений..... 16
- К.А. Пуртова, В.А. Москаленко** Анализ, обобщение и переобработка результатов исследований, полученных в статье "Automated Atrial Fibrillation Detection using a Hybrid CNN-LSTM Network on Imbalanced ECG Datasets" ..19
- В.В. Евдокимова, А.Г. Масловская** Система диагностики фрактальных и спектральных характеристик биомедицинских сигналов 22
- О.М. Посненкова, Ю.М. Ишбулатов, Е.Е. Дрождева, Е.И. Боровкова, А.С. Караваев** Характеристики и подходы к анализу временных рядов данных телеметрии при сердечно-сосудистой патологии..... 25
- Р.О. Смирнов, А.В. Рыбкин, Е.Е. Котихина, Д.А. Карчков, В.А. Москаленко, Л.А. Смирнов** Анализ эпикардиальных электрограмм средствами искусственного интеллекта..... 26
- М.И. Самбурова, В.В. Разин, Н.В. Громов, А.В. Бельтюкова, А.Е. Мальков, С.А. Герасимова, Т.А. Леванова, А.В. Лебедева, Л.А. Смирнов** Анализ и предсказание локальных полевых потенциалов для восстановления активности в срезах гиппокампа мышей с помощью технологий искусственного интеллекта..... 29
- А.В. Петухов, Д.М. Родионов, Д.А. Карчков, В.А. Москаленко, А.В. Никольский, Н.Ю. Золотых** Выделение участков электрокардиограммы, связанных с признаками сердечно-сосудистых заболеваний, при помощи архитектуры машинного обучения трансформер..... 32

Секция 2 «Сложное поведение динамических систем» 35

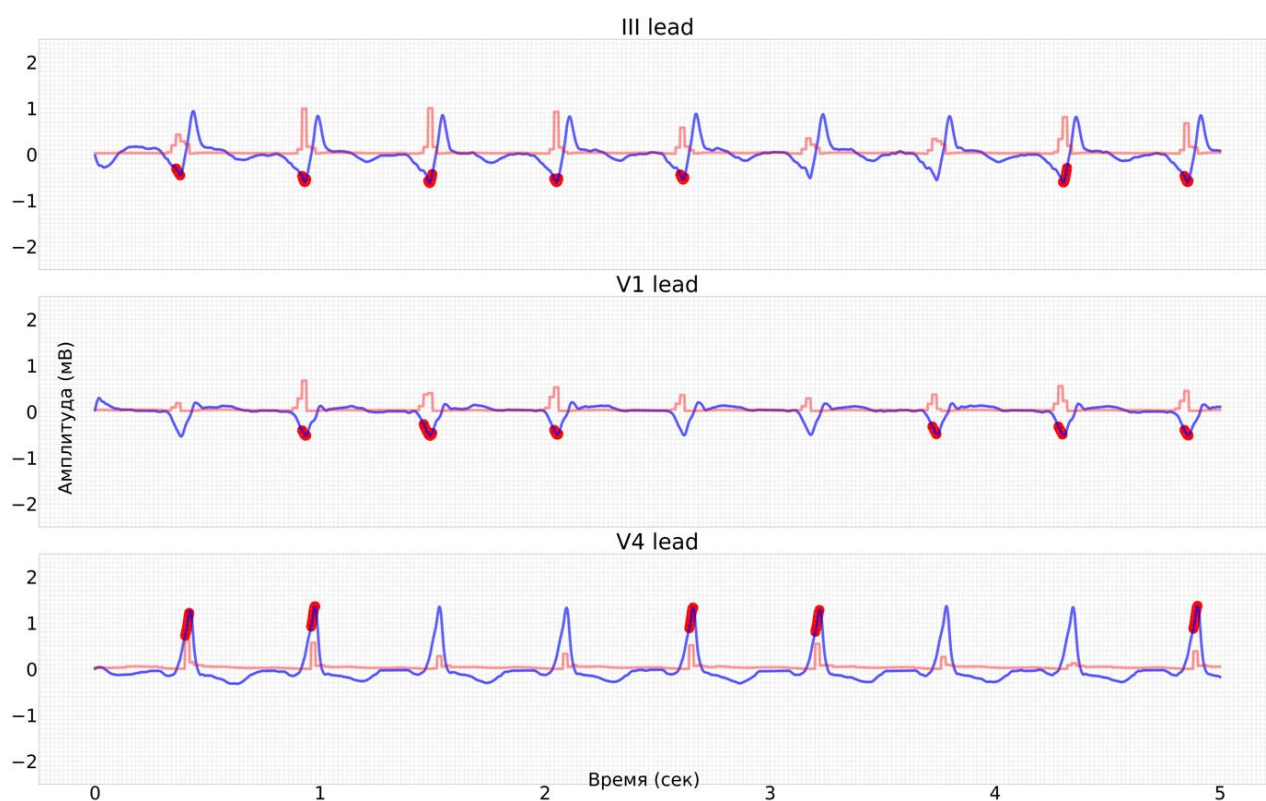
- С.В. Гонченко** Смешанная динамика как новое направление в динамических системах..... 37
- А.С. Караваев, Ю.М. Ишбулатов, Е.И. Боровкова, О.М. Посненкова** Взаимодействие процессов вегетативной регуляции кровообращения в математических моделях сердечно-сосудистой системы..... 38
- Шуай Исюань, А.Г. Масловская** Математическая модель и *in silico* исследования коммуникации эволюционирующих бактериальных популяций..... 39

| | |
|--|-----------|
| О.В. Починка Топология несущих многообразий 3-диффеоморфизмов Морса-Смейла с седлами одинакового индекса | 42 |
| М.И. Болотов, В.О. Муняев, Л.А. Смирнов, Г.В. Осипов, И.В. Белых Циклопные режимы в ансамблях глобально связанных фазовых осцилляторов Курамото–Сакагучи с инерцией | 43 |
| С.К. Саруханян, А.Г. Масловская Дискретно-динамическая 2D модель роста биопленки с учетом процессов бактериальной коммуникации | 45 |
| И.А. Шевкун, А.Г. Масловская Управляющие параметры формирования дендритных паттернов в гибридной модели бактериального роста | 48 |
| Н.В. Станкевич, Е.И. Волков Многомерный хаос в ансамбле репрессилляторов, взаимодействующих посредством связи «кворум сенсинг» | 51 |
| С.С. Абрамов, М.И. Болотов, Л.А. Смирнов Синхронизация и стабилизация химер внешним периодическим воздействием в ансамблях глобально связанных фазовых осцилляторов | 54 |
| С.М. Оленин, Т.А. Леванова, С.В. Стасенко Средне-полевая модель ритмов мозга с учетом воздействия глии | 57 |
| А.А. Ноздринов Зацепление как полный инвариант 3-диффеоморфизмов Морса-Смейла | 60 |
| Е.В. Ноздринова Устойчивая изотопическая связность диффеоморфизмов Палиса | 61 |
| В.И. Шмуклер О надстройках над декартовыми произведениями грубых преобразований окружности | 63 |
| А.А. Бобровский, Е.Ю. Каратецкая Исследование пространства параметров потоковых систем с симметриями | 65 |
| А.А. Панюшев, Бондаренко И.А, О.М. Посненкова, Н.В. Станкевич Бифуркационные механизмы рождения колебательной активности в дискретной модели нейрона | 67 |
| Секция 3 «Радиофизическое моделирование» | 71 |
| Н.В. Кузнецов Нелинейный анализ и синтез систем фазовой автоподстройки частоты: задачи М.В. Капранова, А. Витерби, Ф. Гарднера, У. Игана | 73 |
| В.И. Пономаренко Аналоговые и цифровые устройства в экспериментальной практике | 75 |
| Ж.Т. Жусубалиев, У.А. Сопуев Вынужденная синхронизация релейных систем с гистерезисом | 78 |
| А.А. Бурцев, А.А. Невзоров, В.А. Михалевский, В.В. Ионин, А.В. Киселев, Н.Н. Елисеев, А.А. Лотин Математическое описание фазовых превращений в тонких пленках халькогенидных материалов под действием лазерного излучения | 80 |
| И.Д. Несмелов, П.В. Купцов Нейросетевая модель, идентифицирующая синхронные временные ряды связанных отображений | 82 |
| А.К. Килина, Н.В. Станкевич Многомерный хаос в неавтономных моделях радиофизических генераторов | 85 |

| | |
|---|----|
| А.А. Юлин, Э.Р. Багаутдинова, А.С. Караваев, В.И. Пономаренко, Н.В. Станкевич Простейшая модель со смешанной динамикой, ее устойчивость к линейному смещению | 88 |
| Д.А. Крылосова, А.П. Кузнецов, Ю.В. Седова, Н.В. Станкевич Квазипериодический генератор с адаптивным внешним воздействием | 91 |
| Н.В. Станкевич, М.И. Балакин, П.В. Купцов Многомерные торы в многоконтурном генераторе: моделирование и эксперимент | 93 |
| Э.Р. Багаутдинова, П.В. Купцов, Н.В. Станкевич Математическое моделирование сети линейно связанных осцилляторов типа Ходжкина-Хаксли с дефектом коммуникации с помощью нейросетевого отображения | 96 |
| Программный комитет | 98 |
| Программа конференции | 99 |

Секция 1

«Анализ экспериментальных данных»



Нейроиммунные взаимодействия от молекул до физиологии: какие данные можно собрать?

Д.С. Кудрявцев^{1,2}

¹*Институт биоорганической химии им. академиков М.М. Шемякина и Ю.А. Овчинникова
Российской академии наук, Москва*

²*Первый МГМУ им. И. М. Сеченова Минздрава России (Сеченовский Университет), Москва
E-mail: kudryavtsev@ibch.ru*

Сходство механизмов регуляции иммунной и нервной системы представляет значительный интерес [1-2]. Так, клетки иммунной системы — макрофаги несут на себе целый ряд нейрорецепторов: никотиновые и мускариновые ацетилхолиновые рецепторы, рецепторы эндованилоидов TRPV, гистаминовые H1-рецепторы, рецепторы серотонина и другие. Тучные клетки иммунной системы способны выбрасывать нейромедиаторы (гистамин, серотонин, ацетилхолин и др.) в процессе дегрануляции. Рецепторы нативного иммунитета (toll-like receptors, TLR) экспрессированы на чувствительных нейронах и участвуют в развитии процессов нейровоспаления, регуляции желудочно-кишечного тракта и многих других процессах. Естественным образом, возникает задача изучения нейроиммунных процессов в модельных системах. Такое изучение может происходить на разных уровнях организации живой материи: от межмолекулярного взаимодействия, электрофизиологического исследования мембран, флуоресцентного исследования внутриклеточного кальция до системно-биологического исследования, например, протеомов иммунных клеток и опухолей головного мозга.

В докладе будет представлен спектр методов «мокрой биологии», с которыми автор сталкивается в своей ежедневной деятельности. Будут приведены примеры данных, получаемых в каждом из методов, описаны типовые сложности интерпретации полученных результатов.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда
No 21-74-10092, <https://rscf.ru/project/21-74-10092/>*

Библиографический список

1. *Jacobson A., Yang D., Vella M., Chlu I.M. // Mucosal Immunol. 2021. V. 14. №. 3. P. 555–565.*
2. *Neumann H. // Glia. 2001. V. 36. № 2. P. 191-199*

Ляпуновский анализ модели сердечно-сосудистой системы в присутствии шума

П. В. Купцов¹, Ю.М. Ишбулатов², А.С. Караваев²

¹Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Нижегород

²Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского Минздрава
России, Саратов
E-mail: kupav@mail.ru.

Мы рассматриваем модель сердечно-сосудистой системы, которая была предложена в работе [1]. Из-за большого объёма модели, мы опишем здесь только общую структуру уравнений

$$\begin{aligned}\dot{\phi}(t) &= F_{\phi}(\phi(t), c(t), p(t - \theta_p), \dot{p}(t - \theta_p), B(t - \theta_p), \xi_1(t - \theta_p), \xi_2(t - \theta_p)), \\ \dot{p}_d(t) &= F_{pd}(p_d(t), \bar{p}(t - \theta_e)), p_s(t) = F_{ps}(t - t_{i-1}, T_{i-1}, p_d(t_{i-1}), \bar{p}(t), c(t)), \\ \dot{\bar{p}}(t) &= F_{\bar{p}}(\bar{p}(t), \bar{p}(t - \theta), B(t)), \\ \dot{c}(t) &= F_c(c(t), p(t - \theta_c), \dot{p}(t - \theta_c), B(t - \theta_c), \xi_1(t - \theta_c)).\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь $\phi(t)$ - фаза сердечного ритма. Уравнение для неё имеет вид «накопление и сброс». Фаза начинает нарастать от нуля в момент времени t_{i-1} и при достижении единицы сбрасывается в ноль. Этот момент фиксируется как новое значение t_i и вычисляется длительность очередного сердечного цикла $T_i = t_i - t_{i-1}$. Артериальное давление $p(t)$ на систолической фазе, $t_{i-1} \leq t < (t_{i-1} + T_s)$, вычисляется по явной формуле как $p(t) = p_s(t)$, а на диастолической $T_s \leq t < t_i$ - как решение дифференциального уравнения для $p_d(t)$. Величины $\bar{p}(t)$ и $c(t)$ - среднее давление и концентрация норадреналина. Синусоидальная функция $B(t)$ моделирует процесс дыхания. Имеются два источника шума $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$. Отметим, что в системе (1) присутствуют четыре запаздывающие переменные. Значения запаздывания задаются параметрами θ , θ_c , θ_e и θ_p .

В работе мы анализируем влияние интенсивности и природы шума на характер динамики этой модели используя в качестве индикатора статистические характеристики старшего показателя Ляпунова. В силу сложности системы (1), показатель Ляпунова вычисляется по методу конечных приращений, без использования матрицы Якоби [2].

Принято считать, что полученный численно положительный старший показатель говорит о наличии в системе хаоса. Однако этого строго говоря недостаточно для уверенной идентификации хаотической динамики. Математическое определение показателя Ляпунова предполагает усреднение по бесконечно длинной траектории, а вычисление за конечное время содержит погрешность. Кроме того, наличие шума может привести к увеличению интенсивности флуктуаций показателей Ляпунова.

В такой ситуации имеет смысл применить подход, основанный на методе доверительных интервалов, хорошо известных в экспериментальной

науке [3]. Экспериментальную величину измеряют N раз, что даёт, вообще говоря, отличающиеся значения x_i . Их среднее $\bar{x} = \sum x_i / N$ есть приближенное значение измеряемой величины. Затем вычисляют несмещённую дисперсию $s^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 / (N - 1)$, задают доверительную вероятность P и находят погрешность по формуле $\Delta x = t s / \sqrt{N}$. Величина t в этой формуле называется коэффициентом Стьюдента, который для заданных P и N ищется в таблицах или вычисляется при помощи специализированных численных библиотек. Найденное Δx интерпретируется следующим образом: истинное значение измеряемой величины с вероятностью P принадлежит интервалу $\bar{x} \pm \Delta x$.

Для вычисления показателя Ляпунова с доверительным интервалом мы будем применять следующую процедуру. Накопим массив локальных (конечновременных показателей) вдоль достаточно протяжённой траектории. Затем будем вычислять их усреднения на нарастающих интервалах времени и находить среднее и доверительный интервал. За итоговое значение примем значения, найденные на таком интервале усреднения, на котором доверительный интервал будет минимальным. Полученная таким образом оценка погрешности $\Delta \lambda$ позволяет судить о наличии в системе хаоса: динамику можно считать хаотической, если $\lambda - \Delta \lambda > 0$. Исследуя изменение доверительного интервала $[\lambda - \Delta \lambda, \lambda + \Delta \lambda]$ в зависимости от вида и интенсивности шума можно анализировать степень его влияния на динамику системы.

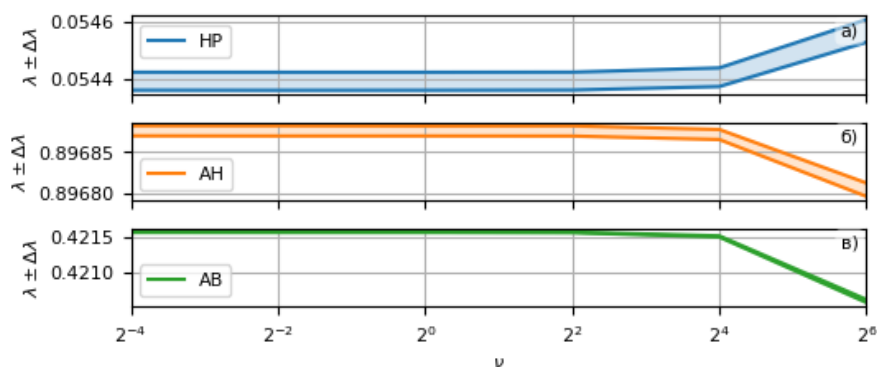


Рис. 1 Зависимость доверительного интервала старшего показателя Ляпунова от интенсивности шума для трёх наборов параметров системы (1).

В работе [1] рассматриваются три набора числовых значений параметров, соответствующих трём случаям: HP — здоровый пациент (Healthy Patient), AH — артериальная гипертензия (Arterial Hypertension) и АВ — вегетативная блокада (Autonomic Blockade). Для того чтобы проанализировать зависимость динамики системы (1) от уровня шума, мы будем домножать стандартные отклонения переменных $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$, которые отвечают за шум, на коэффициент V , изменяющийся в диапазоне от 2^{-4} до 2^6 . Значение $\nu = 1$ соответствует уровню шума, используемому в работе [1]: для наборов параметров HP и АВ стандартное отклонение для шума имеет порядок 10^{-1} , для AH — 10^{-2} .

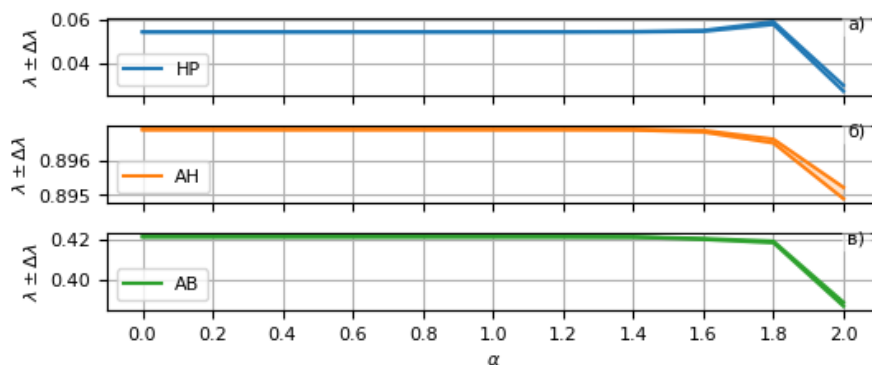


Рис. 2 Доверительный интервал старшего показателя Ляпунова в зависимости от вида шума.

По горизонтали отложен параметр α , определяющий форму спектра шума $1/f^\alpha$.

На рис. 1 использован белый шум. Показано как зависит от уровня шума ν доверительный интервал для показателя Ляпунова с доверительной вероятностью $P = 0.999$. Отметим следующие особенности. Во-первых, все три ситуации отвечают хаотической динамике системы, так как нижняя граница доверительного интервала всегда остаются выше нуля. В частности, при $\nu = 1$ получены следующие значения: $\lambda_{HP} = 0.05439 \pm 3.15 \cdot 10^{-5}$, $\lambda_{AH} = 0.896876 \pm 6.09 \cdot 10^{-6}$, $\lambda_{AB} = 0.421568 \pm 4.26 \cdot 10^{-6}$. Во-вторых, мы видим, что вплоть до очень значительных уровней шума, порядка $\nu = 2^6$, система практически нечувствительна к изменению его интенсивности — среднее значение показателя и погрешность остаются постоянными. И, наконец, в-третьих, система по-разному реагирует на сильный шум. Для набора параметров HP при очень сильном шуме показатель Ляпунова растёт, а в двух остальных случаях падает.

Рассмотрим теперь цветной шум, спектр которого имеет форму $1/f^\alpha$. Зафиксируем интенсивность шума $\nu = 1$ и будем менять α . Как видно из рис. 2 модель не чувствительна к типу шума пока $\alpha < 2$. Значение показателя начинает заметно меняться при приближении к $\alpha = 2$.

Таким образом, из этих наблюдений можно сделать вывод, что при используемых в работе [1] уровнях шума и его типе, шум не оказывает подавляющего эффекта на динамику. Модель остаётся динамической системой, и её наблюдаемое поведение обусловлено в первую очередь её внутренней структурой.

Работа подготовлена в результате проведения исследования в рамках проекта «Зеркальные лаборатории» НИУ ВШЭ

Библиографический список

1. Karavaev A.S. et al. // Journal of the American Society of Hypertension. 2016. V. 10, P. 235-243
2. Pikovsky A., Politi A. Lyapunov exponents – Cambridge Univ. Press, 2016. 285 P.
3. Румшицкий Л. З. Математическая обработка результатов эксперимента — М.: Наука, 1971. 192 с.

**Интеллектуальная платформа спецификации
и оценки цифровых КТ изображений легких
с использованием адаптивных алгоритмов сегментации**

В.О. Салмиянов, А.Г. Масловская

Амурский государственный университет, Благовещенск

E-mail: svsalmiyanov@mail.ru

Методы интеллектуального анализа и системы компьютерного мониторинга позволяют решать важные задачи клинической практики, связанные с выявлением скрытых особенностей исследуемых данных, нахождением неявных изменений и ранней диагностикой патологий. Теория самоорганизации и методики фрактального анализа широко используется при изучении природных явлений, позволяют обнаружить скрытые связи между объектом и его масштабными характеристиками.

Несмотря на то, что фрактальная теория первоначально применялась для исследования объектов с упорядоченной структурой, она нашла свое применение в исследовании природных объектов, которые не имеют строгой закономерности развития однородной структуры и подчиняются законам эволюции. В связи с этим, усовершенствованным методом исследования становится мультифрактальный анализ, который позволяет рассчитывать спектры фрактальных размерностей для неоднородных объектов [1]. Дополнительным инструментом для исследования изображений является метод лакунарного анализа, изначально созданный для описания нефрактальных и мультифрактальных паттернов, и позволяющий описать пространственную неоднородность изучаемого объекта [2]. Преимущество лакунарного анализа заключается в его способности различать объекты с одинаковой фрактальной размерностью, в отличие от фрактального анализа, что позволяет дополнить исследовательскую картину [3].

В рамках данного исследования были реализованы алгоритмы фрактального, мультифрактального и лакунарного анализов в контексте применения к медицинским растровым изображениям для определения потенциала ранней диагностики заболеваний легких человека. В качестве объектов исследования выступили наборы растровых изображений легких, полученных с помощью компьютерной томографии. Работа описывает процесс предварительной обработки изображений и представляет результаты анализа методами фрактальной, мультифрактальной и лакунарной параметризации.

В основе фрактального и мультифрактального анализов лежит метод “box-counting”, в котором бинаризованное изображение покрывается квадратными кластерами, формируя сетчатую структуру. Затем подсчитывается количество кластеров, включающих хотя бы один пиксель исследуемого изображения. После этого происходит измельчение сетчатой структуры кластеров и повторение процесса подсчета. В конце строится линейная зависимость между количеством непустых кластеров и размером сетчатой структуры кластеров в двойном логарифмическом масштабе, причем угловой коэффициент прямой, приближающейся к результатам, представляет собой

значение фрактальной размерности. В случае мультифрактального анализа процесс аналогичен, но учитывается не только число непустых кластеров, но также их удельный вес. В итоге подсчетов строится спектр размерностей Реньи.

В основе лакунарного анализа лежит метод «gliding box-counting», где создается кластер определенного размера r , который скользит по изображению с определенным шагом. Далее записываются значения найденных пикселей M и количество помещенных ящиков $n(M,r)$. Затем находится распределение вероятностей $Q(M,r)$, путем деления количества пикселей в исследуемом ящике на общее количество ячеек [2, 3]. Далее определяются функции статистических моментов:

$$Z_Q^{(q)}(r) = \sum_M M^q Q(M,r). \quad (1)$$

Затем рассчитывается лакуарность для определенного размера кластера:

$$\Lambda(r) = \frac{Z_Q^{(2)}(r)}{\left[Z_Q^{(1)}(r)\right]^2}. \quad (2)$$

В завершении в двойном логарифмическом масштабе строится прямолинейная зависимость коэффициента лакуарности от размера кластера, где наклон прямой дает значение лакуарности.

В рамках данной работы реализованы алгоритмы автоматической сегментации с последующей бинаризацией изображений. Алгоритмы интеллектуального анализа и предварительной обработки реализованы в программной среде Matlab.

Анализ серии 300 снимков с диагностированной нормой и патологией классическим фрактальным анализом выявил незначительное увеличение размерности границ фрактальных кластеров. Анализ всей структуры изображения оказался более чувствительной методикой и выявил увеличение размерности на снимках с выявленной патологией (рис. 1).

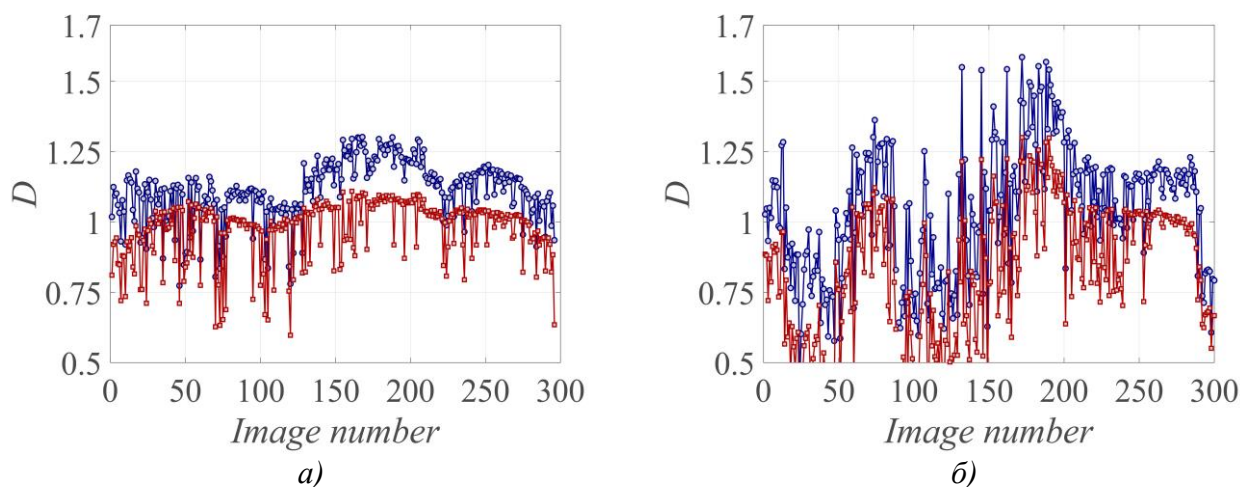


Рис.1. Результаты фрактального анализа серии снимков, рассчитанных для всего изображения (1) и для границ фрактальных кластеров (2), для нормы (а) и патологии (б).

Далее обнаруженный эффект был проанализирован с помощью лакунарного анализа. Коэффициенты лакуарности определялись для снимков

с выявленной патологией и снимками нормы и приняли значение 0.0410 и 0.0455, соответственно.

Мультифрактальная параметризация уточняет эффект. Спектры размерностей Реньи показали увеличения спектра обобщенных фрактальных размерностей для снимков патологии. Диапазоны размерностей установились для случая нормы $D \in [0.7 - 1.1]$ и для патологии $D \in [1.5 - 2]$ (рис. 2).

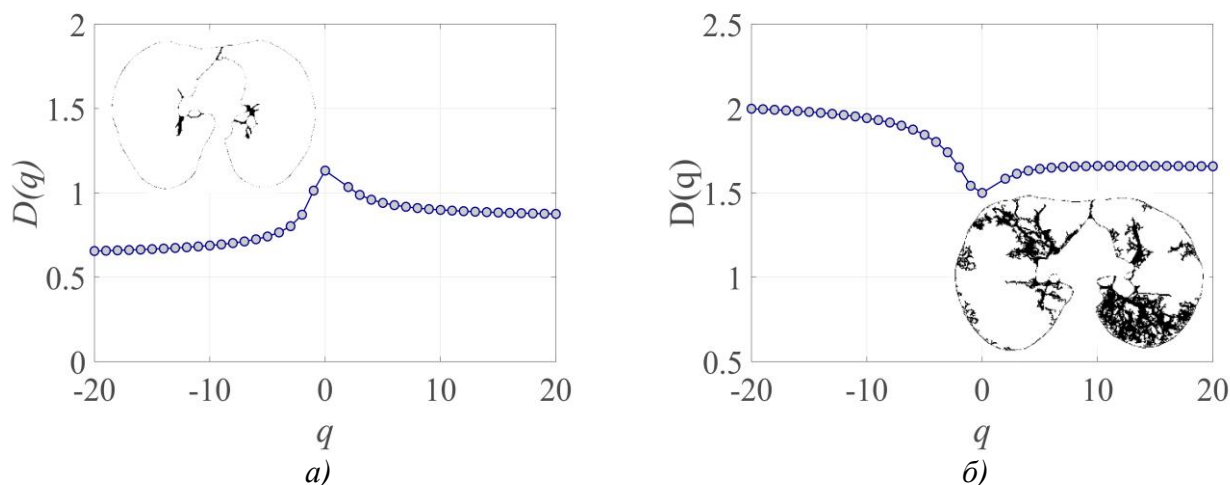


Рис.2. Спектры Реньи для изображений КТ-срезов для нормы (а) и патологии (б).

Таким образом, описанные алгоритмы адаптивной сегментации в сочетании с интеллектуальным анализом позволяют обнаружить особенности морфологического строения. Рассчитанные данные могут быть применены в целях предварительной диагностики органов дыхания. Продолжением развития данной темы связано с исследованием снимков с использованием обучения сверточной нейронной сети.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект №122082400001-8.

Библиографический список

1. Falconer K.J. // Chichester: John Wiley and Sons. 2014. P. 338.
2. Scott R. // Earth and Space Science. 2021. V. 9. No 8. P. e2021EA002180(13).
3. Xia Y. // Journal of hydrology. 2019. V. 579. No 6. P. 124198(30).

Исследование сигналов ЭЭГ с помощью вейвлет-анализа и его дополнений Г.А. Гуйо

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
им. Н.Г. Чернышевского, Саратов
E-mail: guyo199814@gmail.com*

Для анализа сложных нестационарных сигналов широко используется подход - многомасштабный дискретный вейвлет анализ (MWA) [1], который разбивает сигнал на ортогональные базисы масштабирующих функций и вейвлетов для получения наборов коэффициентов аппроксимации и детализации при разных уровнях разрешения. Основываясь на дисперсии коэффициентов детализации, изменения сигнала, вызванные внешним изменением, могут быть обнаружены условия или переходы между различными типами поведения системы, а диапазоны величин открыто демонстрируют эти различия [2,3]. Что касается физиологических систем, то предлагается два важных момента: диагностирование изменений в динамике и сравнение этих изменений, происходящих в определенных частотных диапазонах, что позволяет строить гипотезы об основных механизмах. В настоящий момент метод эффективен при решении многих диагностических задач, его усовершенствование представляется полезным, особенно при работе с зашумленными наборами данных. Флуктуации сигнала приводят к флуктуациям коэффициентов разложения в вейвлет-пространстве и изменению этих распределений. Традиционный подход сравнивает распределения вейвлет-коэффициентов детализации в зависимости от уровня разрешения с помощью их дисперсий или стандартных отклонений [2].

Целью настоящей работы является изучение возможности диагностики структурных изменений и анализ изменения во времени характеристик сложных сигналов нелинейных систем с помощью расширенного многомасштабного вейвлет-анализа.

Различия дисперсий коэффициентов детализации на разных уровнях может использоваться для выявления структурных изменений сигнала. Дисперсия вычисляется по формуле:

$$\sigma(j, M) = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{k=0}^{M-1} [d_{j,k} - \langle d_{j,k} \rangle]^2} \quad (1)$$

Также можно использовать в качестве характеристик Энтропию Шеннона как меру неопределенности коэффициентов детализации на каждом уровне разложения:

$$H_j = - \sum_{i=1}^j p_i^{(j)} \log p_i^{(j)}, \quad (2)$$

где $p_i^{(j)}$ плотность вероятности вейвлет коэффициентов детализации на каждом уровне разложения j . Для количественной оценки «хвостов» функции плотности распределения имеет смысл рассчитать эксцесс распределения коэффициентов и асимметрию распределения коэффициентов.

Системы с часто изменяющейся во времени динамикой демонстрируют возрастающую зависимость дисперсий. При дальнейшем переходе на каждый следующий уровень разложения (от j до $j+1$) длина отрезка удваивается и становится сопоставим в конце пирамидального разложения со всем временным рядом. В результате переходные процесс и другие нестационарные компоненты могут оказывать более сильное влияние, и дисперсия растет. Изменяющаяся динамика физиологических систем часто отражает реакцию на изменение состояния системы. Задания на мелкую моторику, рассматриваемые в этом исследовании, являются примером, когда ожидается изменяющаяся временная динамика ЭЭГ сигнала, а предмет исследования заключается в поиске различий между ответами разных групп на моторно-двигательные задачи.

Интерес представляют графики распределения точек, для левых и правых рук для конкретной группы. Каждая точка пронумерована в зависимости принадлежности к конкретному испытуемому и видно, что характеристики в основном находятся рядом друг с другом у молодых испытуемых за исключением нескольких испытуемых. Если построить точки для возрастных, то здесь характеристики имеют очень близкие значения. Пожилые добровольцы характеризуются почти одинаковыми значениями σ_j для таких движений, т.е. имеют отчетливо меньшие различия между ответами на двигательные задачи, выполняемые доминирующей и недоминантной рукой. Таким образом, разность данных характеристик $\Delta\sigma_j$ можно использовать для количественной оценки межгрупповых различий.

Способы поиска различий сигналов головного мозга между двумя разными группами и количественная оценка таких различий могут быть улучшены, если вычислить асимметрию и эксцесс распределения коэффициентов детализации $d_{j,k}$. С помощью кумулянтов можно получить более информативное описание характера функции распределения вероятностей. В данном рассмотрении свойства симметрии и поведение «хвостов» распределения имеют важное значение. Эффективность расчёта данных характеристик при поиске различий между двумя группами, можно оценить на основе критерия Стьюдента и поиска максимального t-значения, которое количественно определяет различия между характеристиками сегментов ЭЭГ в частотно-временном пространстве. Существенные значения t получаются для асимметрии ΔA_j и эксцесса ΔE_j - 10.32 ± 0.46 и 7.26 ± 0.37 , соответственно. Для $\Delta\sigma_j$ значения 2.38 ± 0.23 ,

следовательно, оценка асимметрии и эксцесса выявляет более существенные различия между распределениями $d_{j,k}$ для записей ЭЭГ у молодых и возрастных людей при выполнении простых моторно-двигательных задач.

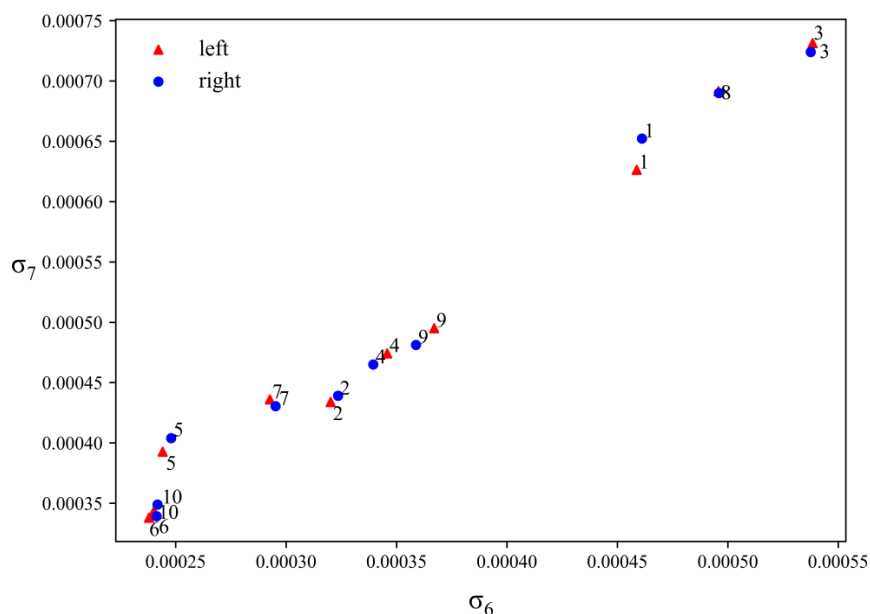


Рис.1. Сравнение левой и правой руки у возрастной группы испытуемых.

Ещё одним вариантом исследования динамики может являться рассмотрение в качестве характеристики энтропию Шеннона как меру неопределенности вейвлет-коэффициентов на каждом уровне разложения. Энтропия позволяет количественно характеризовать изменения в структурах и статистике, а также определить направление и эволюцию исследуемой системы. Построенная зависимость показала, что наибольшая разница между испытуемыми разного возраста имеется на 2 и 3 уровнях разложения.

Исследование выполнено при поддержке гранта научного центра междисциплинарных и перспективных исследований «Идея» № АСП-09-2022/II.

Библиографический список

1. Ward N.S. // Ageing Res. Rev. 5, 239 (2006).
2. Frolov N.S., Pitsik E.N, Maksimenko V.A., Grubov V.V., Kiselev A.R., Wang Z., Hramov A.E. // PLoS ONE 15(9), e0233942 (2020).
3. Dushanova J., Christov M. // Adv. Med. Sci. 59, 61 (2014).

**Анализ, обобщение и переобработка результатов исследований,
полученных в статье "Automated Atrial Fibrillation Detection using a Hybrid
CNN-LSTM Network on Imbalanced ECG Datasets"**

К.А. Пуртова, В.А. Москаленко

*Национальный исследовательский нижегородский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского*

E-mail: karchkov@itmm.unn.ru.

Многие группы ученых занимаются предсказанием и распознаванием сердечно-сосудистых заболеваний человека по сигналу электрокардиограммы (ЭКГ). ЭКГ – это сигнал, визуализирующий электрическую активность сердца человека. С помощью данного сигнала врачи визуально определяют, является ли сердцебиение пациента нормальным или патологическим. Однако ручная интерпретация ЭКГ для её диагностики утомительна, отнимает много времени и требует высокой квалификации. Поэтому исследователи всего мира ищут способы облегчения работы врачей, в том числе, разрабатываются различные методы автоматической интерпретации записей ЭКГ. Многие медицинские институты собирают записи ЭКГ в базы данных, а ученые изобретают различные методики для обработки сигналов. Для разработки моделей обнаружения патологий часто используются методы глубокого обучения [1].

За основу данного исследования была взята статья "Automated Atrial Fibrillation Detection using a Hybrid CNN-LSTM Network on Imbalanced ECG Datasets" исследователя Georgios Petmezas из журнала «Biomedical Signal Processing and Control» [2].

В статье использовалась база данных MIT-BIH Atrial Fibrillation, включающая 23 сигнала 2-канальных ЭКГ с частотой дискретизации 250 Гц, среди которых есть записи пациентов с фибрилляцией предсердий. Записи были отфильтрованы, а затем была проведена процедура локализации R-пиков. На последнем этапе подготовки записи ЭКГ разбивались на участки следующим образом: 250 мс до R-пика и 500 мс после R-пика. Каждый выбранный участок был классифицирован на один из четырех классов: фибрилляция предсердий (AFIB), трепетание предсердий (AFL), АВ-соединительный ритм (J) и нормальный ритм (N).

В качестве модели использовалась гибридная CNN-LSTM нейронная сеть, архитектура которой представлена на рисунке 1. Комплексы длиной 187 отсчетов подаются в модель следующей последовательной архитектуры:

- входной слой;
- тринадцать скрытых слоев;
 - 3 сверточных блока CNN, которые включают в себя сверточный слой, пакетную нормализацию (batch normalization) и объединение в пул (max pooling) (всего 9 слоев);
 - LSTM блок, который включает в себя LSTM слой, сглаживающий слой (flatten), полносвязный слой, исключаяющий слой (drop out) (всего 4 слоя);

- один выходной слой, который предсказывает классы.

В качестве функции активации на сверточных и полносвязном слоях используется ReLU. После выходного слоя используется функция Softmax.

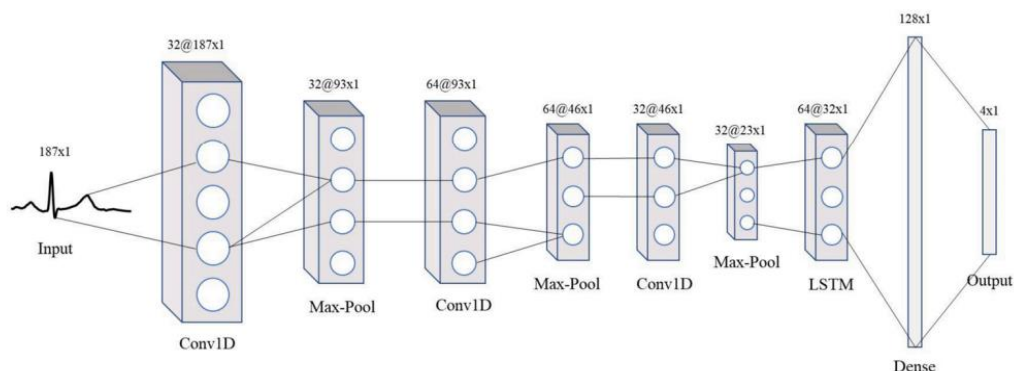


Рис. 1 – Архитектура модели

Для борьбы с дисбалансом классов при обучении используется функция потерь "Focal Loss", представленная формулой 1, где M – количество классов, γ – фокусный параметр.

$$FL = - \sum_{i=1}^M y_i (1 - \hat{y}_i)^\gamma \log(\hat{y}_i), \gamma \geq 0 \quad (1)$$

При $\gamma = 0$ функция Focal Loss превращается в обычную функцию потерь кросс-энтропии. С помощью моделирующего фактора $(1 - \hat{y}_i)^\gamma$ можно регулировать степень влияния хорошо классифицируемых примеров на суммарные потери. При увеличении фокусного параметра можно наблюдать следующую зависимость - чем лучше классифицируется пример, тем меньше он влияет на потери. С помощью стратифицированной кросс-валидации на 10 блоков достигаются чувствительность, равная 97.87%, и специфичность, равная 99.29%

Целью данной работы являлось исследование технологий, описанных в статье [2], и дальнейшее их применение для работы с Lobachevsky University Electrocardiography Database [3]. Задачами работы являются анализ статьи, апробация описанных методов, их модернизация и дальнейшее применение на больших базах данных.

В процессе работы был воспроизведен и проанализирован поставленный в статье эксперимент. Этап сегментации сигнала с выделением кардиологических циклов не проводился в силу существования указанной разметки.

Авторами статьи разбиение данных на выборки было произведено с помощью стратифицированной кросс-валидации на 10 блоков, то есть таким образом, что соотношение классов в каждой группе соответствует соотношению классов в изначальной выборке.

Воспроизведение эксперимента с таким разбиением данных позволило получить метрики качества, сравнимые с указанными в статье – чувствительность, равная 98.59%, и специфичность, равная 99.53% (для метрики использовалось микро-усреднение).

В ходе исследования проводились эксперименты с обычным и стратифицированным разбиениями данных, помещающих комплексы из одной записи ЭКГ в одну и ту же группу. С таким подходом метрики качества оказались ниже, соответственно – чувствительность, равная 80.56%, специфичность, равная 93.52%, для кросс-валидации на 10 блоков с учетом групп и чувствительность, равная 81.30%, специфичность, равная 93.77%, для стратифицированной кросс-валидации на 10 блоков с учетом групп.

Исследование показало, что использованный авторами подход, провоцирует попадание одной записи ЭКГ и в обучающую выборку, и в тестовую, что приводит к искусственному завышению метрики качества. Корректный подход заключается в обеспечении попадании данных из одной и той же записи либо в обучающую, либо в тестовую выборку целиком. Необходимо следить, чтобы участки одной записи не попадали в разные выборки: в тестовой выборке нет комплексов из сигнала, участвовавшего в формировании обучающей выборки, и наоборот.

Направлениями дальнейшего исследования являются проверка корректности проведения экспериментов в работах, базирующихся и ссылающихся на вышеуказанную статью, усовершенствование архитектуры модели для повышения её прогностической способности и апробация модели на других базах данных.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, проект № 0729-2021-013, а также программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030».

Библиографический список

1. *Moskalenko, V., Zolotykh, N., Osipov, G. (2020). Deep Learning for ECG Segmentation. In: Kryzhanovsky, B., Dunin-Barkowski, W., Redko, V., Tiumentsev, Y. (eds) Advances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research III. NEUROINFORMATICS 2019. Studies in Computational Intelligence, vol 856. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-30425-6_29*
2. *Petmezias G., Haris K., Stefanopoulos L., Kilintzis V., Tzavelis A., Rogers J.A., Katsaggelos A.K., Maglaveras N. // Biomedical Signal Processing and Control (2021), Volume 63, <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2020.102194>*
3. *Kalyakulina, A., Yusipov, I., Moskalenko, V., Nikolskiy, A., Kosonogov, K., Zolotykh, N., & Ivanchenko, M. (2021). Lobachevsky University Electrocardiography Database (version 1.0.1). PhysioNet. <https://doi.org/10.13026/eegm-h675>*

Система диагностики фрактальных и спектральных характеристик биомедицинских сигналов

В.В. Евдокимова, А.Г. Масловская

Амурский государственный университет, Благовещенск

E-mail: vika.evdokimova.0014@inbox.ru

Биомедицинскими сигналами, которые с технической точки зрения являются временными рядами, характеризуется состояние большинства сложных живых систем. Часто встречаемыми примерами регистрации биомедицинских показателей в области медицинской функциональной диагностики сердца и мозга считаются сигналы электрокардиограммы, фонокардиограммы, электроэнцефалограммы [1]. Выслушиваемый при аускультации легких, над дыхательными путями и легочной тканью, шум относится к биомедицинским сигналам.

В настоящий момент ранняя диагностика осложнений при заболеваниях легких обладает особой значимостью, из-за чего средства интеллектуального анализа играют важную роль в области междисциплинарных исследований биомедицинских сигналов. На практике можно встретить использование таких методов, как математическая статистика, нейронные сети и машинное обучение, гибридный подход, спектральные методы и методы фрактального анализа. Например, для выявления осложнений и продолжительных респираторных заболеваний применялись методы спектрального анализа, как описано в [2]. Благодаря мультифрактальному методу в [3] была выявлена различная природа возникновения трахеального и везикулярного шумов, а также определен их мультифрактальный характер. В [4] выявлены области свистящего хрипа на скелетоне вейвлет-преобразования, характеризующиеся отсутствием деления масштабов, методы Хигучи и мультифрактальный флуктуационный анализ позволяют определить структуру сигналов аускультации легких. Целью данной работы является разработка системы фрактального анализа для определения скейлинговых и спектральных характеристик временных рядов, в частности для исследования дыхательных шумов.

При расчете фрактальной размерности сигналов легочных шумов был использован метод Хигучи, который проявляет чувствительность к сложным нестационарным биомедицинским сигналам, таким как ЭКГ [5]. Рассмотрим шаги алгоритма. Для того, чтобы определить фрактальную размерность временного ряда $Y(t)$, необходимо его разбить на k новых рядов:

$$Y_m^k = \left\{ Y(m), Y(m+k), Y(m+2k), \dots, Y\left(m + \left[\frac{N-m}{k}\right]k\right) \right\}, \quad m = 1, 2, \dots, k.$$

Параметры m и k – целые числа, « $[]$ » представляет собой целую часть. Длины кривых для полученных рядов определяется следующим образом:

$$L_m(k) = \frac{1}{k} \left(\sum_{i=1}^{\left[\frac{N-m}{k}\right]} |Y(m+ik) - Y(m+(i-1)k)| \right)^{\frac{N-1}{\left[\frac{N-m}{k}\right]k}}.$$

Тогда, полная средняя длина кривой будет равна:

$$\langle L(k) \rangle = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k L_m(k).$$

Если условие $\langle L(k) \rangle \sim k^{-D}$ выполняется, тогда ряд $Y(t)$ является фрактальным с размерностью D , которая определяется по наклону зависимости $\ln L(k)$ от $\ln k$.

Фрактальный метод Хигучи обладает чувствительностью к анализу легочных шумов, что позволяет выявить различное поведение исследуемых сигналов. На рисунке 1 представлена динамика изменения фрактальной размерности для разных участков дыхательного цикла сигналов аускультации из [6].

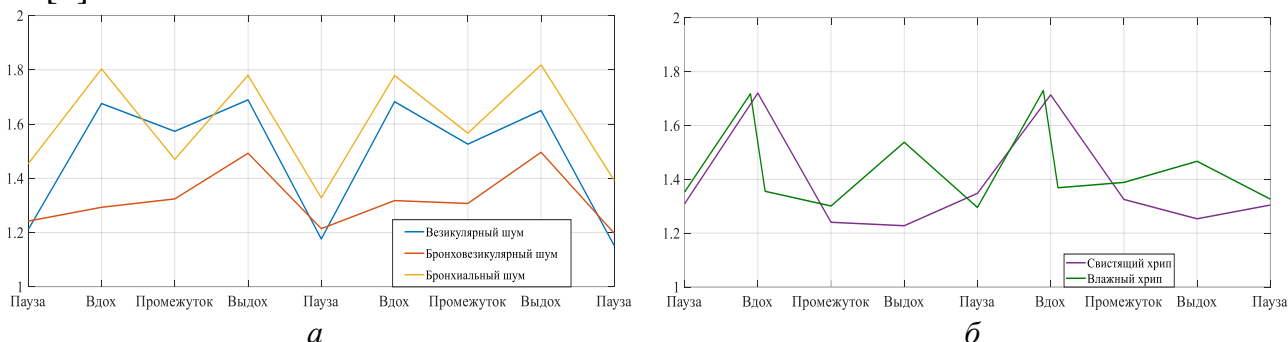


Рис.1. Динамика фрактальной размерности для везикулярного, бронхиального и бронховезикулярного шума – (а), свистящего и влажного хрипа – (б)

При расчете мультифрактальных спектров размерностей используем метод мультифрактального флуктуационного анализа [7]. Данный метод следует использовать для исключения ложного обнаружения корреляций при нестационарности сигнала. Сначала определяется флуктуационный профиль $X(i)$ временного ряда $Y(t)$, который далее делится на $N_s = \text{int}(N/s)$ непересекающихся отрезков длиной s . Затем рассчитывается локальный тренд для каждого сегмента методом наименьших квадратов, после чего определяется дисперсия:

$$F^2(s, \nu) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{X[(\nu-1)s+i] - x_\nu(i)\}^2, \quad \nu = 1, \dots, N_s,$$

$$F^2(s, \nu) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{X[N - (\nu - N_s)s + i] - x_\nu(i)\}^2, \quad \nu = N_s + 1, \dots, 2N_s.$$

На следующем шаге усредняются значения для всех сегментов для получения функции флуктуации:

$$F_q^2(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{\nu=1}^{2N_s} [F^2(s, \nu)]^{q/2} \right\}^{1/q}, \quad q \neq 0.$$

Помимо представленных выше фрактального и мультифрактального методов, было использовано вейвлет-преобразование с частотно-временной локализацией входных данных. Для временного ряда $Y(t)$ непрерывное вейвлет-преобразование имеет следующий вид [8]:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t) \psi\left(\frac{t-a}{b}\right) dt = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_{i=1}^N \bar{Y}_i \psi\left(\frac{i-a}{b}\right).$$

Система интеллектуального фрактального анализа с графическим интерфейсом пользователя, основанная на перечисленных методах, приведена в

ППП Matlab. Структура программного продукта приведена на рисунке 2 и включает в себя три подпрограммы: фрактальный метод Хигучи, мультифрактальный флуктуационный анализ и вейвлет-анализ. Верификация работы алгоритмов производилась за счет тестирования системы на сгенерированной функции Вейерштрасса с настраиваемой фрактальной размерностью.



Рис.2. Структурная схема программного приложения

Таким образом, в работе показан результат разработки и применения системы интеллектуальной диагностики фрактальных и спектральных характеристик сигналов легочных шумов: везикулярный, бронхиальный и бронховезикулярный шум, свистящий и влажный хрип. Используемые методы проявили чувствительность к исследуемым сигналам, что подтверждает их диагностическую способность в отношении дыхательных шумов. Следующим направлением развития тематики является исследование диагностических возможностей указанных методик на широком ряду данных для установления статистических характеристик.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № 122082400001-8.

Библиографический список

1. Кубланов В.С. Издательство Уральского университета, 2016. 120 с.
2. Raj V. // Chaos, Solitons & Fractals. 2020. V. 140. P. 110246.
3. Вовк И.В. // Акустический журнал. 2013. Т. 59. № 5. С. 636–647.
4. Евдокимова В.В. // Информатика и системы управления. 2023. № 3(77). С. 48–62.
5. Wanliss J.A. // Nonlinear Dynamics. 2022. V. 109. P. 2893–2904.
6. Stahlheber C.L. // Medscape, <https://emedicine.medscape.com/article/1894146-overview#a3>.
7. Kantelhardt J.W. Institute of Physics, Martin-Luther-University (Germany), 2010. 42 p.
8. Астафьева Н.М. // Успехи физических наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1145–1170.

Характеристики и подходы к анализу временных рядов данных телеметрии при сердечно-сосудистой патологии

**О.М. Посненкова, Ю.М. Ишбулатов, Е.Е. Дрождева,
Е.И. Боровкова, А.С. Караваяев**

¹Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского Минздрава России, Саратов

E-mail: posnenkova@cardio-it.ru

Проведен анализ данных дистанционного мониторинга и разработаны медицинские алгоритмы предсказания клинически значимых нарушений частоты пульса (ЧП) и артериального давления (АД) при длительном наблюдении больных артериальной гипертензией. Всего проанализировано 26 полей электронной базы данных, включающей 15 462 программы дистанционного наблюдения длительностью не менее 90 дней. Показано, что в 96% программ отсутствуют или внесены не полностью/некорректно данные лабораторных исследований. В 62% программ отсутствуют или внесены не полностью/некорректно сведения о медикаментозной терапии. Выявлено 62% некорректных измерений АД и ЧП. Причины: в 43% случаев одинаковые значения АД и ЧП и одинаковое/практически одинаковое время измерения (разница в миллисекундах); в 35% случаев - разное время измерения и одинаковые значения АД и ЧП; в 22% случаев - одинаковое время измерения, разные значения АД и ЧП.

С целью предсказания по данным предшествующих 7 дней значительного отклонения АД и/или ЧП на 8-й день применялись алгоритмы глубокого машинного обучения - бинарный классификатор, основой которого являлась сверточная искусственная нейронная сеть, использующая библиотеку scikit-learn версии 1.3.1 для языка программирования Python. Обучающая выборка включала 129 825 7-дневных периодов измерений без события на 8-й день и 520 7-дневных периодов с событием. Точность алгоритма (отношение количества правильно классифицированных случаев к общему количеству классифицированных случаев) составила 81,7%, чувствительность 83,5%, специфичность 85,9%. При тестировании разработанного алгоритма на выборке в 10 раз меньше обучающей с аналогичным соотношением числа 7-дневных периодов с и без события на 8-й день показана точность 90,2%, чувствительность 68,2%, специфичность 90,4%.

Проведенное исследование показало, что анализ временных рядов данных телеметрии в настоящее время затруднен из-за несоблюдения методики выполнения измерений, недостатков процедуры выбраковки некорректных значений АД и ЧП, а также недостатков заполнения медицинской информационной системы. По имеющимся данным возможно предсказать с высокой точностью развитие нежелательных событий по АД и ЧП в краткосрочной перспективе с применением технологий искусственного интеллекта.

Анализ эпикардальных электрограмм средствами искусственного интеллекта

**Р.О. Смирнов¹, А.В. Рыбкин¹, Е.Е. Котихина¹, Д.А. Карчков¹,
В.А. Москаленко¹, Л.А. Смирнов¹**

*¹Национальный исследовательский нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород
E-mail: karchkov@itmm.unn.ru.*

Перспективной задачей как для медицинских целей, так и для фундаментальных исследований является применение искусственного интеллекта для автоматизации анализа частотных и пространственно-временных параметров биоэлектрической активности сердца.

В фундаментальных исследованиях одним из эффективных методов изучения биоэлектрических свойств миокарда является метод использования микроэлектродных матриц. Полученные при помощи матриц данные анализируются путем определения моментов активации.

Сложности при анализе биоэлектрических потенциалов, регистрируемых с живых объектов исследования прямыми методами, заключаются в нестабильности формы, амплитуды и частоты регистрируемых потенциалов, а также в присутствии электрических шумов и артефактов. Использование методов машинного обучения направлено на автоматизацию процесса распознавания моментов активации, локализации шумовых участков электрограммы и участков, представляющих наибольший интерес для исследователя.

В работах, проведенных с применением микроэлектродных матриц немецкой компании «Multichannel system», для регистрации, визуализации и предобработки биоэлектрических потенциалов используются программные комплексы, предложенные непосредственно фирмой-производителем, в частности программный комплекс Cardio2D [1, 2, 3]. Однако, при зашумлённых сигналах, процент корректно сегментированных моментов активации очень низок и стремится к нулю.

Стоит отметить, что применение нейронных сетей архитектуры UNet для задачи сегментации сигнала не нова. Отличные результаты сегментации одномерного сигнала электрокардиограммы продемонстрированы в работе Виктора Москаленко «Deep learning for ECG segmentation» [4]. В частности, точность в локализации срабатывания предсердий достигнута на уровне 0.96 метрики F1, а локализация QRS- и T- комплексов достигает точности 0.99.

Таким образом, существующие решения для обработки и анализа сигнала электрограммы имеют ряд существенных недостатков. Предлагается разработка программного комплекса, на базе методов искусственного интеллекта, ориентированных на решение задачи сегментации и локализации моментов активации на электрограммах активности.

В рамках работы представлены результаты разработки сегментирующей нейронной сети, основанной на архитектуре UNet.

Оценка качества бинарной классификации будет происходить с использованием F1-меры (F1 score) является мерой, объединяющей точность (precision) и полноту (recall) модели. F1-мера вычисляется по формуле (1).

$$F1 = 2 \frac{\text{precision} \cdot \text{recall}}{\text{precision} + \text{recall}} \quad (1)$$

F1-мера является хорошим показателем, когда важны и точность, и полнота. Высокое значение F1-меры указывает на хорошую сбалансированность между точностью и полнотой классификационной модели.

В качестве данных для обучения нейронной сети были использованы 8 электрограмм продолжительностью 10 минут, содержащие 64 канала. Часть каналов были исключены из тренировочной выборки, в силу сильной зашумлённости сигнала или его отсутствия. Частота дискретизации сигнала равна 5 кГц. Для каждого сигнала представлена локализация момента активации, в виде массива данных. Временные метки были установлены специалистом.

Этап предобработки данных делится на два: коррекция разметки и подготовка обучающих данных. При коррекции разметки сопоставлялась разметка, сформированная экспертом и моменты активации на реальном сигнале. Было проведено сведение набора индексов, соответствующих пикам в сигнале с единичными активациями. На полученных таким образом данных наблюдался сильный дисбаланс классов. Чтобы избежать этого, единичные активации были заменены функциями унимодального типа (Рис. 1).

В ходе коррекции исходной разметки были выявлены ошибки локализации: часть разметки, сгенерированная автоматически упрощёнными методами, была упущена экспертом и не была удалена из тренировочной выборки.

Протокол формирования тренировочной выборки представлен следующими этапами:

1. Из предоставленных файлов выбирался один, для формирования тестовой выборки;
2. Оставшиеся файлы разбивались на обучающую выборку по следующему принципу:
 - Случайно выбирался файл;
 - В данном файле случайным образом выбирался канал;
 - На сигнале с данного канала случайным образом выбиралась точка;
 - Случайным образом выбиралось смещение относительно выбранной точки;
 - В конечном счёте, относительно данного смещения вырезался фрагмент сигнала, длительностью 2 секунды (10 000 сэмплов сигнала), с соответствующей данному сигналу сегментацией.

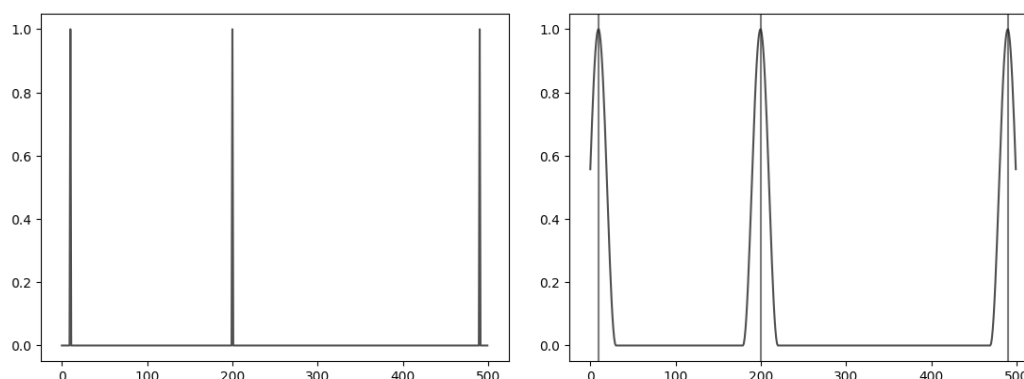


Рис.1. Исходная разметка сигнала (слева) и скорректированная разметка (справа)

В качестве целевой архитектуры сегментирующей нейронной сети выбрана модификация сети UNet: UNet 1D, адаптированная для обработки одномерных сигналов. Архитектура состоит из двух частей: энкодер и декодер. На вход поступает участок сигнала, после чего производим процедуру *downsampling*, выделяя на каждом уровне карту признаков. После чего производится *upsampling* с конкатенацией карт признаков, полученных на первом этапе.

В ходе разработки программного обеспечения для сегментации и обработки электрограмм, реализована сегментирующая нейронная сеть для локализации моментов активации в сердце крысы. Была достигнута средняя метрика F1 равная 0.77. Были проанализированы базовые ошибки, которые в основном сосредоточены в подготовке разметки. Для их исправления разработан программный модуль, для исправления ошибок сегментации.

Таким образом, в ходе проведения представленной работы были продемонстрированы хорошие перспективы разработки программного обеспечения для эффективной и результативной обработки электрограмм.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, проект № 0729-2021-013, а также программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030».

Библиографический список

1. *Louisse J.* // Toxicology In Vitro 42. 2017. P. 182-190. DOI: 10.1016/j.tiv.2017.04.023.
2. *Kujala V. J.* "Laminar ventricular myocardium on a microelectrode array-based chip": Journal of Materials Chemistry. 2016. P. 3534-3543. DOI: 10.1039/D0BM01373K.
3. *Kharkovskaya, Elena, Grigory Osipov, and Irina V. Mukhina.* "Ventricular fibrillation induced by 2-aminoethoxydiphenyl borate under conditions of hypoxia/reoxygenation." Minerva Cardioangiologica 68.6. 2020. P. 619-628. DOI: 10.23736/S0026-4725.20.05376-1.
4. *Moskalenko, Viktor, Nikolai Zolotikh, and Grigory Osipov.* "Deep learning for ECG segmentation." Advances in Neural Computation, Machine Learning, and Cognitive Research III: Selected Papers from the XXI International Conference on Neuroinformatics, Springer International Publishing. 2020. P. 246-254. DOI: 10.1007/978-3-030-30425-6_29.

**Анализ и предсказание локальных полевых потенциалов для
восстановления активности в срезах гиппокампа мышей с помощью
технологий искусственного интеллекта**

**М.И. Самбурова, В.В. Разин, Н.В. Громов, А.В. Бельтюкова,
А.Е. Мальков, С.А. Герасимова, Т.А. Леванова,
А.В. Лебедева, Л.А. Смирнов**

*Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
имени Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород
E-mail: samburova.rita@yandex.ru.*

В связи с растущей продолжительностью жизни нейродегенеративные заболевания становятся всё более актуальной проблемой. Существующие решения не обладают желаемой эффективностью, поэтому ученые в настоящее время разрабатывают новые медицинские технологии для лечения нейродегенеративных заболеваний. Одним из таких новых многообещающих подходов является нейропротезирование, в основе которого лежит связь живых нейронов с искусственно созданной системой. Ключевым элементом для создания работающего решения является анализ активности групп нейронов и их связь с мыслительным процессом.

Запись нейрональной активности (локальных полевых потенциалов, ЛПП/пВПСП) в срезах гиппокампа мышей для её последующего анализа осуществлялась с помощью двух внеклеточных регистрирующих электродов, которые были установлены в области СА1 и СА3 гиппокампа при электрической стимуляции зубчатой фасции. В результате чего могут быть записаны 2 типа сигналов – локальный полевой потенциал (ЛПП) или популяционный спайк (поп спайк). Популяционный спайк отображает генерацию потенциалов действия от группы активирующихся нейронов, если регистрирующие электроды установлены непосредственно в телах нейронов. Если регистрирующие электроды установлены в дендритах нейронов, то записывается суммарный полевой возбуждающий потенциал (ЛПП/пВПСП) от группы активирующихся дендритов, на которые приходит входная информация (синаптическая передача) от аксонов, устанавливающих с ними синаптические контакты. В связи с этим при исследовании синаптической передачи в гиппокампе или просто при исследованиях передачи нейрональных сигналов между областями гиппокампа зачастую регистрируется локальная полевая активность (локальные полевые потенциалы). ЛПП репрезентативны, их достаточно легко регистрировать и интерпретировать. В зависимости от рассматриваемой задачи, анализ и использование ЛПП может проводиться по-разному. Это могут быть такие методы, как временной или частотный анализ, статистический анализ [2, 3], а также методы машинного обучения, такие, как нейронные сети, потому что ЛПП представляет собой временной ряд.

Итоговой целью представленного проекта является разработка гиппокампального нейрочипа (интерфейса мозг-компьютер) у лабораторных крыс для восстановления их когнитивных функций вследствие повреждения в гиппокампе. Для этого были записаны пары сигналов ЛПП в областях СА3 и

CA1 до и после разрушения области CA3 гиппокампа при амплитудах электрической стимуляции: 100, 200, 300, 400, 500, 1000 микроампер. Среди записанных сигналов была проведена классификация на локальные полевые потенциалы и поп-спайки. К полученным данным были применены стандартные методы предобработки, используемые при работе с биологическими сигналами, а именно: удаление шума и артефактов, а также нормализация.

Для предсказания нейрональной активности в области CA1 по входу (активности в области CA3) был использован нейросетевой подход, известный как резервуарные вычисления [4]. Архитектура используемой глубокой нейронной сети представлена на рис. 1. Такой выбор архитектуры обусловлен тем, что, предположительно, резервуар способен воспроизводить свойства исходной биологической системы – источника входных данных.

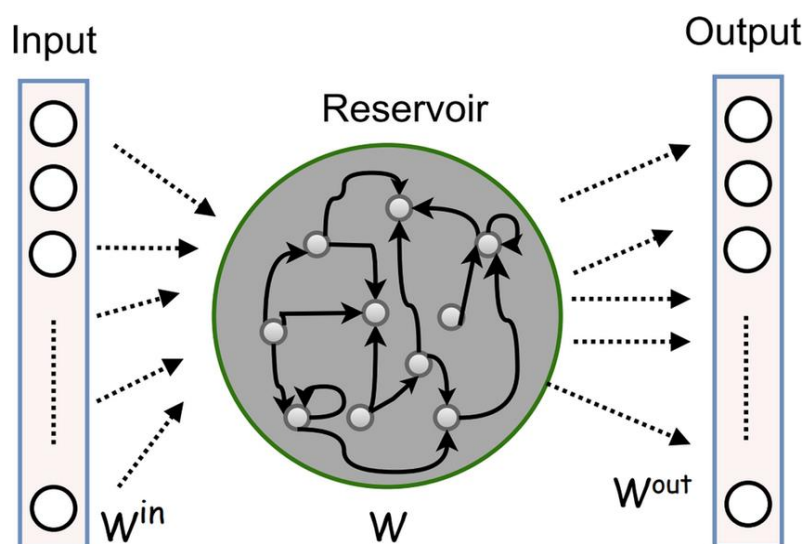


Рис.1. Архитектура резервуарной сети

Были проведены численные эксперименты для двух типов усреднённых сигналов: локальные полевые потенциалы и поп-спайки. Метрика качества представляла собой взвешенную сумму величин, отражающих важные характеристики полученного сигнала, такие как время начала и окончания ответа, наклон и другие. Результаты представлены на рис. 2. Также проведен анализ структуры резервуара с целью выявить возможную аналогию со структурой гиппокампа.

Таким образом, в данной работе нами предложена глубокая нейронная сеть, способная по сигналу из области CA3 гиппокампа лабораторных мышей воспроизводить ответ в области CA1. Это позволило провести обработку концепции замещающего нейрогибридного чипа на данных со срезов гиппокампа мышей. В дальнейшем обученная сеть будет использована для создания нейропротеза гиппокампа *in vivo*. Отметим также, что выбранная архитектура хорошо подходит для имплементации на базе отечественного нейропроцессора «Алтай», который, благодаря компактным размерам, может быть имплантирован в мозг животного.

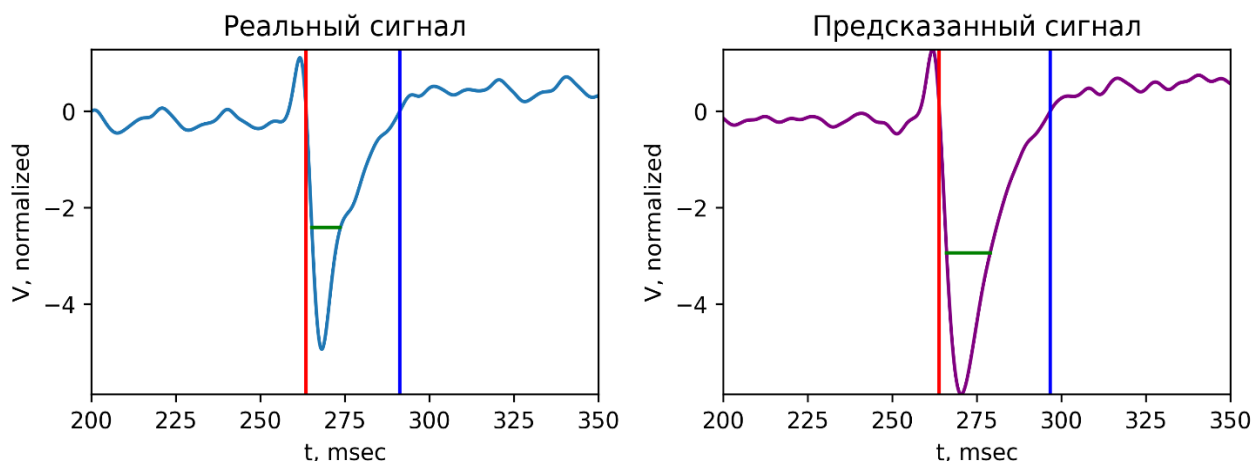


Рис.2. Результат обучения нейронной сети – предсказание сигнала в области CA1. Голубым цветом изображён реальный сигнал из области CA1, фиолетовым - предсказанный нейросетью. Отображены наиболее важные с физиологической точки зрения характеристики: начало нарастания (красный), конец затухания (синий), полуширина ответа (зелёный).

Финансирование: Сбор и предобработка данных выполнены при поддержке Российского научного фонда (проект № 23-75-10099), численные результаты (обучение и тестирование модели) – при поддержке Минобрнауки РФ (Контракт FSWR-2021-0013).

Библиографический список

1. Berger T.W., Ahuja A., Courellis S.H., Deadwyler S.A., Erinjippurath G., Gerhardt G.A., Gholmieh G., Granacki. J.J., Hampson R. H., Min C. // IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine. 2005. 30--44 p.
2. Ray S. // Current opinion in neurobiology. – 2015. – Т. 31. – С. 111-118.
3. Henrie J. A., Shapley R. //Journal of neurophysiology. – 2005. – Т. 94. – №. 1. – С. 479-490.
4. Sun C. et al. //arXiv preprint arXiv:2012.02974. – 2020.

Выделение участков электрокардиограммы, связанных с признаками сердечно-сосудистых заболеваний, при помощи архитектуры машинного обучения трансформер**А.В. Петухов¹, Д.М. Родионов¹, Д.А. Карчков В.А. Москаленко¹, А.В. Никольский¹, Н.Ю. Золотых¹**

¹*Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород
E-mail: karchkov@itmm.unn.ru.*

Электрокардиограмма (ЭКГ) представляет собой часто применяемый метод измерения физиологической активности сердца и диагностики различных сердечно-сосудистых заболеваний, включая аритмию, инфаркт миокарда и другие патологии.

Рост числа цифровых ЭКГ является значительным, и имеются перспективные исследования, в которых используются традиционные методы машинного обучения для выявления нарушений работы сердца. Однако, глубокие нейронные сети (DNN) остаются предпочтительными методами для анализа ЭКГ. Одной из главных проблем сетей является интерпретируемость.

Проблема интерпретируемости относится к сложностям объяснения решений искусственного интеллекта. В процессе оптимизации параметров нейронной сети ИИ оптимизирует математически заданную целевую функцию, которая определяет качество решений. Однако, искусственный интеллект часто выводит общие закономерности и правила, но их внутреннее представление может быть неясным для людей. Цель "объясняемого искусственного интеллекта" заключается в извлечении знаний из нейронной сети, чтобы люди могли использовать эти знания для понимания важных закономерностей, выведенных искусственным интеллектном.

Обнаружение инфаркта миокарда в базе данных РТВ-XL — это хорошо изученная проблема. [1] были одними из первых, кто разработал сверточную нейронную сеть для автоматического обнаружения инфаркта миокарда. Это было сделано на шумных и очищенных от шума электрокардиограммах, без ручного извлечения характеристической информации. Была достигнута точность 93.53%. [2] использовали две характеристики: интеграл Т-волны и общий интеграл для локализации и обнаружения инфаркта миокарда. Используя эти две характеристики и различные методы статистического обучения, такие как искусственные нейронные сети, вероятностные нейронные сети, метод ближайших соседей, многослойные перцептроны и классификаторы наивного байеса, смогли достичь точности 94%. [3] разработали два разных типа искусственных нейронных сетей: с радиальными базисными функциями (RBF) с точностью классификации 83% и многослойным перцептроном (MLP) для обнаружения инфаркта миокарда с точностью 96%.

Рассмотрим задачу обнаружения и прогнозирования различных сердечно-сосудистых заболеваний на основе электрокардиограммы. В качестве входных данных выступает база данных РТВ-XL, состоящая из 21 799 ЭКГ в 12 отведениях, продолжительностью 10 секунд с частотой дискретизации 500 Гц.

Таким образом каждый пример данных является двумерным массивом размера 12×5000 чисел – интенсивностей сигнала ЭКГ по некоторому отведению в некоторых момент времени. Мы будем исследовать следующие сердечно-сосудистые заболевания: нижний инфаркт миокарда, переднеперегородочный инфаркт миокарда, гипертрофия левого желудочка, преждевременное сокращение желудочков – по каждому заболеванию имеется 2676, 2357, 2132 и 1143 примера соответственно.

Для решения поставленной задачи бинарной классификации каждого заболевания мы будем использовать такую архитектуру модели машинного обучения как трансформер. Она была представлена в 2017 году в статье [4] и стала широко используемой в различных задачах машинного обучения. Оценка качества бинарной классификации будет происходить с использованием F1-меры (F1 score), метрики Ассурасу (точности), а также матрицы рассогласования (confusion matrix).

Используемый трансформером внутренний механизм внимания позволяет этой модели взвешивать различные участки исходного сигнала ЭКГ. Снятие значений внимания дополнительного искусственного так называемого токена, отвечающего за классификацию, на непересекающиеся участки исходного сигнала ЭКГ, позволяет получать веса, означающие важности этих участков для исследуемого заболевания.

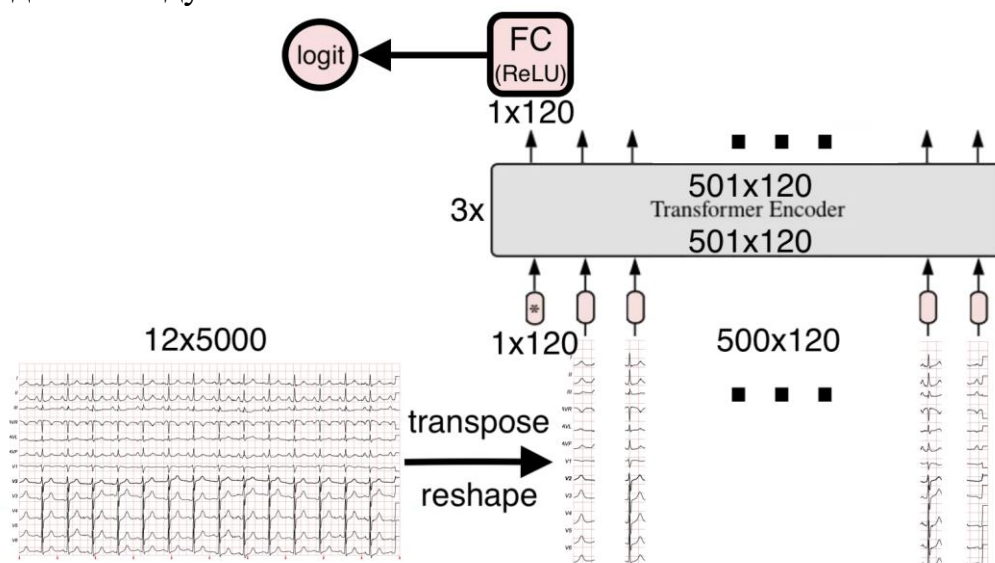


Рис.1. Практическая архитектура используемой модели

Рассмотрим подробнее реализацию архитектуры «трансформер», адаптированную под задачу. Каждый входной пример данных размером 12×5000 чисел разделяется на непересекающиеся отрезки длиной 10 точек по временной координате, такие отрезки со всех 12 отведений собираются в так называемый токен размером 120 чисел. Таким образом исходный сигнал ЭКГ преобразуется в 500 токенов, каждый из которых имеет размер 120 чисел. И добавляется искусственный так называемый токен классификации. После 3-х слоёв энкодера, только он передаётся в полносвязный слой, отвечающий за итоговый прогноз модели. В слоях энкодера используется количество голов

равное числу отведений для того, чтобы в методе извлечения знаний визуализировать внимание трансформера на каждое отведение отдельно. На рисунке 1 представлена обработка исходных данных и архитектура используемой модели.

Таким образом, число обучаемых параметров модели равно 377881. После обучения модели выбранная метрика качества F1 мера показала 0.65, 0.76, 0.68 и 0.77, точность 0.91, 0.95, 0.94 и 0.98 для исследуемых диагнозов нижний инфаркт миокарда, переднеперегородочный инфаркт миокарда, гипертрофия левого желудочка и преждевременное сокращение желудочков соответственно. Пример «внимания» для диагноза нижний инфаркт миокарда представлен на рисунке 2.

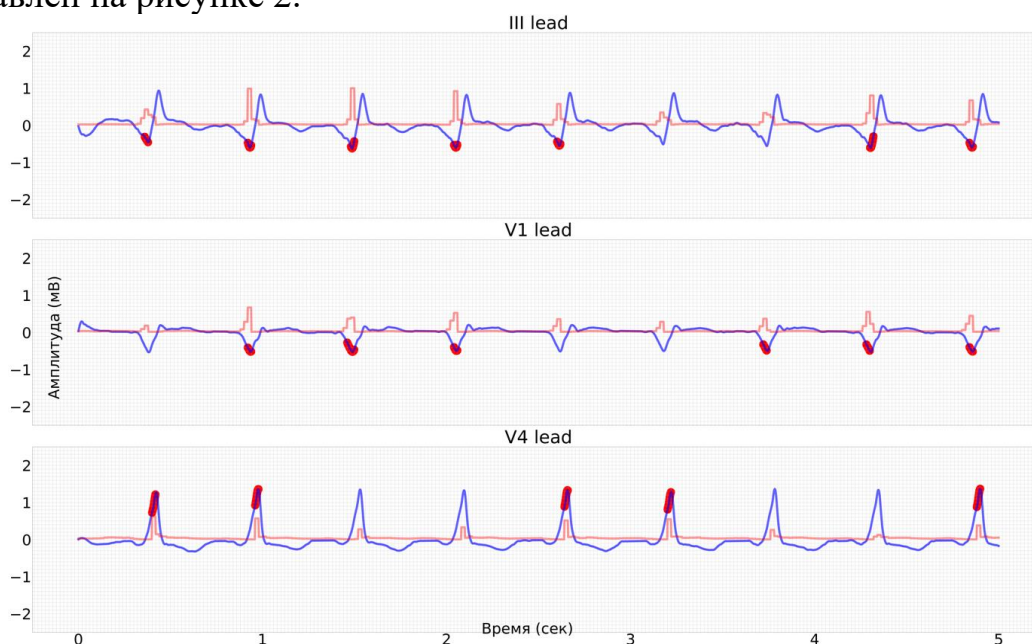


Рис.1. Практическая архитектура используемой модели

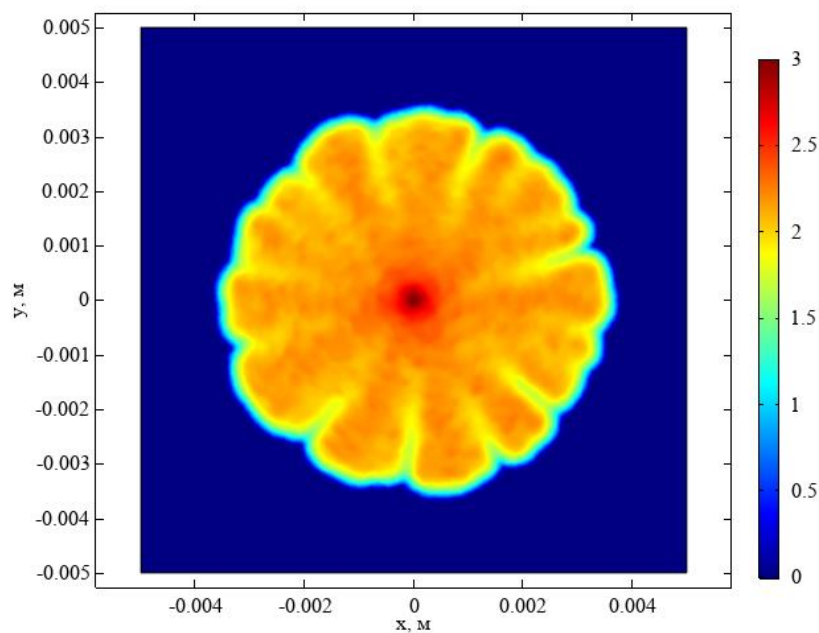
Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ, проект № 0729-2021-013, а также программы стратегического академического лидерства «Приоритет 2030».

Библиографический список

1. *U. Rajendra Acharya et al.* “Application of deep convolutional neural network for automated detection of myocardial infarction using ECG signals”. In: Information Sciences (Nov. 2017). doi: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2017.06.027>.
2. *Naser Safdarian, N.J. Dabanloo, and Gholamreza Attarodi.* “A New Pattern Recognition Method for Detection and Localization of Myocardial Infarction Using T-Wave Integral and Total Integral as Extracted Features from One Cycle of ECG Signal”. In: J. Biomedical Science and Engineering. DOI: <http://dx.doi.org/10.4236/jbise.2014.710081>.
3. *Javad Kojuri et al.* “Prediction of acute myocardial infarction with artificial neural networks in patients with non-diagnostic electrocardiogram”. In: Journal of Cardiovascular Disease Research (Apr. 2015). doi: 10.5530/jcdr.2015.2.2.
4. *Ashish Vaswani, Noam Shazeer, Niki Parmar, Jakob Uszkoreit, Llion Jones, Aidan N Gomez, Lukasz Kaiser, and Illia Polosukhin.* Attention is all you need. arXiv preprint arXiv:1706.03762, 2017.

Секция 2

«Сложное поведение динамических систем»



Взаимодействие процессов вегетативной регуляции кровообращения в математических моделях сердечно-сосудистой системы**А.С. Караваев¹, Ю.М. Ишбулатов¹, Е.И. Боровкова¹, О.М. Посненкова¹**¹*Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского**Минздрава России, Саратов**E-mail: karavaevas@gmail.com*

Предложен комплекс математических моделей, описывающих динамику сердечно-сосудистой системы и процесса дыхания.

Модели представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений с запаздываниями, стохастическими членами и точечными процессами. Структура моделей соответствует известной из физиологических экспериментов структуре описываемых ими систем. Большинство параметров размерны и оценки их значений сделаны на основе результатов физиологических экспериментов.

Модели описывают: основной сердечный ритм, модуляцию его частоты со стороны симпатической и парасимпатической ветвей вегетативной нервной системы, формирование артериального давления, барорефлекс, нелинейные контуры вегетативной регуляции, взаимодействие с этими контурами элементов, регулирующих процесс дыхания, влияние на регуляторные контуры процессов высшей нервной деятельности.

Предложенные модели построены на основе известной модели, предложенной в работе [1]. Однако учет в моделях нелинейного автоколебательного характера контуров вегетативной регуляции позволил предложенным моделям описать целый ряд новых эффектов. Так модель с автоколебательным контуром регуляции артериального давления позволила объяснить один из механизмов развития артериальной гипертензии. Учет в модели автоколебательного характера нескольких контуров регуляции позволил объяснить известную нерегулярность сердечного ритма хаотической динамикой модели [2]. Этим фактом был объяснен и показанный нами ранее в экспериментах эффект нерегулярного чередования интервалов синхронизации и несинхронного поведения контуров вегетативной регуляции кровообращения. Модели впервые позволили описать динамику сердечно-сосудистой системы во время выполнения распространенной физиологической ортостатической пробы [3]. Учет факторов влияния процессов высшей нервной деятельности на контуры вегетативной регуляции позволил воспроизвести динамику элементов системы кровообращения в разных стадиях сна [4].

Библиографический список

1. Kotani K. et al. // Physical Review E. 2005. V. 72. P. 041904.
2. Ishbulatov Yu.M. et al. // Mathematics. 2022. V. 10. P. 1088-18.
3. Ishbulatov Yu.M. et al. // Scientific Reports. 2020. V. 10. P. 16525.
4. Karavaev A.S. et al. // Frontiers in Physiology. 2021. V. 11. P. 612787

**Математическая модель и *in silico* исследования коммуникации
эволюционирующих бактериальных популяций****Шуай Исюань, А.Г. Масловская**

Амурский государственный университет, Благовещенск

E-mail: 706603568@qq.com

В настоящее время *in silico* исследования являются неотъемлемой частью многих междисциплинарных научных направлений, таких как математическая биология, биофизика, биоинформатика. В качестве одного из важнейших объектов микробиологии рассматривают бактериальные сообщества и процессы коммуникации в них; последние играют особую роль при формировании устойчивых структур патогенных бактерий, отличающихся высокой резистентностью к действию антибактериальных средств. В числе механизмов коммуникации выделяют чувство кворума – *quorum-sensing*, которое позволяет бактериям (благодаря экспрессии специальных генов) производить, высвобождать, обнаруживать и реагировать на определенные сигнальные молекулы [1]. Для ряда разновидностей бактерий рода «Псевдомонады» (синегнойная палочка, *P. putida*) указанная химическая субстанция представлена N-Ацилгомосериновыми лактонами (AHL), которая в сложном процессе коммуникации может быть частично деградирована за счет выработки самой бактерией специального фермента – лактоназы.

Бактериальное чувство кворума представляет интенсивно изучаемый объект междисциплинарных исследований. Известные модели базируются на широком спектре подходов, используя аппарат дифференциальных уравнений, метод Монте-Карло, клеточные автоматы и агентное моделирование методом частиц, а также гибридные алгоритмы. В рамках настоящей работы основной фокус внимания сосредоточен на развитии реакционно-диффузионной модели процесса коммуникации бактериального сообщества, развиваемой в цикле авторских работ [2–3]. Важным этапом реализации этой математической модели является формализация локализации и пространственного распределения плотности популяции бактерий. В общем случае можно использовать простейшие геометрические примитивы и прямые аппроксимации зависимости распределения численности бактерий от времени [2]. Однако для обеспечения реалистических сценариев геометрия и плотность популяции колонии могут быть привязаны к конкретным условиям жизнедеятельности («lifestyle»). В данном исследовании рассмотрены условия поверхностного роста бактериальных культур на питательных средах. Основная цель данной работы заключается в сопряжении детерминированных моделей роста колоний бактерий на питательных средах и чувства кворума микробного сообщества, а также в проведении *in silico* такой биосистемы с использованием инструментов конечно-элементной системы моделирования COMSOL Multiphysics.

Формализация задачи моделирования вводится в рассмотрение как начально-краевая задача для обобщенной системы нестационарных дифференциальных уравнений реакционно-диффузионного типа, описывающих формирование бактериальных паттернов на питательных средах и

пространственно-временную динамику химических субстанций, характеризующих процесс коммуникации сообщества. В рамках указанного подхода мы используем модель бактериального роста, предложенную в работе Кавасаки [4] и далее многократно апробированную рядом авторов [5]. Особенностью модели является введение нелинейной зависимости диффузионного роста биомассы от уровня концентрации питания и генерационного слагаемого, отвечающего модифицированному представлению кинетики Моно. Математическая постановка двумерной задачи для определения пространственно-временных распределений концентраций: $n(x,y,t)$ – питательного вещества, $b(x,y,t)$ – бактериальной массы, $u(x,y,t)$ – сигнального вещества AHL и $L(x,y,t)$ – фермента лактоназы, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} = D_n \Delta n - v_n b n, \\ \frac{\partial b}{\partial t} = \operatorname{div}(\sigma n b \operatorname{grad}(b)) + v_b n b, \\ \frac{\partial u}{\partial t} = D_u \Delta u - \gamma_u u - \gamma_{L \rightarrow u} L u + f_1, \quad f_1 = \alpha_b b \left(\alpha_u + \beta_u \frac{u^m}{u_{th}^m + u^m} \right), \\ \frac{\partial L}{\partial t} = D_L \Delta L - \gamma_L L + f_2, \quad f_2 = \alpha_b b \beta_L \frac{u^m}{(u_{th} + \varepsilon)^m + u^m}, \end{cases}$$

$$n(x, y, 0) = n_0, \quad b(x, y, 0) = \beta_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{q}\right),$$

$$u(x, y, 0) = 0, \quad L(x, y, 0) = 0, \quad -l \leq x \leq l, \quad -l \leq y \leq l,$$

$$\left. \frac{\partial n}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma} = 0, \quad \left. \frac{\partial b}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma} = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma} = 0, \quad \left. \frac{\partial L}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma} = 0, \quad 0 < t \leq \bar{t},$$

где $-l < x < l, -l < y < l, 0 < t \leq \bar{t}$; $2l$ – линейный размер объекта; \bar{t} – время наблюдения; $D_n, D_u, D_L, \gamma_u, \gamma_L, \gamma_{L \rightarrow u}, \alpha_b, v_n, v_b, \alpha_u, \beta_u, \beta_L, u_{th}, \varepsilon, m, n_0, q$ – положительные параметры модели; $\sigma = \sigma_0(1 + \delta)$, δ – случайная величина, $|\delta| < 1$; Γ – граница расчетной области; \mathbf{n} – вектор внешней нормали к Γ .

Для компьютерной реализации математической модели использованы инструментальные возможности пакета конечно-элементного анализа COMSOL Multiphysics. Пример результата вычислительного эксперимента по оценке пространственно-временных характеристик состояния бактериальной популяции для определенного набора модельных параметров, соответствующих бактериальному виду *P. putida*, представлен на рис. 1.

Проведение *in silico* исследований позволяет визуализировать динамику бактериального роста на питательной среде в условиях обогащенной нутриентом среды или, напротив, при дефиците питания. Бактериальные паттерны характеризуются (так же как и в эксперименте) более разветвленной дендритной структурой в условиях лимитирования по субстрату и, напротив, более «гомогенизированной» структурой «flowerlike» типа для насыщенного

питания. Пространственное распределение питания соответствует механизмам, заложенным в модель, а именно – потребление в локациях бактериальной колонии с сопутствующим диффузионным эффектом. Визуализация концентрации сигнальной субстанции AHL в динамике характеризуется наиболее интенсивными значениями в локациях «приращения» бактериальной колонии ввиду жесткой обратной связи между аминокислотой и действием фермента лактоназы: существует только небольшой временной интервал, который отделяет резкий всплеск сигнального вещества от начала старта его угнетения лактоназой.

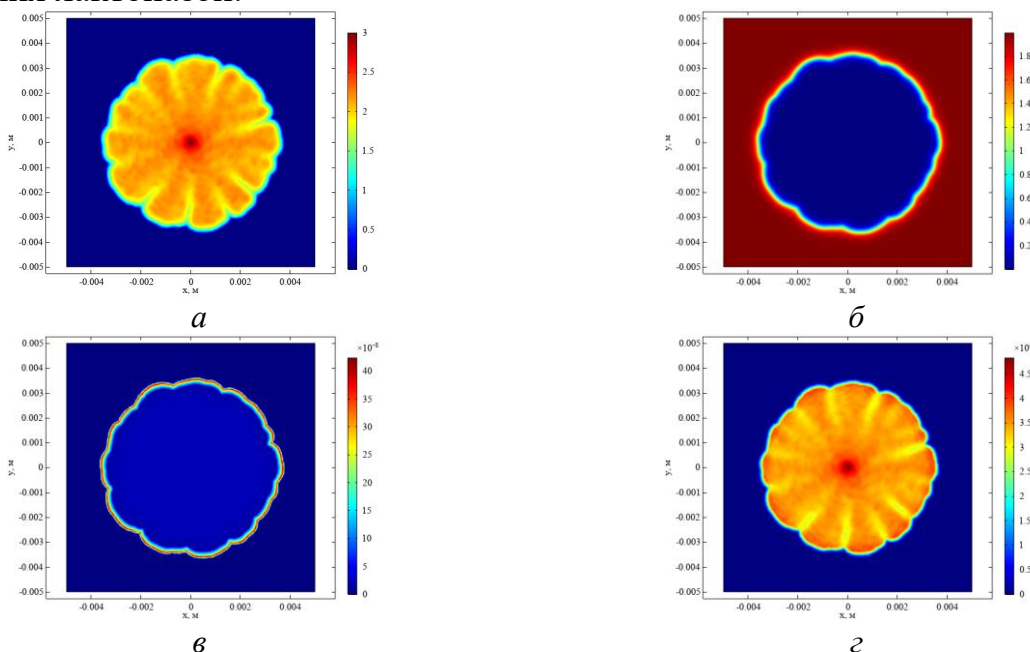


Рис.1. Проекция пространственных распределений моделируемых характеристик на плоскость Oxy в последний момент времени наблюдения: бактериальной массы $b - a$, питательного субстрата $n - б$, AHL $u - в$ и лактоназы $L - г$

Таким образом, в работе представлен результат разработки и первичной апробации гибридной детерминированной модели чувства кворума бактериальной колонии, выращенной на питательных средах. Перспектива развития данного подхода заключается в формализации обратной связи – влияния уровня аминокислоты на плотность бактериальной популяции, а также проведение *in silico* исследований контролируемых процессов ингибирования биомассы за счет антибиотиков.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (проект № 122082400001-8).

Библиографический список

1. Miller M.B., Bassler B.L. // *Annu. Rev. Microbiol.* 2001. V. 55. P. 165–199.
2. Shuai Y., Maslovskaya A., Kuttler C. // *Far Eastern Mathematical Journal.* 2022. V. 22. No 2. P. 232–237.
3. Kuttler C., Maslovskaya A. // *Applied Mathematical Modelling,* 2021. V. 93. P. 360–375.
4. Kawasaki K. // *Journal of Theoretical Biology.* 1997. No 188. P. 177–185.
5. Horger T., Kuttler Ch., Wohlmuth B., Zhigun A. // *Math. Methods Appl. Sci.* 2015. V. 38(17). P. 3851–3865.

**Топология несущих многообразий 3-диффеоморфизмов Морса-Смейла с
седлами одинакового индекса
О.В. Починка¹**

¹*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Нижний Новгород
E-mail: opochinka@hse.ru.*

Введенный С. Смейлом в 1960 году класс динамических систем, известный сегодня как системы Морса-Смейла, сыграл не последнюю роль в становлении современной теории динамических систем. Изучение этих систем и сейчас является важной её частью, поскольку они образуют класс структурно устойчивых систем и обладают нулевой топологической энтропией, что делает их, в этом смысле, ``простейшими" для изучения системами, обладающими структурной устойчивостью. Тесная связь диффеоморфизмов Морса-Смейла (МС-диффеоморфизмов) с топологией несущего многообразия позволяет реализовывать различные топологические эффекты в динамике таких систем.

Классическим примером, демонстрирующим подобную связь, являются системы ровно с двумя точками экстремальных индексов Морса. В этом случае из теоремы Роба следует, что несущее многообразие гомеоморфно n -сфере. Еще одной блестящей иллюстрацией исследуемых связей является разложение ориентируемого 3-многообразия в связную сумму многообразий $S^2 \times S^1$, число слагаемых в которой полностью определяется структурой неблуждающего множества заданного на нем потока или диффеоморфизма без гетероклинических кривых. Результат получен в работе Х. Бонатти, В. Гринеса и В. Медведева [1] и основан на прорывном результате о существовании ручной окрестности у двумерной сферы с одной точкой дикости. Идеи доказательств, заложенные в этих работах, послужили опорой и для нашего исследования.

Настоящее исследование является непосредственным обобщением теоремы Роба для случая МС-диффеоморфизмов, заданных на замкнутых связных 3-многообразиях, и идейным продолжением работы [1].

Теорема. Пусть f --- такой МС-диффеоморфизм, заданный на замкнутом связном 3-многообразии M^3 (необязательно ориентируемом), что все седловые точки f имеют одинаковую размерность неустойчивых многообразий. Тогда M^3 гомеоморфно трехмерной сфере.

Библиографический список

1. *Bonatti, C., Grines, V., Medvedev, V., and Pecou, E., Three-manifolds admitting Morse-Smale diffeomorphisms without heteroclinic curves, Topology Appl., 2002, vol.117.*

Циклопные режимы в ансамблях глобально связанных фазовых осцилляторов Курамото–Сакагучи с инерцией
М.И. Болотов¹, В.О. Муняев¹, Л.А. Смирнов¹, Г.В. Осипов¹, И.В. Белых^{2,1}

¹Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

имени Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород

²Университет Джорджии, Атланта, США

E-mail: maksim.bolotov@itmm.unn.ru

Модель одномерных осцилляторов Курамото и ее обобщение на случай осцилляторов с инерцией позволяет описывать широкое многообразие процессов в сложных системах [1]. Коллективная динамика в популяциях осцилляторов Курамото с притягивающей связью изучена более подробно по сравнению со случаем отталкивающего взаимодействия. Хотя полная синхронизация является доминирующим ритмом в системах с притягивающей связью, ожидается, что распределенные состояния (splay states) и их обобщения будут наблюдаться в популяциях с отталкивающей связью [2]. Тем не менее, полного понимания механизмов генерации ритмов в ансамблях с отталкивающим взаимодействием все еще отсутствует.

В данной работе рассмотрен ансамбль N (индекс n) глобально связанных фазовых осцилляторов Курамото–Сакагучи с инерцией и второй гармоникой связи

$$m\ddot{\varphi}_n + \dot{\varphi}_n = \omega + \sum_{m=1}^N \sum_{q=1}^2 \frac{\varepsilon_q}{N} \sin[q(\varphi_m - \varphi_n) + \alpha_q], \quad (1)$$

где φ_n – фаза n -го осциллятора ($n = 1, 2, \dots, N$), m – масса, ω – собственная частота, ε_q и α_q – амплитуда и фазовый сдвиг q -й гармоники связи, соответственно. В качестве характеристики степени синхронизации элементов по фазам будем использовать q -е моменты глобального параметра порядка R_q , определяемые следующим выражением ($q = 1, 2, \dots$)

$$R_q = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N e^{iq\varphi_m} = r_q e^{i\theta_q}. \quad (2)$$

В системе (1) при наличии в функции связи только первой гармоники с отталкивающим взаимодействием ($\alpha_1 > \pi/2$) реализуются обобщенные распределенные состояния (splay states), которые определяются нулевым значением первого момента глобального параметра порядка $R_1 = 0$ [2]. Будем использовать второй момент глобального параметра порядка R_2 в качестве характеристики этих режимов. Отметим, что в случае четного числа элементов N обобщенное распределенное состояние с максимальным значением r_2 представляет собой двухкластерный режим с равными размерами кластеров. Однако, в случае нечетного числа элементов режимом с максимальным значением R_2 становится состояние, которое будем называть циклопным. В циклопном режиме осцилляторы разбиваются на два равновеликих кластера и один уединенный элемент [3].

В ходе анализа системы (1) показано, что наличие второй гармоники в функции связи ($\varepsilon_2 > 0$) приводит к тому, что при нечетном числе элементов N из всего многообразия обобщенных распределенных состояний остается существовать только циклопный режим. Продемонстрировано, что циклопное

состояние существует и устойчиво в широком диапазоне значений управляющих параметров.

На рисунке 1 показана динамика популяции (1) для $N = 101$ в области устойчивости циклопного режима. При $t < 500$ система (1) эволюционирует при нулевой второй гармонике в функции связи ($\varepsilon_2 = 0$), начальные условия выбраны случайным образом. Видно, что происходит переход к обобщенному распределенному состоянию с $r_1 = 0$ и некоторым постоянным r_2 . При $t = 500$ включается вторая гармоника связи с $\varepsilon_2 = 0.002$, $\alpha_2 = 0.2$, и наблюдается переход к циклопному состоянию, который характеризуется максимальным допустимым значением r_2 . В рамках данной работы также продемонстрировано, что аналогичные эффекты наблюдаются при наличии третьей гармоники в функции связи.

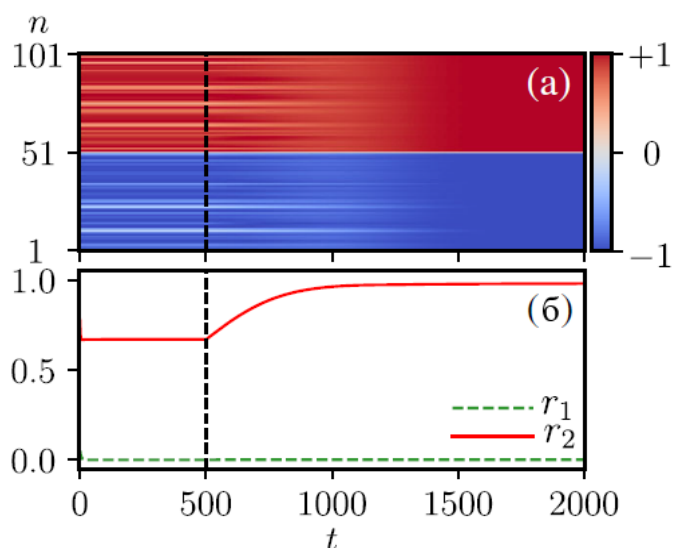


Рис.1. Циклопный режим. (а) Динамика синусов разностей фаз осцилляторов $\sin(\varphi_n - \varphi_{51})$ системы (1). (б) Динамика модулей первого и второго моментов глобального параметра порядка $r_{1,2}$. Параметры: $N=101$, $m = 1.0$, $\omega = 1.7$, $\varepsilon_1 = 1.0$, $\alpha_1 = 3.1$, $\varepsilon_2 = 0.002$, $\alpha_2 = 0.2$.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 22-12-00348).

Библиографический список

1. *Pikovsky A., Rosenblum M.* // *Chaos*. 2015. V. 25. P. 097616.
2. *Berner R. et al.* // *Chaos*. 2021. V. 31. P. 073128.
3. *Munayev V.O. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 2023. V. 130. P. 107201.

Дискретно-динамическая 2D модель роста биопленки с учетом процессов бактериальной коммуникации

С.К. Саруханян, А.Г. Масловская

Амурский государственный университет, Благовещенск

E-mail: saruhanyans@gmail.com

В контексте современных вызовов, актуальность изучения бактерий и их жизнедеятельности неуклонно растет. Так, в 1970-х годах, было замечено, что некоторые виды бактерий могут производить и выделять в окружающую среду специальное химическое соединение, состоящее из сигнальных молекул или аутоиндукторов. Эти молекулы могут восприниматься другими бактериями того же вида. Данное явление, называемое процессом межклеточной коммуникации бактерий, представлено различными видами, важнейшее из которых – quorum sensing или «чувство кворума» [1].

Целью исследования является формализация и программная реализация клеточно-автоматного алгоритма роста бактериальной биопленки с включением механизмов межклеточной коммуникации и анализ получаемых результатов на основе фрактальной размерности моделируемых структур.

В концептуальную постановку реализуемой модели включены следующие этапы роста биопленки: инокуляция (прикрепление к подложке), образование колоний, развитие – рост (за счет потребления питания и деления) матурация и формирование зрелой архитектуры биопленки [2]. В модели рассмотрен случай лимитирования по субстрату. Основными субстанциями, подлежащими симуляции, являются: концентрация нутриента, концентрация биомассы, концентрация сигнальных молекул (AHL), отвечающих за уровень чувства кворума в биопленке). Схема роста пленки показана на рис. 1.

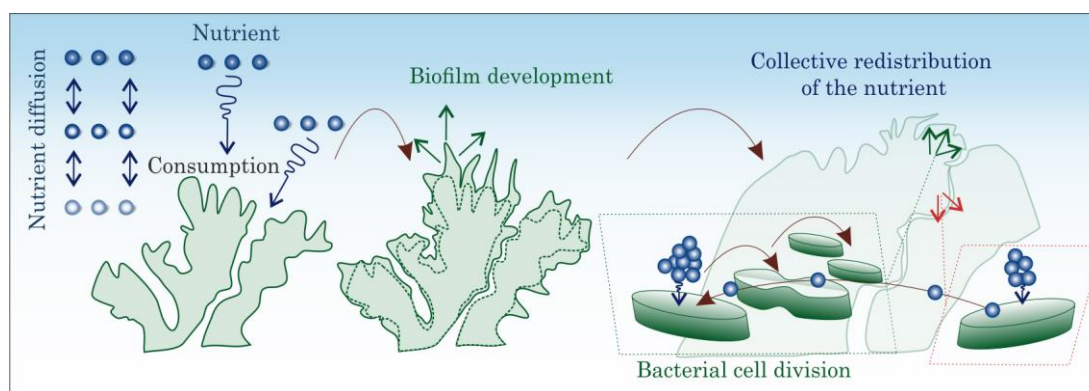


Рис.1. Схема состояния биосистемы в процессе роста биопленки

Для построения гибридной модели использована концепция теории клеточных автоматов в приложении к задаче формирования биопленок [2-3]. Формализуем клеточно-автоматную модель тройкой объектов: $\langle X, A, \Theta \rangle$, где $X = \{[0,0], [1,0], \dots, [w,h]\}$ – множество ячеек пространства, индексируемых по базисным осям; w, h – ширина и высота рассматриваемой области; A – набор параметров, определяемых вещественными числами, характеризующими каждую ячейку плоскости:

$$A = \begin{cases} C_n \\ C_b ; C_n, C_b \in [0,1], \\ U_{AHL} \end{cases}$$

где C_n, C_b, U_{AHL} – концентрации питания, бактериальной биомассы и сигнального вещества AHL соответственно.

Θ определяет набор операторов перехода между дискретными состояниями системы. Всего рассмотрено четыре основных правила перехода:

$$\Theta([i, j]) = (\theta_{dif}([i, j]), \theta_{cons}([i, j]), \theta_{div}([i, j]), \theta_{QS}([i, j])).$$

Правило, определяющее диффузию питательного вещества, задается в виде: $\theta_{dif} : C_n[i, j, t + \Delta t] = C_n[i, j, t] + D_n \left(\sum_{m=1}^M C_n(m, t) - M \cdot C_n[i, j, t] \right)$.

Правило потребления бактериальными клетками питательного вещества определяется системой соотношений:

$$\theta_{cons} : \begin{cases} C_n[i, j, t + \Delta t] = C_n[i, j, t] - J[i, j, t] \\ C_b[i, j, t + \Delta t] = C_b[i, j, t] + J[i, j, t] \end{cases}$$

где $J[i, j, t] = \mu_{\max} \frac{C_n[i, j, t]}{K_s + C_n[i, j, t]} \cdot C_b$ – удельная концентрация потребляемого нутриента (в соответствии с законом Моно).

Правило распределения сигнального вещества AHL представляет дискретный вариант детерминированной реакционно-диффузионной модели бактериального чувства кворума [4]:

$$\theta_{QS} : U_{AHL}[i, j, t + \Delta t] = U_{AHL}[i, j, t] + D_{AHL} \left(\sum_{m=1}^M U_{AHL}[m, t] - M U_{AHL}[i, j, t] \right) - G_{AHL} U_{AHL}[i, j, t] + F(U_{AHL}[i, j, t]),$$

Алгоритм клеточно-автоматного моделирования реализован на языке программирования C# с использованием платформы Unity. При симуляции использованы различные типы решеток клеточного автомата. Для сравнительного анализа геометрических характеристик получаемых структур функционал программного приложения дополнен реализацией алгоритма расчета фрактальной размерности.

Разработанное программное приложение позволяет визуализировать основные субстанции при формировании и эволюции биопленки: концентрация нутриента, концентрация биомассы и концентрация сигнальных молекул. На рис. 2 представлен пример работы программы, где цветовые каналы используются для отображения динамики изменения ключевых характеристик биосистемы: red – концентрации питания C_n , green – концентрации биомассы C_b , blue – концентрации сигнального вещества U_{AHL} .

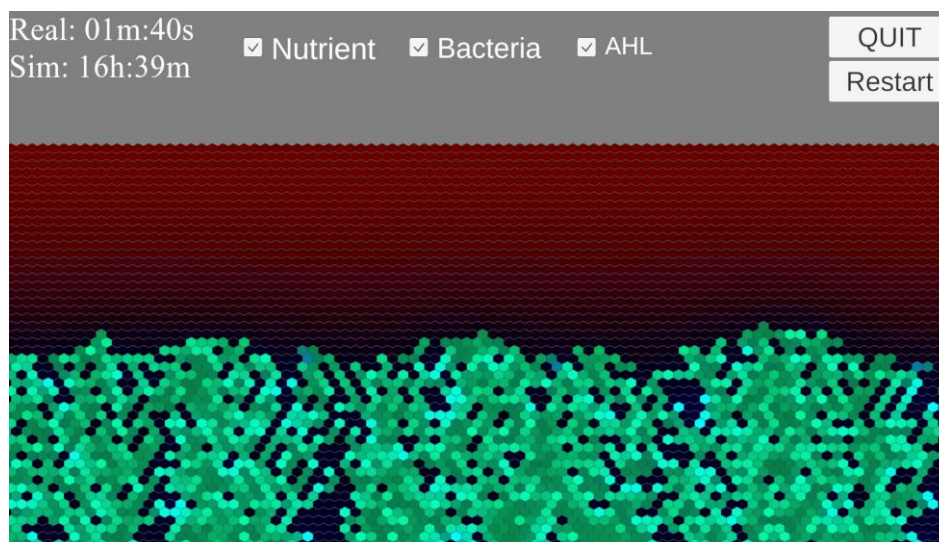


Рис. 2. Пример фрагмента симуляции роста биомассы

Введение правил клеточного автомата, соответствующих изменению концентрации сигнальных молекул, позволяет расширить возможности симуляции «интеллектуального» роста биопленки: каждый элемент системы, отвечающий за микроколонию бактерий, имеет информацию о наличии таких же «соседей». Перспективу развития данного подхода также является введение механизма, отвечающего за поведение активных и неактивных для деления бактериальных клеток.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № 122082400001-8.

Библиографический список

1. Williams P. // *Philos. Trans. R. Soc B*, 2007. V. 362. P. 1119–1134.
2. Picioreanu C. // *Biotechnology and Bioengineering*, 2007. P. 101–116.
3. Sarukhanian S. // *Mathematics*, 2023. V. 11. P. 3346 (18).
4. Kuttler C. // *Appl. Math. Model.*, 2021. V. 93. P. 360–375.

Управляющие параметры формирования дендритных паттернов в гибридной модели бактериального роста

И.А. Шевкун, А.Г. Масловская

Амурский государственный университет, Благовещенск

E-mail: smallwood13@gmail.com

Математическая биология является одним из наиболее активно развивающихся направлений современной науки. Важным инструментом математической биологии являются *in silico* исследования – имитация биологических экспериментов с помощью вычислительных средств. Объектом исследования данной работы являются микроорганизмы, а именно – бактерии. В процессе культивации на питательных средах бактериальные колонии могут образовывать различные формы (паттерны) [1-2]: круглые, «цветочноподобные», концентрические, складчатые, комбинированные и другие. В настоящее время не выработано единого подхода к моделированию всех типов паттернов. В практике для моделирования бактериального роста применяют различные типы математических моделей: детерминированные (на основе дифференциальных уравнений), стохастические, агентные (метод частиц, клеточные автоматы) и др. Целью работы является установление набора параметров, отвечающих за вариацию форм дендритных паттернов, в модифицированной реакционно-диффузионной модели бактериального роста на питательных средах.

Сформулируем концептуальную постановку задачи. Моделируемый процесс – бактериальные колонии, растущие на поверхности тонких подложек с питательным веществом (агаром). В процессе роста колонии демонстрируют различные морфологические формы в зависимости от условий окружающей среды, таких как концентрация питательных веществ, плотность агаровой среды и температура. В этой работе использована детерминированная модель бактериального роста, формализуемая системой уравнений в частных производных диффузионного типа, предложенная в [3]. Модель в нормированном представлении формализуется следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} = \Delta n - bn, \\ \frac{\partial b}{\partial t} = \nabla(\sigma nb \nabla b) + nb, \end{cases} \quad (1)$$

где $n(x,y,t)$ – концентрация питательного вещества, $b(x,y,t)$ – концентрация бактериальной массы, $-L < x < L$, $-L < y < L$, $0 < t \leq T$, $\sigma = \sigma_0(1 + \delta)$ – параметр модели, характеризующий концентрацию питательного вещества, δ – случайная величина, отвечающая за флуктуации бактериальной массы при росте колонии, $|\delta| < 1$.

Начальные и граничные условия задаются в следующем виде:

$$n(x, y, t_0) = n_0, \quad b(x, y, t_0) = \beta_m \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{C^2}\right), \quad -L \leq x \leq L, \quad -L \leq y \leq L, \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial n}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma} = 0, \quad \left. \frac{\partial b}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\Gamma} = 0, \quad 0 < t \leq T, \quad (3)$$

где β_m , C – параметры модели, Γ – граница расчетной области с линейными размерами $2L$, \mathbf{n} – вектор внешней нормали к границе Γ .

Для решения поставленной задачи использовался неявный метод конечных разностей с применением схемы дробных шагов Яненко [4]. Введем сетку с шагами h_x , h_y , и τ по переменным x , y и t соответственно:

$$\Omega_{h_x, h_y}^{\tau} = \left\{ x_i = -L + ih_x, y_j = -L + jh_y, t_k = k\tau, i = \overline{0, N}, j = \overline{0, M}, k = \overline{0, T} \right\}. \quad (4)$$

Согласно схеме расщепления, процесс решения разбивается на два полушага по времени, на каждом из которых учитывается производная только по одному пространственному направлению – x или y . Приведем схему для второго уравнения системы, поскольку оно вызывает наибольшую сложность. На первом полушаге по времени конечно-разностная схема имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{b^{k+1/2} - b^k}{\tau} &= \sigma n_{i,j}^{k+1/2} b_{i,j}^k \frac{b_{i+1,j}^{k+1/2} - 2b_{i,j}^{k+1/2} + b_{i-1,j}^{k+1/2}}{h_x^2} + \\ &+ \sigma \left(\frac{n_{i+1,j}^{k+1/2} - n_{i-1,j}^{k+1/2}}{2h_x} b_{i,j}^k + n_{i,j}^{k+1/2} \frac{b_{i+1,j}^k - b_{i-1,j}^k}{2h_x} \right) \frac{b_{i+1,j}^{k+1/2} - b_{i-1,j}^{k+1/2}}{2h_x} + \frac{1}{2} n_{i,j}^{k+1/2} b_{i,j}^k, \end{aligned} \quad (5)$$

а на втором полушаге по времени следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{b^{k+1} - b^{k+1/2}}{\tau} &= \sigma n_{i,j}^{k+1} b_{i,j}^{k+1/2} \frac{b_{i,j+1}^{k+1} - 2b_{i,j}^{k+1} + b_{i,j-1}^{k+1}}{h_y^2} + \\ &+ \sigma \left(\frac{n_{i,j+1}^{k+1} - n_{i,j-1}^{k+1}}{2h_y} b_{i,j}^{k+1/2} + n_{i,j}^{k+1} \frac{b_{i,j+1}^{k+1/2} - b_{i,j-1}^{k+1/2}}{2h_y} \right) \frac{b_{i,j+1}^{k+1} - b_{i,j-1}^{k+1}}{2h_y} + \frac{1}{2} n_{i,j}^{k+1} b_{i,j}^{k+1/2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $n_{i,j}^k$ и $b_{i,j}^k$ – значения функций n и b в узле (i,j,k) соответственно.

Схема дополняется аппроксимацией граничных и начальных условий. Получаемые на каждом полушаге системы линейных уравнений решались методом прогонки. При решении системы (1) с условиями (2) и (3) в зависимости от входных параметров можно получить различные геометрические формы: гомогенный круг, промежуточная «цветочноподобная» форма, а также дендриты. Целью данного исследования было определение параметров, влияющих на образование дендритоподобных форм. Поскольку сами дендриты также могут отличаться друг от друга, например, плотностью ветвей или их количеством, то эти особенности также было необходимо как-то оценивать. Для формальной оценки степени «ветвистости» бактериальной колонии было использовано значение фрактальной размерности границы колонии [5].

При моделировании установлены следующие значения параметров: $\beta_m = 0.71$, $C^2 = 6.25$, $0.35 \leq n_0 \leq 2$, $0.5 \leq \sigma_0 \leq 1.5$. Значение случайной величины δ генерировалось в каждом узле аппроксимации с помощью треугольного распределения в диапазоне $[-\rho, \rho]$, где ρ ($0 \leq \rho \leq 1$) также влияет на образование дендритоподобных форм.

В результате проведения серии вычислительных экспериментов выявлено, что фрактальная размерность увеличивается вместе с ростом параметров σ_0 и ρ . Максимальное значение фрактальной размерности границы $D_L = 1.47$ в этой серии экспериментов достигнуто при значениях параметров $\sigma_0 = 1.45$ и $\rho = 1$. Также отдельно проведено исследование зависимости фрактальной размерности границы от уровня начального питания n_0 (рис. 1).

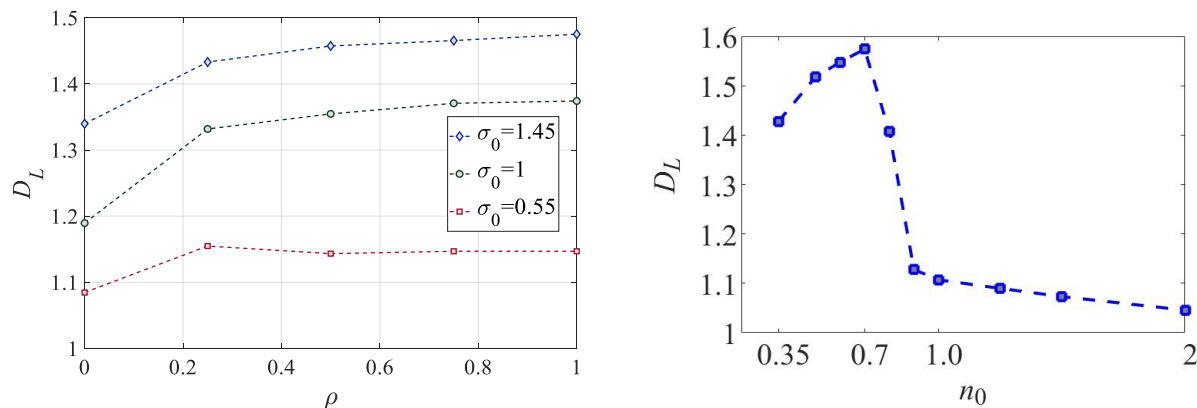


Рис.1. Зависимость фрактальной размерности границы D_L от параметров σ_0 и ρ (слева) и от параметра n_0 (справа)

В результате проведенного исследования выявлены параметры модели, которые влияют на образование дендритоподобных паттернов в модели бактериального роста (1): при увеличении параметров σ_0 и ρ происходит рост фрактальной размерности границы D_L , форма становится более разветвленная. Значения параметра $\rho > 0$ приводят к появлению несимметричных форм, характерных для биологических объектов, тогда как при $\rho = 0$ (т.е. отсутствие стохастических эффектов) образуется полностью симметричная структура. Уровень начального питания n_0 влияет следующим образом: при низком уровне питания 0.35–0.5 образуется структура с небольшим количеством ветвей, по мере повышения питания ветвей становится больше, что приводит к увеличению значения D_L , но на уровне около 0.9 происходит «склеивание» ветвей, что приводит к образованию гомогенной структуры и, как следствие, к резкому падению значения D_L и приближению его к единице.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № 122082400001-8.

Библиографический список

1. Golding I. // Physica A. 1998. №. 260. P. 510–554.
2. Xiong L. // eLife. 2020. <https://doi.org/10.7554/eLife.48885>.
3. Kawasaki K. // Journal of Theoretical Biology. 1997. No 188. P. 177–185.
4. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967. 196 с.
5. Falconer K. J. Fractal geometry: mathematical foundations and applications. Chichester: Wiley, 2014. 400 p.

**Многомерный хаос в ансамбле репрессилляторов, взаимодействующих
 посредством связи «кворум сенсинг»
 Н.В. Станкевич¹, Е.И. Волков²**

¹Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
 Нижний Новгород

²Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук, Москва
 E-mail: stankevichnv@mail.ru

Моделирование и исследование искусственных генетических сетей является важной задачей синтетической биологии [1-2]. Целью таких исследований является изучение свойств моделей с целью понимания механизмов функционирования реальных генетических регуляторных сетей живых организмов. Репрессиллятор – это один из видов искусственной генетической сети, моделирующей автоколебательное поведение после её внедрения в бактериальные клетки. Мы исследуем динамику трех репрессилляторов, взаимодействующих посредством механизма восприятия бактериального кворума (QS). На рис.1 показаны три репрессиллятора, расположенные в разных клетках и связанные посредством диффузии специальных сигнальных молекул (аутоиндукторов, AI) во внешней среде. Обратная связь QS поддерживается вырабатываемым AI пропорционально концентрации белка B , а молекулы аутоиндукторов быстро диффундируют в окружающую среду и активируют продукцию мРНК белка C , что, в свою очередь, снижает концентрацию белка A , что приводит к активации продукции белка B . Таким образом, белок B играет двойную роль: прямого ингибирования синтеза белка C и AI-зависимой активации синтеза белка C , что может приводить к сложной динамике даже для одного репрессиллятора. Мы приводим модель к случаю быстрой кинетики мРНК (a, b, c) предполагаются в стационарном состоянии с соответствующими ингибиторами (C, A, B), поэтому не учитываем уравнения для них. Полученные уравнения для безразмерных концентраций репрессоров (A, B, C) и аутоиндукторов (S) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{A}_i &= \beta_1 \left(-A_i + \frac{\alpha}{1 + C_i^n} \right), \\ \dot{B}_i &= \beta_2 \left(-B_i + \frac{\alpha}{1 + A_i^n} \right), \\ \dot{C}_i &= \beta_3 \left(-C_i + \frac{\alpha}{1 + B_i^n} + \frac{\kappa S_i}{1 + S_i} \right), \\ \dot{S}_i &= -k_{S0} S_i + k_{S1} B_i - \eta (S_i - S_{ext}). \end{aligned} \tag{1}$$

где $i = 1, 2, 3$ — индексы для трёх репрессилляторов, $\beta_j (j = 1, 2, 3)$ — отношения скорости распада белка к скорости распада мРНК, α означает максимальную скорость транскрипции в отсутствие ингибитора, n — коэффициент кооперативности Хилла для ингибирования. Для пути определения кворума k_{S0} — это отношение скорости распада S к скорости распада мРНК, k_{S1} — это скорость производства S : к определяет силу S -зависимой активации продукции

белка S . Коэффициент диффузии η зависит от проницаемости мембраны для молекулы S . Концентрация S во внешней среде S_{ext} определяется (в квазистационарном приближении) производимыми всеми репрессилияторами (S_1, S_2, S_3) и коэффициентом, определяющим силу связи Q :

$$S_{ext} = Q \frac{S_1 + S_2 + S_3}{3}. \quad (2)$$

Параметры модели фиксированы одинаковыми для каждого репрессилиятора и совпадают с предложенными в [3-5]: $\beta_1 = 0.5$, $\beta_{2,3} = 0.1$, $n = 3$, $k_{S0} = 1$, $k_{S1} = 0.01$, $\eta = 2$, $\kappa = 15$.

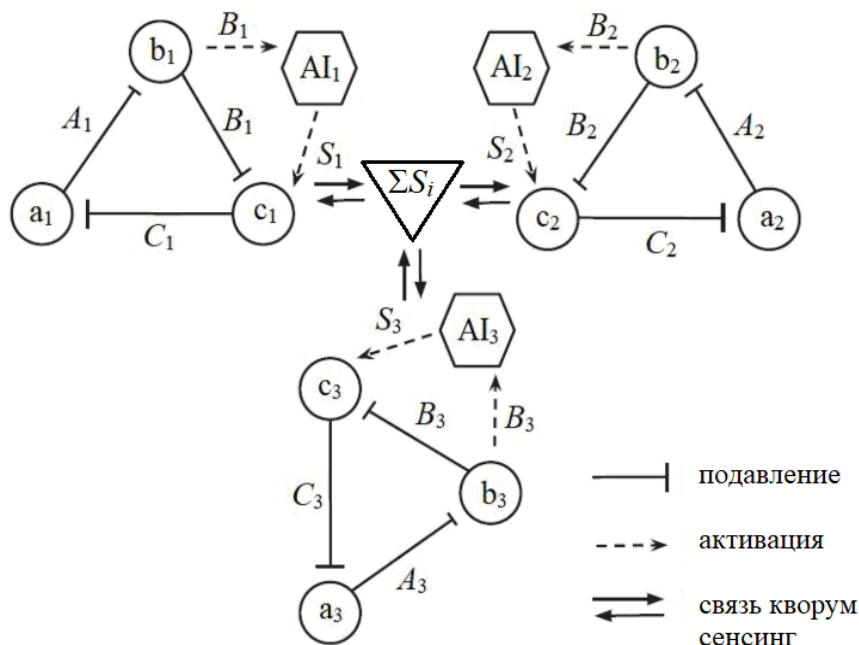


Рис.1. Схематическое представление трех репрессилияторов, взаимодействующих посредством связи «кворум сенсинг»

В работах [3-5] была показан богатая динамика модели (1), которая включает двухчастотные квазипериодические колебания, хаос и гиперхаос. В рамках данной работы мы акцентируем внимание на двух других типах поведения – хаотическое поведение, характеризующееся дополнительным нулевым показателем Ляпунова и трехчастотное квазипериодическое поведение.

Для анализа хаотического поведения мы использовали метод карт показателей Ляпунова, который позволяет локализовать области в пространстве параметров, где возникает хаос с дополнительным нулевым показателем Ляпунова. В работе будут представлены карты и их увеличенные фрагменты, на которых можно отследить линии бифуркаций торов. По динамике показателей Ляпунова от параметра можно классифицировать различные типы бифуркаций. Так образом обнаружены каскады бифуркаций удвоения двухчастотного тора, которые приводят к развитию хаоса с дополнительным нулевым показателем Ляпунова. Данные каскады могут наблюдаться как на базе основного двухчастотного тора, так и на базе резонансных предельных циклов. На рис.2а представлен пример четырехоборотной инвариантной кривой в сечении

Пуанкаре, которая имеет место после третьей бифуркации удвоения тора. С дальнейшим увеличением связи наблюдается потеря гладкости инвариантной кривой и каскад гомоклинических бифуркаций (рис.2б, 2в), отвечающих поглощению седлового тора хаотическим аттрактором. Поглощение седлового тора хаотическим аттрактором приводит к появлению в спектре показателей Ляпунова дополнительного нулевого показателя.

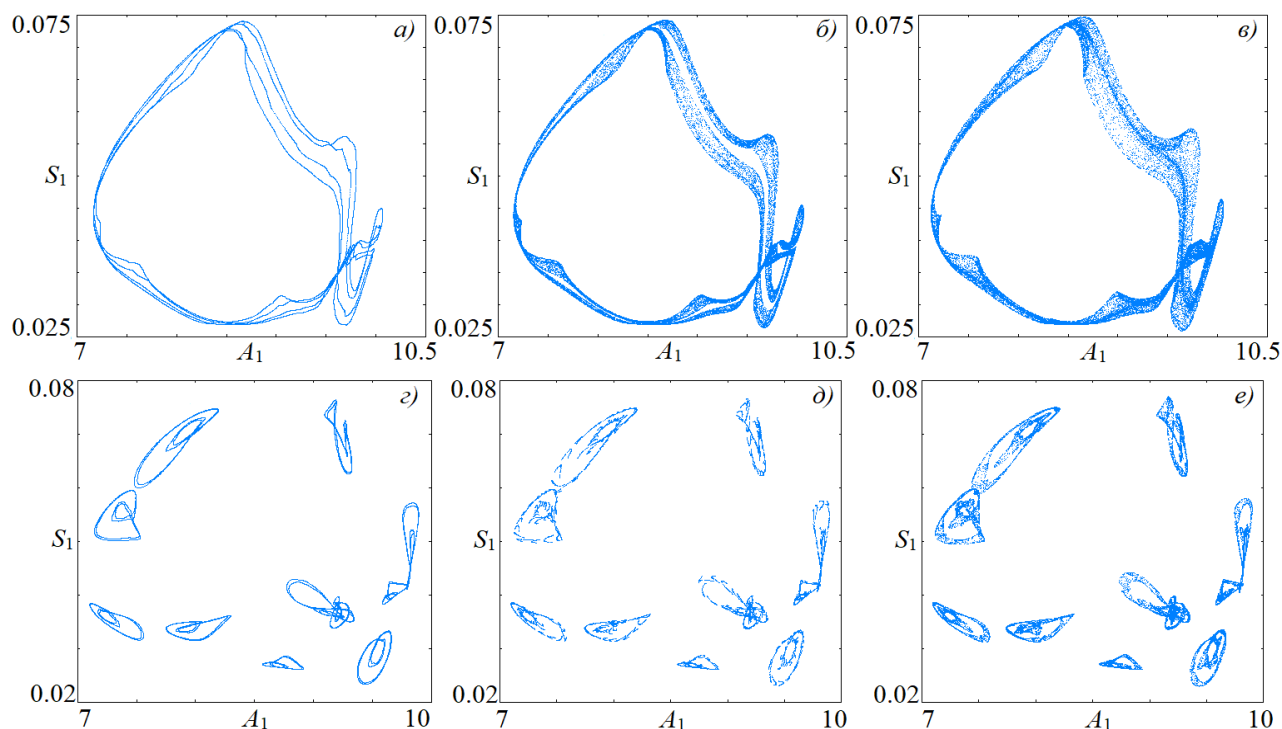


Рис.2. Отображение Пуанкаре гиперповерхностью $S_1=5.0$ для модели трех репрессилторов (1), $\beta_1 = 0.5$, $\beta_{2,3} = 0.1$, $n = 3$, $k_{SO} = 1$, $k_{SI} = 0.01$, $\eta = 2$, $\kappa = 15$, $\alpha=300$; а) $Q=0.596$; б) $Q=0.597$; в) $Q=0.6$; г) $Q=0.6227$; д) $Q=0.6229$; е) $Q=0.623$

На рис.2г – 2е представлены отображения Пуанкаре, демонстрирующие описанные бифуркационные перестройки на базе резонансного цикла периода 11. Будучи резонансным данный цикл претерпевает вторичную бифуркацию Неймарка-Сакера, в результате которой появляются 11 инвариантных кривых в отображении Пуанкаре. Инвариантные кривые претерпевают три бифуркации удвоения и можно наблюдать гомоклинические бифуркации, отвечающие поглощению седловых торов хаотическим аттрактором.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики».

Библиографический список

1. Elowitz M. B., Leibler S. // Nature. 2000. V. 403. №. 6767. P. 335.
2. Müller S. et al. // Journal of mathematical biology. 2006. V. 53. P. 905.
3. Stankevich N., Volkov E. // Chaos. 2020. V. 30. №. 4. P.
4. Stankevich N., Kazakov A., Volkov E. // 2020 4th Scientific School on Dynamics of Complex Networks and Their Application in Intellectual Robotics (DCNAIR). – IEEE, 2020. P. 238.
5. Stankevich N., Volkov E. // Chaos. 2021. V. 31. №. 10. P.

Синхронизация и стабилизация химер внешним периодическим воздействием в ансамблях глобально связанных фазовых осцилляторов
С.С. Абрамов, М.И. Болотов, Л.А. Смирнов

¹*Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет имени Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород*
E-mail: maksim.bolotov@itmm.unn.ru

Ансамбли фазовых осцилляторов представляют собой одну из базовых моделей нелинейной динамики. Она позволяет описывать многокомпонентные автоколебательные системы в случае слабых связей в различных областях современного естествознания [1]. В данной работе рассматривается влияние внешнего периодического сигнала на систему двух ансамблей глобально связанных осцилляторов, описываемых моделью Абрамса и др. [2]. Такие сети осцилляторов, состоящие из нескольких популяций глобально связанных элементов, играют ключевую роль для понимания динамики структур нейронной синхронизации [3].

Рассмотрим влияние внешнего периодического сигнала на химерные режимы, которые реализуются в системе двух ансамблей глобально связанных идентичных фазовых осцилляторов. Рассмотрим систему (N_1 и N_2 элементов в ансамблях, соответственно), на которую оказывает влияние внешний периодический сигнал с амплитудой ε и частотой Ω :

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_n^{(1)} &= \omega + \sum_{j=1}^2 \frac{\mu_j}{N_j} \sum_{m=1}^{N_j} \sin(\varphi_m^{(j)} - \varphi_n^{(1)} - \alpha) + \varepsilon \sin(\Omega t - \varphi_n^{(1)}), \\ \dot{\varphi}_n^{(2)} &= \omega + \sum_{j=1}^2 \frac{\mu_j}{N_n} \sum_{m=1}^{N_j} \sin(\varphi_m^{(j)} - \varphi_n^{(2)} - \alpha) + \varepsilon \sin(\Omega t - \varphi_n^{(2)}),\end{aligned}\quad (1)$$

где $\varphi_n^{(m)}$ – фаза n -го осциллятора в m -м ансамбле ($m = 1, 2$), ω – собственная частота, α – фазовый сдвиг, μ_1 – сила межэлементного взаимодействия внутри ансамблей, μ_2 – сила межэлементного взаимодействия между ансамблями, N_m – количество элементов в m -м ансамбле. Таким образом, модель описывает взаимодействие каждого элемента одного ансамбля с другими элементами своего ансамбля с одной силой связи, в то время, как и с элементами другого ансамбля сила связи отличается. Заметим, что модель (1) при переходе в систему координат, равномерно вращающуюся с частотой Ω , представляет собой систему связанных активных ротаторов, позволяющую описывать динамику нейроноподобных элементов [4].

Используя подход Отта–Антонсена, можно получить следующую систему

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{1,2} &= \frac{1 - \rho_{1,2}^2}{2} (\mu_1 \rho_{1,2} \cos \alpha + \mu_2 \rho_{2,1} \cos(\theta_{2,1} - \theta_{1,2} - \alpha) + \varepsilon \cos \theta_{1,2}), \\ \dot{\theta}_{2,1} &= (\omega - \Omega) - \frac{\rho_{2,1}^2 + 1}{2\rho_{2,1}} (\mu_1 \rho_{2,1} \sin \alpha + \mu_2 \rho_{1,2} \sin(\theta_{2,1} - \theta_{1,2} - \alpha) + \varepsilon \cos \theta_{2,1})\end{aligned}\quad (2)$$

относительно модулей ρ_m и фаз θ_m глобальных параметров порядка $R_{1,2}$ ансамблей, определяемым следующим выражением:

$$R_m = \frac{1}{N_m} \sum_{n=1}^{N_m} e^{i\varphi_n^{(m)}} = \rho_m e^{-i\theta_m}.$$

Состояния равновесия системы (2) будут соответствовать стационарным режимам относительно параметра порядка системы фазовых элементов (1), а периодические движения режимам динамики фаз, когда модуль параметра порядка является периодической функцией.

Рассмотрим влияние внешнего периодического сигнала на неустойчивый химерный режим. Остановимся на наборе управляющих параметров: $\mu_1 = 0.64$, $\mu_2 = 0.36$, $\alpha = \pi/2 - 0.1$.

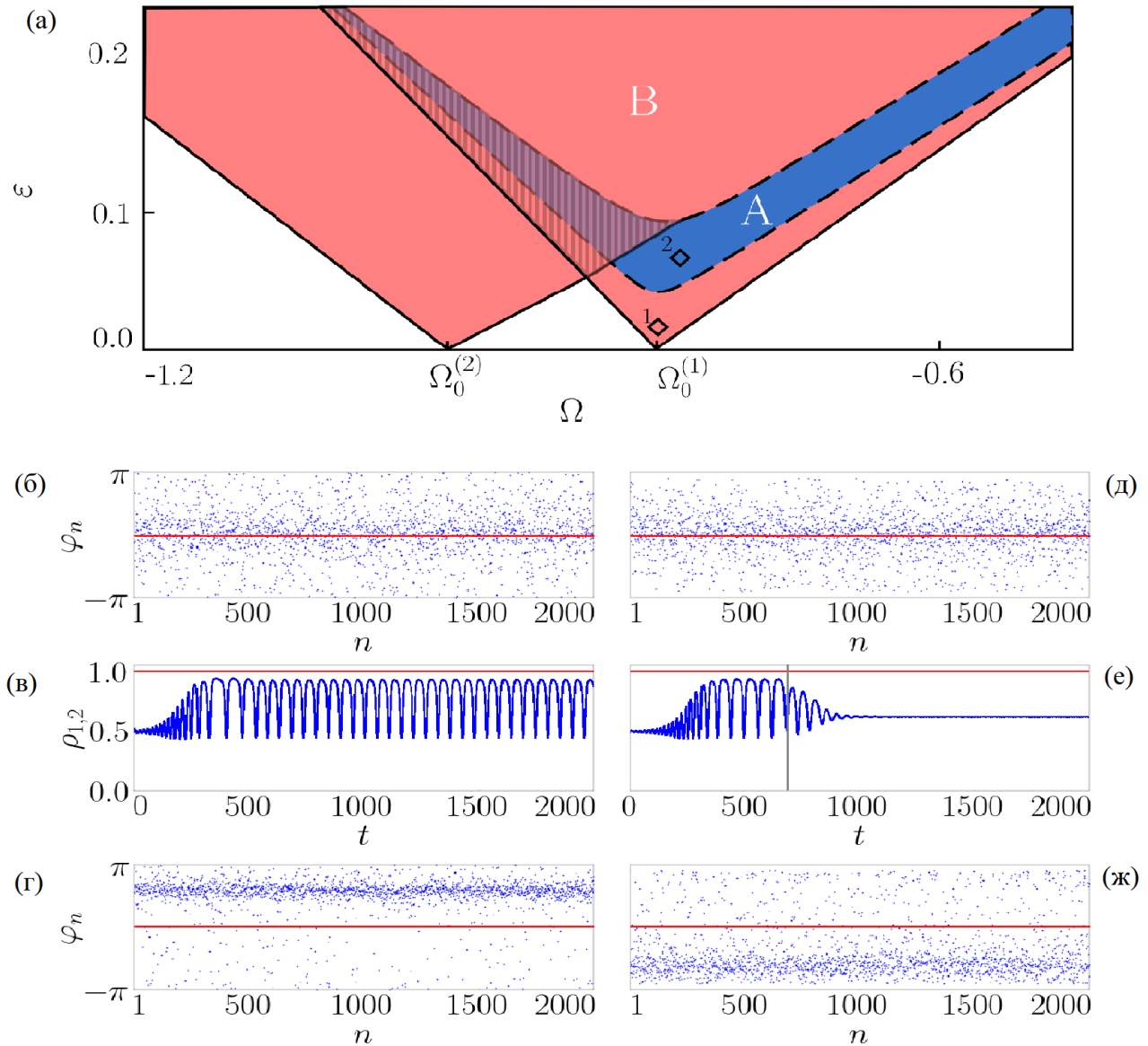


Рис. 1. (а) Область захвата частот системы (2) для химерных режимов при $\mu_1=0.64$, $\mu_2=0.36$, $\alpha=\pi/2-0.1$. (б, д) Фазы $\varphi_n^{(1,2)}$ системы (1) при $t=0$. (в, е) Динамика $\rho_{1,2}$ (красный и синий цвет, соответственно). (г, ж) Фазы $\varphi_n^{(1,2)}$ системы (1) при $t=2000$

В системе (1) без внешнего воздействия и внешним сигналом с малой амплитудой (Рис.1а, точка 1) стационарная химера неустойчива и фазы осцилляторов эволюционируют к брызговой химере (Рис.1б,в,г). Следовательно, в области захвата частот на плоскости (ε, Ω) существует область, соответствующая неустойчивым режимам (Рис.1а, красная область В). Однако, при введении внешнего сигнала стационарное состояние системы (2) в области захвата может становится устойчивым в результате бифуркации

Андропова-Хопфа. Предельный цикл влипает в состояние равновесия и исчезает. А в системе фазовых осцилляторов (1) наблюдается стационарный химерный режим (Рис.1, синяя область А, точка 2). На Рис.1е представлен процесс стабилизации бризерной химеры за счёт внешнего сигнала. На начальном этапе при $t < 750$ мы моделируем систему (1) без внешнего воздействия ($\varepsilon = 0$), при этом наблюдается развитие неустойчивости стационарной химеры, в результате чего возникает бризерный химерный режим. Далее, при $t = 750$ вводится внешнее воздействие, которое приводит к исчезновению бризерной химеры и устойчивости стационарной химеры, к которой начинает эволюционировать система (1).

В рамках данной работы было рассмотрено влияние внешнего периодического воздействия на химерные решения в двух ансамблях глобально связанных идентичных осцилляторов. С помощью метода Отта-Антонсена были получены динамические уравнения относительно глобальных параметров порядка ансамблей, характеризующих степень скоррелированности фаз элементов. Показан эффект стабилизации нестационарной химеры (бризерной) за счёт внешней периодической силы, когда исходно неустойчивая стационарная химера становится устойчивой. Полученные в рамках редуцированной модели результаты подтверждены прямым численным моделированием базовой системы фазовых уравнений.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 23-12-00180).

Библиографический список

1. *Pikovsky A., Rosenblum M.* // *Chaos* 2015. V. 25, P. 097616.
2. *Abrams D.M. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101, P. 084103.
3. *Martens E.A., Bick C., Panaggio M.J.* // *Chaos* 2016. V. 26, P. 094819.
4. *Clusella P., Pietras B., Montbrió E.* // *Chaos* 2022. V. 32, P. 013105.

Средне-полевая модель ритмов мозга с учетом воздействия глии

С.М. Оленин, Т.А. Леванова, С.В. Стасенко

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет

имени Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород

E-mail: levanova.tatiana@gmail.com.

Ритмы мозговой активности играют важную роль в обработке информации в мозге и связаны с различными когнитивными и поведенческими функциями [1]. Например, тета-ритм (4-7 Гц) связан с формированием рабочей памяти и пространственной навигацией, в то время как гамма-ритм (30-80 Гц) связан с вниманием и восприятием [2]. На настоящий момент известно несколько различных способов регулирования мозговых ритмов: нейронная обратная связь, нейромодуляция, факторы окружающей среды и регуляция со стороны глиальных клеток. Последний фактор является наименее изученным.

Для того, чтобы более подробно изучить, как ритмы мозга могут меняться под воздействием со стороны глиальных клеток, мы предлагаем новую средне-полевую модель. Предложенная математическая модель описывает, как глиальные клетки модулируют возбудимость нейронов посредством высвобождения глиотрансмиттера, который может как усиливать, так и подавлять активность нейронов.

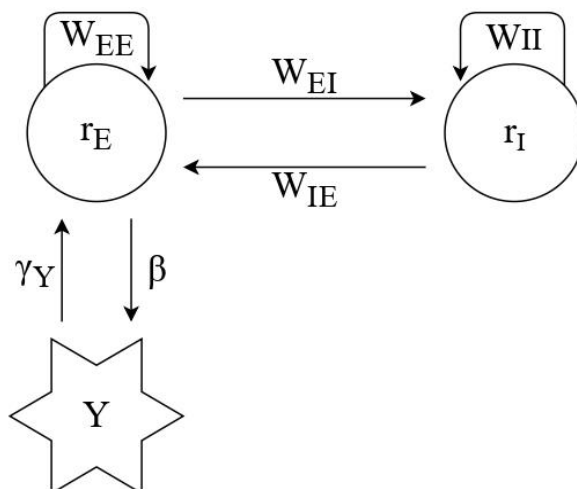


Рисунок 2 Общая схема предложенной средне-полевой модели, описывающая взаимодействие возбуждающей (E) и тормозной (I) популяций при воздействии на возбуждающую популяцию астроцитов (Y).

Схематическое описание предлагаемой модели представлено на рис. 1. Модель описывает синхронную динамику больших популяций нейронов в головном мозге. Биологическая правдоподобность достигается за счет того, что модель учитывает важные биологические особенности структуры нейрональных сетей, что позволяет генерировать гамма-ритм на основе взаимодействия возбуждающей и тормозной популяций нейронов. К таким особенностям относятся взаимные связи между возбуждающей и тормозной популяциями, связи внутри популяций, а также внешние стимулы, применяемые к каждой популяции.

Математически предложенная модель описывается следующей системой ОДУ:

$$\begin{cases} \tau_{s_E} \dot{s}_E = -s_E + g(Y) \gamma_E r_E (1 - s_E) + s_0^E \\ \tau_{s_I} \dot{s}_I = -s_I + \gamma_I r_I (1 - s_I) + s_0^I \\ \tau_{r_E} \dot{r}_E = -r_E + f_E (IE + w_{EE} s_E - w_{IE} s_I) \\ \tau_{r_I} \dot{r}_I = -r_I + f_I (II + w_{EI} s_E - w_{II} s_I) \\ \dot{Y} = -\frac{Y}{\tau_Y} + \beta H_Y(s_E) \end{cases} \quad (1)$$

где

$$f_i(\arg) = \frac{1}{1 + e^{-k_i(\arg - \theta_i)}} \quad i \in [E, I]. \quad (2)$$

Все переменные, функции и параметры, которые относятся к возбуждающей популяции, имеют индекс E, а все переменные, функции и параметры, относящиеся к ингибиторной популяции, имеют индекс I соответственно.

Каждая популяция характеризуется двумя переменными: частотой генерации популяционного ответа $r_a(t)$ и синаптической активности $s_a(t)$, где $a = E, I$. Синаптическая активность зависит от частоты генерации популяционного ответа, которая масштабируется коэффициентом γ . Параметр τ_{s_a} соответствует времени затухания. Синаптическая активность находится под влиянием фонового воздействия, равного s_0^a . Постоянная времени синаптической потенциации определяется τ_{s_a} / γ_a . Частота генерации популяционного ответа является сигмоидальной функцией f , и зависит, помимо прочего, от синаптических весов w_{ab} .

Переменная $Y(t)$ описывает динамику высвобождения глиотрансмиттера, с учетом времени релаксации τ_Y и функции активации $H_Y(s_E)$:

$$H_Y(s_E) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{s_E - s_{Ethr}}{k_Y}}} \quad (3)$$

Влияние астроцитов на высвобождение глутамата описывается функцией $g(Y)$, которая включает силу воздействия астроцитов γY на синаптические связи и порог активации Y_{thr} :

$$g(Y) = 1 + \frac{\gamma Y}{1 + e^{(-Y + Y_{thr})}} \quad (4)$$

В нашем исследовании в качестве управляющего параметра была выбрана сила воздействия астроцита γY . Остальные параметры были зафиксированы следующим

образом:

$$\tau_{s_E} = 3, \gamma_E = 4.0, s_0^E = 0.15, \tau_{s_I} = 10, \gamma_I = 8.0, s_0^I = 0.1, \tau_{r_E} = 2.0, k_E = 5.0, IE = 0.9, w_{EE} = 3.5, w_{EI} = 5.0, \theta_E = 0.2, \tau_{r_I} = 6.0, k_I = 5.0, II = 0.0, w_{EI} = 5.0, w_{II} = 3.0, \theta_I = 0.4, \tau_Y = 0.01, \beta_Y = 0.01, Y_{thr} = 0.5, s_{Ethr} = 0.5, k_Y = 0.01$$

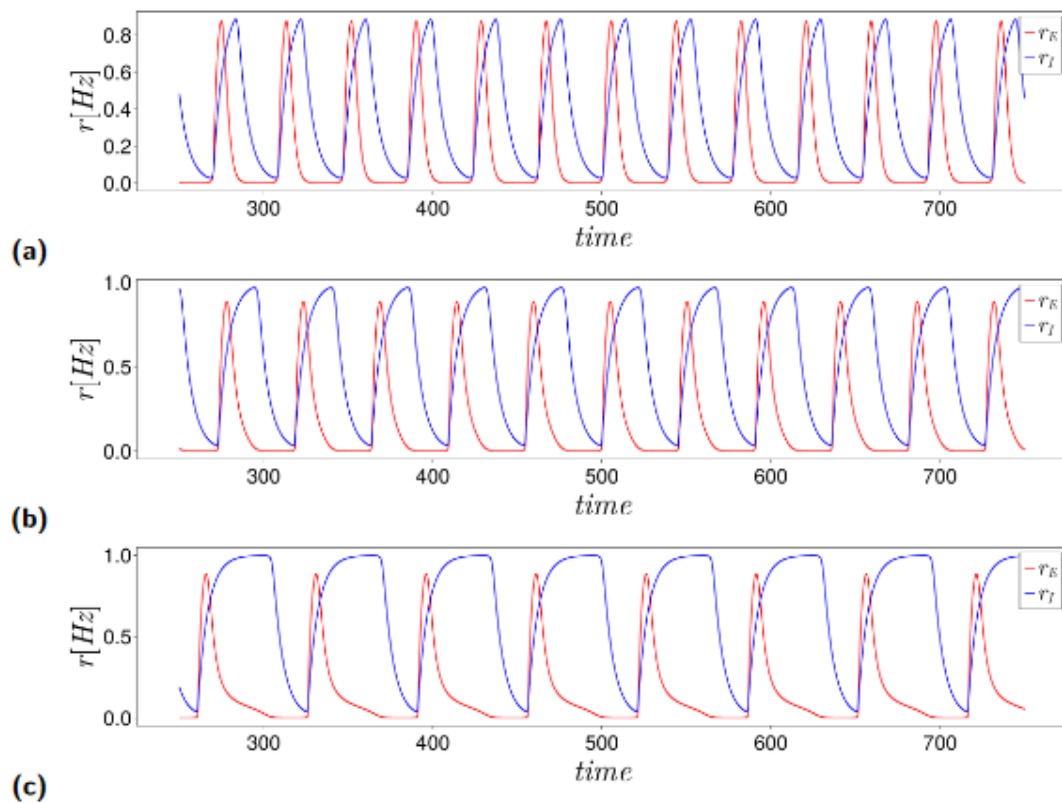


Рисунок 3 Эффект снижения частоты популяционного ответа при увеличении воздействия глиальных клеток (астроцитов)

Численное исследование предложенной модели показало, что для широкого диапазона значений γU в результате взаимодействия возбуждающих и тормозящих популяций возникает синхронная активность и формируется гамма-ритм. По мере увеличения γU влияние астроцитов на активность нейронов усиливается, нарушая баланс возбуждения/торможения и вызывая уменьшение частоты и амплитуды колебаний, что в конечном итоге может привести к гибели клеток. Полученные численные результаты соответствуют экспериментальным данным о возникновении эксайтотоксичности.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ №19-72-10128.

Библиографический список

1. Buzsaki, G., Draguhn, A.: Neuronal oscillations in cortical networks. *Science* 304, 1926–1929 (2004)
2. Jensen, O., Mazaheri, A.: Shaping functional architecture by oscillatory alpha activity: gating by inhibition. *Front. Hum. Neurosci.* 4, 186 (2010)

Зацепление как полный инвариант 3-диффеоморфизмов Морса-Смейла**А.А. Ноздринов***Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,**Нижний Новгород**E-mail: lex87@bk.ru.*

Специалисты по динамике используют инварианты узлов и зацеплений для описания периодических орбит потоков, что помогает им лучше понять теорию обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако специалисты по дискретным динамическим системам также активно используют теорию узлов и зацеплений для описания инвариантов динамики. В частности, динамика некоторых диффеоморфизмов Морса-Смейла, заданных на произвольном 3-многообразии, может быть полностью (с точностью до топологической сопряженности) определена поведением сепаратрис седловых точек, которое, в свою очередь, описывается узлом или зацеплением в многообразии $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^1$.

Заметим, что топологическая классификация произвольных 3-диффеоморфизмов Морса-Смейла была получена в [1] и использует в качестве полного инварианта класс эквивалентности пары двумерных ламинаций в некотором 3-многообразии. Поскольку классификация 3-многообразий является открытой проблемой, естественной задачей является выделение диффеоморфизмов, допускающих хорошо изученные объекты в качестве инвариантов. Например, для класса 3-диффеоморфизмов, чье неблуждающее множество состоит из четырех гиперболических неподвижных точек, полным инвариантом топологической сопряженности является класс эквивалентности узла Хопфа в $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^1$ [2], [3].

В настоящем докладе будет выделен класс 3-диффеоморфизмов Морса-Смейла, для которых полным инвариантом топологической сопряженности является класс эквивалентности существенного зацепления в $\mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^1$.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории топологических методов в динамике НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2019-1931

Библиографический список

1. Bonatti C., Grines V., Pochinka O. Topological classification of Morse-Smale diffeomorphisms on 3-manifold. Duke Mathematical Journal. 2019. V. 168. №. 13. P. 2507-2558.
2. Bonatti C., Grines V. Knots as topological invariants for gradient-like diffeomorphisms of the sphere \mathbb{S}^3 . Journal of Dynamical and Control Systems. 2000. V. 6. №. 4. P. 579-602.
3. Pochinka O. V., Talanova E. A., Shubin D. D. Knot as a complete invariant of a Morse-Smale 3-diffeomorphism with four fixed points. Mat. Sb. 2023. V. 214. №. 8. P. 94-107.

Устойчивая изотопическая связность диффеоморфизмов Палиса

Е.В. Ноздринова

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,

Нижний Новгород

E-mail: maati@mail.ru.

Проблема существования дуги с не более, чем счетным (конечным) числом бифуркаций, соединяющей структурно устойчивые системы (системы Морса-Смейла) на многообразиях вошла в список пятидесяти проблем Палиса-Пью [9] под номером 33.

В 1976 году Ш. Ньюхаусом, Дж. Палисом, Ф. Такенсом [4] было введено понятие устойчивой дуги, соединяющей две структурно устойчивые системы на многообразии. Такая дуга не меняет своих качественных свойств при малом шевелении. В том же году Ш. Ньюхаус и М. Пейшото [6] доказали существование простой дуги (содержащей лишь элементарные бифуркации) между любыми двумя потоками Морса-Смейла. Из результата работы Ж. Флейтас [2] вытекает, что простую дугу, построенную Ньюхаусом и Пейшото всегда можно заменить на устойчивую [5].

Для диффеоморфизмов Морса-Смейла, заданных на многообразиях любой размерности известны примеры систем, которые не могут быть соединены устойчивой дугой. Препятствия появляются уже для сохраняющих ориентацию диффеоморфизмов окружности S^1 , которые соединяются устойчивой дугой только в случае совпадения чисел вращения [7].

В размерности два появляются дополнительные препятствия к существованию устойчивых дуг между изотопными диффеоморфизмами. Они связаны с наличием периодических точек [1], [8] и гетероклинических пересечений [3].

В рамках доклада рассматривается класс $G(M^2)$ градиентно-подобных диффеоморфизмов f , заданных на замкнутой ориентируемой поверхности M^2 , в предположении, что все неблуждающие точки f неподвижны и имеют положительный тип ориентации.

Теорема 1. Любые диффеоморфизмы $f, f' \in G(M^2)$ соединяются устойчивой дугой с конечным числом типично проходящих не критических седло-узловых бифуркаций.

Доказательство данного результата основано на построении дуги соединяющей диффеоморфизм $f \in G(M^2)$ с диффеоморфизмом $g \in G(M^2)$, который является сдвигом на единицу времени типичного градиентного потока некоторой функции Морса. В силу работ [6], [2], [5] любые два таких потока соединяются дугой с конечным числом седло-узловых бифуркаций.

Данная работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС», грант № 23-7-2-13-1 «Топологические аспекты регулярной динамики».

Библиографический список

1. *Blanchard P.* Invariants of the NPT isotopy classes of Morse-Smale diffeomorphisms of surfaces. *Duke Mathematical Journal*. 1980. V. 47. №. 1. P. 33-46.
2. *Fleitas G.* Replacing tangencies by saddle-nodes. *Bol. Soc. Brasil. Mat.* 1977. V. 8. №. 1. P. 47-51.
3. *Matsumoto S.* There are two isotopic Morse-Smale diffeomorphisms which cannot be joined by simple arcs. *Inventiones mathematical*. 1979. V. 51. P. 1-7.
4. *Newhouse S., Palis J., Takens F.* Stable arcs of diffeomorphisms. *Bull. Amer. Math. Soc.* 1976. V. 82. №. 3. P. 499-502.
5. *Newhouse S., Palis J., Takens F.* Bifurcations and stability of families of diffeomorphisms. *Publications mathematiques de l' I.H.E.S.* 1983. V. 57. P. 5-71.
6. *Newhouse S., Peixoto M.* There is a simple arc joining any two Morse-Smale flows. *Asterisque*. 1976. V. 31. P. 15-41.
7. *Nozdrinova E.V.* Rotation number as a complete topological invariant of a simple isotopic class of rough transformations of a circle. *Russian Journal of Nonlinear Dynamics*. 2018. V. 14. №. 4. P. 543-551.
8. *Nozdrinova E.V., Pochinka O.V.* Solution of the 33rd Palis-Pugh problem for gradient-like diffeomorphisms of a two-dimensional sphere. *Discrete and Continuous Dynamical Systems*. 2021. V. 41. №. 3. P. 1101-1131.
9. *Palis J., Pugh C.* Fifty problems in dynamical systems. *Lecture Notes in Math.* 1975. V. 468. P. 345-353.

О надстройках над декартовыми произведениями грубых преобразований окружности

В.И. Шмуклер

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Нижний Новгород
E-mail: shmukler9797@mail.ru.*

В теории динамических систем весьма полезной является конструкция, позволяющая по данному диффеоморфизму f многообразия построить поток, называемый надстройкой над f , на многообразии с размерностью на единицу большей. С. Смейл показал в [1], что надстройки над сопряженными диффеоморфизмами топологически эквивалентны. Обратное утверждение не верно в общем случае, но, при некоторых предположениях, сопряженность диффеоморфизмов равносильна эквивалентности надстроек. Так, в работе [2] показано, что критерий работает в случае, когда диффеоморфизм задан на многообразии, чья фундаментальная группа не допускает эпиморфизм в группу \mathbb{Z} . Там же построены примеры не сопряженных диффеоморфизмов окружности, надстройки над которыми эквивалентны.

Напомним, что меняющий ориентацию диффеоморфизм $f_-: S^1 \rightarrow S^1$ однозначно (с точностью до топологической сопряженности) определяется парой параметров: $2q \in \mathbb{N}$ - число периодических орбит, $v \in \{-1, 0, 1\}$ - тип неподвижных точек, где $q + v$ - четное; а сохраняющий ориентацию диффеоморфизм $f_+: S^1 \rightarrow S^1$ - тройкой параметров: $2n \in \mathbb{N}$ - число периодических орбит, $k \in \mathbb{N}$ k - их период, $\frac{1}{k}$ - число вращения, где $l \in \{0, \dots, \frac{k-1}{2}\}$, $(l, k) = 1$.

В работе [3] рассмотрены надстройки над диффеоморфизмами окружностей и доказано, что полным инвариантом эквивалентности надстроек над сохраняющими ориентацию диффеоморфизмами является число периодических орбит, порождающих их диффеоморфизмов. Тогда, как из результата А.Г. Майера [4] известно, что для сопряженности самих диффеоморфизмов необходимым также является совпадение чисел вращения. В тоже время, надстройки над меняющими ориентацию диффеоморфизмами окружностей эквивалентны тогда и только тогда, когда топологически сопряжены соответствующие диффеоморфизмы окружностей.

В настоящей работе рассматривается класс G диффеоморфизмов двумерного тора \mathbb{T}^2 , являющихся декартовым произведением диффеоморфизмов окружностей. Тогда класс G можно представить как объединение подклассов $G = G_- \cup G_+ \cup G_+$, где G_- - класс диффеоморфизмов $f = f_- \times f_-: \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$, G_- - класс диффеоморфизмов $f = f_+ \times f_+: \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$, G_+ - класс диффеоморфизмов $f = f_- \times f_+: \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$, а также рассматривается множество $G^t = G_-^t \cup G_+^t \cup G_+^t$ надстроек f^t над диффеоморфизмами из классов G_-, G_+, G_+ соответственно.

Основным результатом настоящей работы является следующая теорема

- надстройки $f^t, f'^t \in G_-^t$ над диффеоморфизмами $f, f' \in G_-$ топологически эквивалентны тогда и только тогда, когда $q=q', v = v'$;
- надстройки $f^t, f'^t \in G_+^t$ над диффеоморфизмами $f, f' \in G_+$ топологически эквивалентны тогда и только тогда, когда $n_i = n'_i, i = 1, 2$ (с точностью до перенумерации компонент) и $\text{НОД}(k_1, k_2) = \text{НОД}(k'_1, k'_2)$;
- надстройки $f^t, f'^t \in G_{\mp}^t$ над диффеоморфизмами $f, f' \in G_{\mp}$ топологически эквивалентны тогда и только тогда, когда $q=q', v = v'$ и $k \equiv k' \pmod{2}$

Библиографический список

1. S. Smale: Stable manifolds for differential equations and diffeomorphisms, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa (3) 17 (1963), 97-116.
2. Ikegami G. On classification of dynamical systems with cross-sections. Osaka Journal of Mathematics. 1969 Jan;6(2):419-33.
3. Голикова И. В., Починка О. В. Надстройки над грубыми преобразованиями окружности // Огарёв-Online. 2020, № 13. С. 1--11.
4. Майер А. Г. Грубое преобразование окружности в окружность // Ученые записки ГГУ. - 1939. - 12. - С. 215--226.

Исследование пространства параметров потоковых систем с симметриями

А.А. Бобровский, Е.Ю. Каратецкая

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,

Нижний Новгород

E-mail: piqzo1999@mail.ru

Симметрия широко распространенное свойство различных природных объектов. Для динамических систем симметрия также представляет собой важное свойство, поскольку определяет поведение системы. Хорошо известно, что система может обладать пространственной симметрией и, соответственно, демонстрировать сосуществующие симметричные аттракторы. Также в системе может наблюдаться симметрия относительно времени, т.е. при смене знака времени, замена переменных $t \rightarrow -t$, система будет переходить сама в себя. Системы, обладающие таким свойством симметрии, позволяют анализировать не только аттракторы в системе, но и репеллеры. Поскольку притягивающие объекты в фазовом пространстве при интегрировании в обратном времени будут отвечать отталкивающим объектам при интегрировании в прямом времени. Пересечение хаотического аттрактора и репеллера в фазовом пространстве приводит к формированию особого типа хаотического поведения, так называемой смешанной динамике [1-4]. Таким образом, еще одним из интересов для исследования моделей с симметриями, в том числе относительно времени, представляет собой поиск моделей со смешанной динамикой. В работе [5] было представлено семейство моделей с различными типами симметрии. В рамках данной работы мы исследовали некоторые модели из [5], проанализировали их пространство параметров и изучили сценарии развития хаотического поведения в прямом и обратном времени.

В общем виде модель можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7z^2 + a_8xy + a_9xz + a_{10}yz, \\ \dot{y} &= a_{11} + a_{12}x + a_{13}y + a_{14}z + a_{15}x^2 + a_{16}y^2 + a_{17}z^2 + a_{18}xy + a_{19}xz + a_{20}yz, \\ \dot{z} &= a_{21} + a_{22}x + a_{23}y + a_{24}z + a_{25}x^2 + a_{26}y^2 + a_{27}z^2 + a_{28}xy + a_{29}xz + a_{30}yz,\end{aligned}\quad (1)$$

где коэффициенты a_i определяют тип симметрии, как относительно динамических переменных, так и относительно времени

Мы рассмотрели системы двух видов: когда выполняется условие симметрии для всех динамических переменных и времени $(x, y, z, t) \rightarrow (-x, -y, -z, -t)$; а также случай когда одна из переменных отвечает вращению системы, $(x, y, z, t) \rightarrow (x, -y, -z, -t)$.

Для записи системы первого вида необходимо сохранить слагаемые с четными степенями динамических переменных: 0, 2 и произведения:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a_1 + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7z^2 + a_8xy + a_9xz + a_{10}yz, \\ \dot{y} &= a_{11} + a_{15}x^2 + a_{16}y^2 + a_{17}z^2 + a_{18}xy + a_{19}xz + a_{20}yz, \\ \dot{z} &= a_{21} + a_{25}x^2 + a_{26}y^2 + a_{27}z^2 + a_{28}xy + a_{29}xz + a_{30}yz.\end{aligned}\quad (2)$$

Система (2) имеет 21 управляющий параметр, при этом часть из них будет одинаково менять систему. Для реалистичности анализа пространства

параметров мы сократили количество параметров до трех и записали модель в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= b - b_2 y^2 + b_0 yz, \\ \dot{y} &= -xz, \\ \dot{z} &= y^2 + ayz. \end{aligned} \quad (3)$$

Анализ динамики модели (3) проводился с помощью метода карт динамических режимов, карт показателей Ляпунова, а также строились бифуркационные диаграммы. На рис.1 представлены карты показателей Ляпунова модели (3) на различных плоскостях параметров.

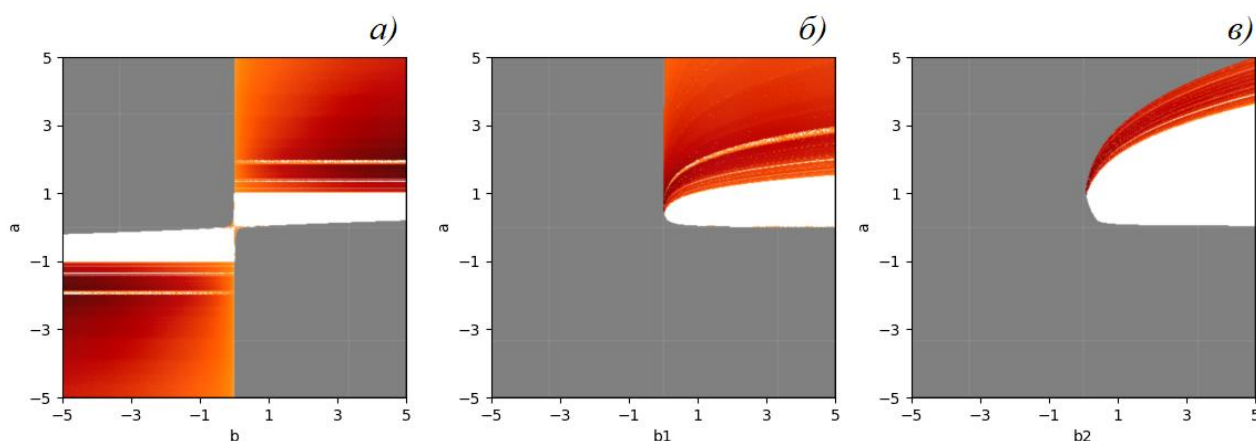


Рис.1. Карты показателей Ляпунова модели (3). а) $b_1 = 1, b_2 = 0$; б) $b = 1, b_2 = 0$; в) $b = 1, b_1 = 0$

На картах можно видеть развитие хаотического поведения через каскады бифуркаций удвоения периода.

В рамках доклада будут представлены результаты исследования системы как в прямом, так и обратном времени. Также будут представлены результаты анализа пространства параметров системы второго типа.

Работа выполнена в рамках проекта «Зеркальные лаборатории» Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики».

Библиографический список

1. Гонченко С.В., Тураев Д.В. // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. 2017. Т. 297. С.133.
2. Гонченко С.В. // Известия вузов. Радиофизика. Т. 63. № 9-10. С. 840.
3. Gonchenko A.S., Gonchenko S.V., Kazakov A.O., Turaev D.V. // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2017. Vol. 350. P. 45.
4. Kazakov A.O. // Chaos. 2020. Vol. 30. P. 011105.
5. Sprott J.C. // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2015. Vol. 25. No.5. P. 1550078.

Бифуркационные механизмы рождения колебательной активности в дискретной модели нейрона

А.А. Панюшев¹, Бондаренко И.А¹, О.М. Посненкова², Н.В. Станкевич¹

¹Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Нижний Новгород

²Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского, Саратов
E-mail: aapanushev@mail.ru

Модели одиночного нейрона, функционирующего в соответствии с формализмом Ходжкина-Хаксли, широко используются для различных задач математического моделирования [1]. Простейшая модель представляет собой динамическую систему в виде двумерного отображения. Колебательная активность в такой модели может быть представлена непериодическими колебаниями: квазипериодический режим, которому в фазовом пространстве отвечает замкнутая инвариантная кривая, или хаотический режим. В первом случае отдельный интересный вопрос представляет собой возможность реализации периодических пачечных колебаний, которой в фазовом пространстве будет отвечать аттрактор в виде инвариантной кривой сложной формы. В рамках данной работы мы исследуем особенности рождения и разрушения инвариантной кривой в дискретной модели нейрона, их бифуркационные механизмы, а также бифуркации ко-размерности 2.

В качестве объекта исследования мы будем рассматривать известное двумерное отображение Киалво [2]:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n^2 \exp(y_n - x_n) + I, \\y_{n+1} &= ay_n - bx_n + c,\end{aligned}\tag{1}$$

где переменная x описывает поведение мембранного потенциала, y – восстанавливающая переменная; a, b, c, I параметры модели. Отображение (1) в зависимости от параметров может иметь одну, две или три неподвижных точки. Уравнение для определения координат является трансцендентным и не может быть решено аналитически. При этом, составив систему из условий неподвижности точки и одной из бифуркаций в ней, и решив её с учетом области определения и многолистности, можно получить аналитические выражения для бифуркационных линий в пространстве параметров, а также координаты пересечения различных бифуркационных линий, т.е. точки ко-размерности 2.

Зафиксируем параметры a и b и рассмотрим двухпараметрическую бифуркационную диаграмму на плоскости параметров (c, I) , которая представлена на рис.1. Красными линиями отмечена линия бифуркации Неймарка-Сакера, зелеными линиями – линии седло-узловой бифуркации, отвечающие рождению пары новых состояний равновесия. На рис.1б и 1в представлены увеличенные фрагменты в окрестности точек ко-размерности 2. В модели присутствуют все возможные для дискретной двумерной динамической системы виды бифуркаций ко-размерности 2: резонанс 1:1, резонанс 1:2 и fold-flip (рис.2г). Точки ко-размерности 2 определяют типы бифуркаций, а также могут определять области бистабильности.

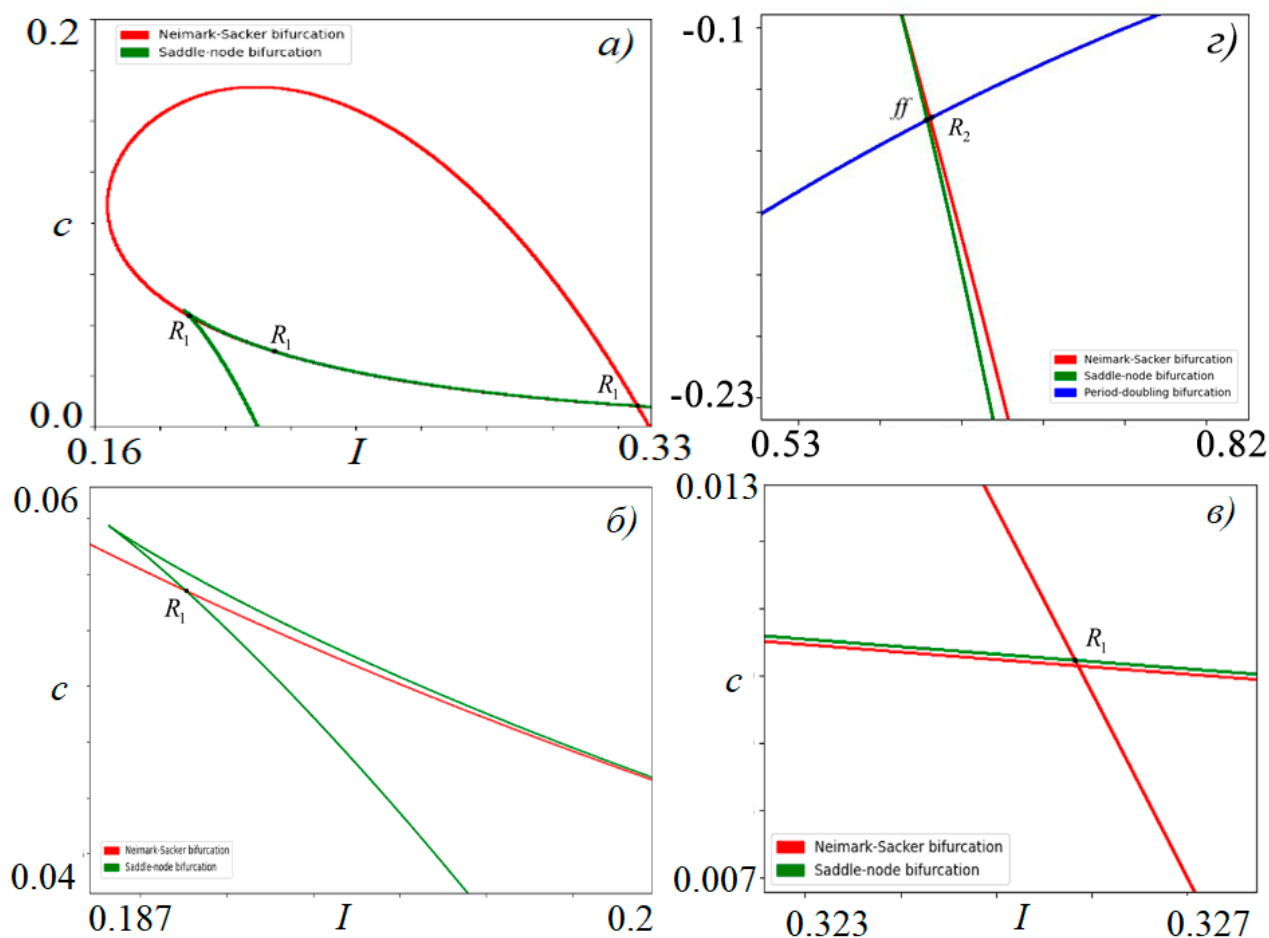


Рис.1. Двухпараметрические бифуркационные диаграммы отображения Киалво (1), $a=0.9$, $b=0.2$. R_1 – резонанс 1:1, R_2 – резонанс 1:2, ff – бифуркация «fold-flip».

Рождение инвариантной кривой может происходить по-разному. Так, суперкритическая бифуркация Неймарка-Сакера отвечает мягкому рождению инвариантной кривой. Субкритическая бифуркация Неймарка-Сакера может давать жесткое рождение инвариантной кривой и сопровождаться бистабильностью. На рис.2 представлены иллюстрации мягкой (рис.2а-2в) и жесткой (рис.2г-2з) бифуркаций Неймарка-Сакера в отображении Киалво.

Для больших значений параметра I в отображении (1) имеет место единственная неподвижная точка, которая с увеличением параметра c претерпевает суперкритическую бифуркацию Неймарка-Сакера: точка становится неустойчивой и рождается гладкая инвариантная кривая, размер которой постепенно нарастает с увеличением параметра. С дальнейшим увеличением параметра имеет место обратная бифуркация Неймарка-Сакера, отвечающая суперкритической при смене направления варьирования параметра.

При приближении на плоскости параметров (c, I) к точкам коразмерности 2, линиям седло-узловых бифуркаций характер бифуркации Неймарка-Сакера изменяется. На рис. 2б наблюдается жесткий переход от устойчивой неподвижной точки к инвариантной кривой большого радиуса. На рис. 2в

представлен фрагмент бифуркационных деревьев, построенных с наследованием начальных условия и разным направлением сканирования интервала параметра. На рис. 2в прямоугольником выделена область бистабильности между устойчивой неподвижной точкой и инвариантной кривой.

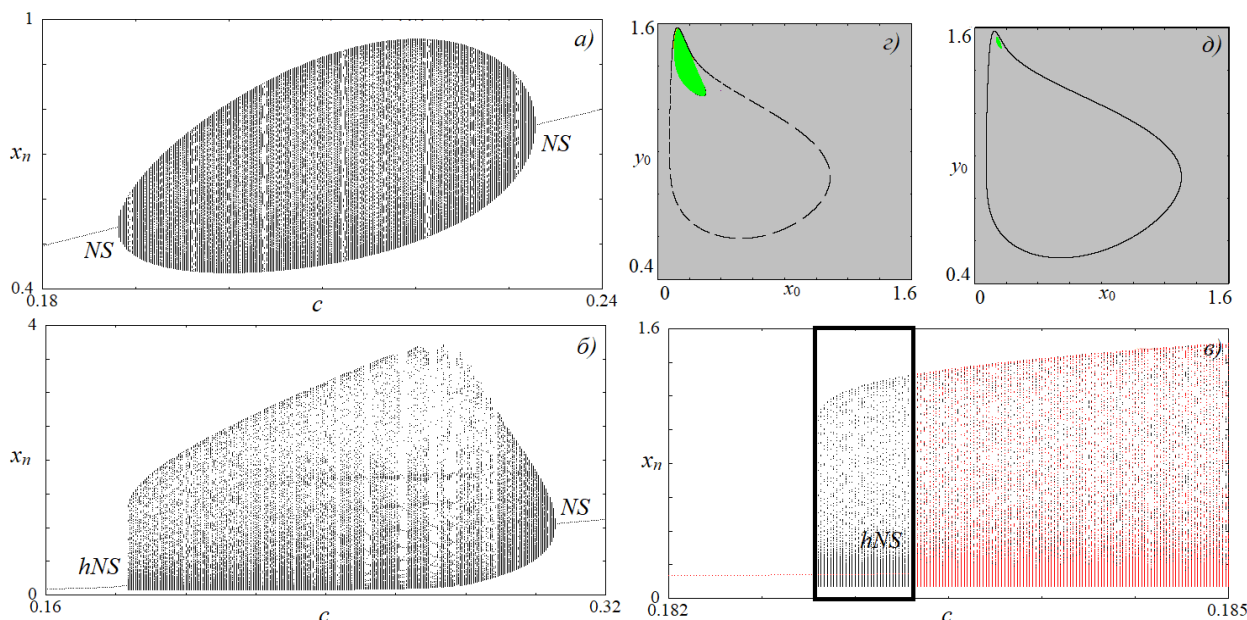


Рис.2. Бифуркационные деревья отображения Киалво (1), $a=0.9$, $b=0.2$; а) $I=0.16$; б), в) $I=0.06$. Бассейны притяжения сосуществующих аттракторов, $I=0.06$, з) $c=0.1828$, д) $c=0.1832$

На рис. 2г и 2д представлены бассейны притяжения сосуществующих аттракторов. Хорошо видно, что бассейн притяжения в окрестности точки бифуркации Неймарка-Сакера мал и увеличивается при приближении к области разрушения инвариантной кривой. Данные особенности характерны для субкритической бифуркации Неймарка-Сакера.

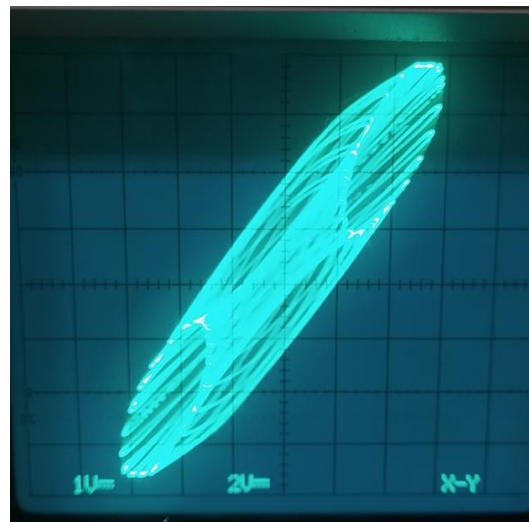
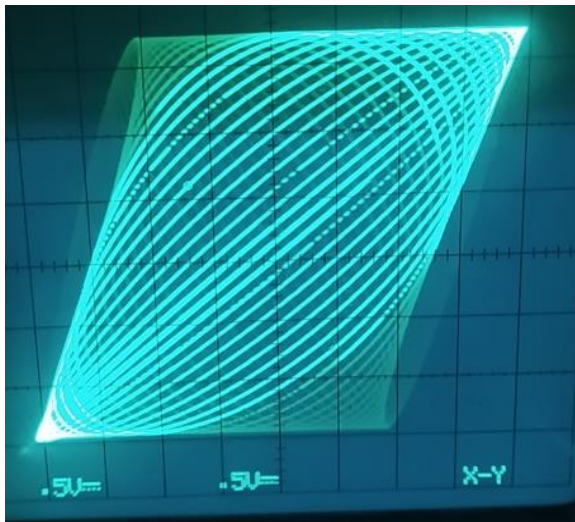
В области с тремя неподвижными точками, появившимися вследствие бифуркации седло-узел, динамика меняется. В области, ограниченной точками резонанса 1:1 и бифуркационными линиями инвариантная кривая отсутствует в фазовом пространстве даже после потери фокусом устойчивости и рождается в момент исчезновения слившегося с седлом второго, изначально неустойчивого фокуса.

Библиографический список

1. *Izhikevich E.M.* Dynamical systems in neuroscience. MIT press; 2007. 147 p.
2. *Chialvo D.R.* // Chaos, Solitons Fractals. 1995. V. 5. №. 3-4. P. 461.
3. *Shilnikov AL, Rulkov NF.* // Phys Lett A. 2004. V. 328. №. 2-3. 177 p.
4. *Wang F, Cao H.* // Comm. in Nonl. Sci. and Num. Sim. 2018. V. 56. P. 481.
5. *Yang Y, et al.* // International Symposium on Neural Networks. 2020. p. 61.
6. *Bashkirtseva I, Ryashko L, Seoane JM, Sanjuán MA.* // Comm. in Nonl. Sci. and Num. Sim.. 2023. V. 116. №. 6.

Секция 3

«Радиофизическое моделирование»



**Нелинейный анализ и синтез систем фазовой автоподстройки частоты:
задачи М.В. Капранова, А. Витерби, Ф. Гарднера, У. Игана
Н.В. Кузнецов**

Санкт-Петербургский государственный университет,
Институт проблем машиноведения РАН,
Санкт-Петербург

E-mail: nkuznetsov239@mail.ru

Схемы фазовой автоподстройки (ФАПЧ, phase-locked loops) являются нелинейными системами автоматического регулирования, реализующими принцип синхронизации ведущий-ведомый для фаз периодических сигналов [1]. В настоящее время схемы ФАПЧ получили широкое распространение в телекоммуникациях, компьютерных архитектурах, глобальных системах спутниковой навигации и других приложениях.

Соответствующие математические модели классических аналоговых ФАПЧ описываются нелинейными системами обыкновенных дифференциальных уравнений, и их глобальный анализ является сложной задачей. С точки зрения теории управления, динамика классических систем ФАПЧ может быть описана системой управления с отрицательной обратной связью на Рис.1.

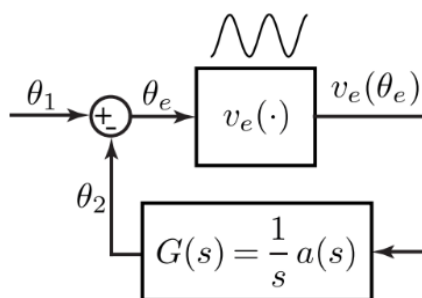


Рис. 1 Модель ФАПЧ [2].

Для применения классических методов теории управления существенными особенностями систем ФАПЧ являются периодичность нелинейности (характеристики фазового детектора) и нулевой полюс, как минимум один, передаточной функции $G(s)$ линейной части системы. В зависимости от типа и порядка фильтра, получаются различные модели систем управления фазовой автоподстройкой, требующие применения различных методов нелинейного анализа.

Необходимость нелинейного анализа связана с задачами известных инженеров М.В. Капранова, А. Витерби, У. Игана и Ф. Гарднера об определении и связи диапазонов удержания, захвата и быстрого захвата, гарантирующих синхронизацию системы с определёнными свойствами [3-6]. Возможности аналитических методов для решения этих проблем показаны, например, в работах [7-12].

При этом основные трудности точного определения диапазонов захвата и быстрого захвата связаны с необходимостью выявления скрытых участков

границы глобальной устойчивости в пространстве параметров и анализа нелокального рождения скрытых аттракторов в фазовом пространстве [2, 12-14].

Работа выполнена при поддержке программы Ведущие научные школы Российской Федерации (НШ-4196.2022.1.1)

Библиографический список

1. В.В. Шахгильдян, А.А. Ляховкин, Системы фазовой автоподстройки частоты. Москва: Связь, 1972
2. Н.В. Кузнецов, Теория скрытых колебаний и устойчивость систем управления, Известия РАН. Теория и Системы управления, №5, 2020, 5-27 (<https://shorturl.at/dhnJR>)
3. М.В. Капранов, Полоса захвата при фазовой автоподстройке частоты, Радиотехника, 11(12), 1956, 37–52
4. A. Viterbi, Principles of Coherent Communications. New York: McGraw-Hill, 1966
5. F. Gardner, Phaselock Techniques, New York: John Wiley & Sons, 2005
6. W. Egan, Phase-Lock Basics, New York: John Wiley & Sons, 2007
7. G. Leonov, N. Kuznetsov, M. Yuldashev, R. Yuldashev, Hold-in, pull-in, and lock-in ranges of PLL circuits: rigorous mathematical definitions and limitations of classical theory, IEEE Transactions on Circuits and Systems–I: Regular Papers, 62(10), 2015, 2454–2464
8. N.V. Kuznetsov, M.Y. Lobachev, M.V. Yuldashev, R.V. Yuldashev, M.S. Tavazoei, The Gardner problem on the lock-in range of second-order type 2 phase-locked loops, IEEE Transactions on Automatic Control, 2023, <https://dx.doi.org/10.1109/TAC.2023.3277896>
9. Н.В. Кузнецов, М.Ю. Лобачев, М.В. Юлдашев, Р.В. Юлдашев, О проблеме Гарднера для систем управления фазовой автоподстройкой частоты. Доклады Академии наук, 489(6), 2019, 541–544
10. N. Kuznetsov, M. Lobachev, M. Yuldashev, R. Yuldashev, The Egan problem on the pull-in range of type 2 PLLs, IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 68(4), 2021, 1467–1471
11. Н.В. Кузнецов, М.Ю. Лобачев, М.В. Юлдашев, Р.В. Юлдашев, С.И. Вольский, Д.А. Сорокин, Об обобщенной задаче Гарднера для систем фазовой автоподстройки в электрических сетях. Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления, 498(1), 2021, 71–75
12. Н.В. Кузнецов, М.Ю. Лобачев, Т.Н. Мокаев, Скрытая граница глобальной устойчивости в контрпримере к гипотезе Капранова о полосе захвата, Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления, 512, 2023, 69-77
13. R. Best, N. Kuznetsov, G. Leonov, M. Yuldashev, and R. Yuldashev, Tutorial on dynamic analysis of the Costas loop, IFAC Annual Reviews in Control, 42, 2016, 27–49
14. Н.В. Кузнецов, Приглашенный доклад “Границы глобальной устойчивости и скрытые аттракторы в системах фазовой автоподстройки частоты”, Нелинейные дни в Саратове для молодых - 2023, 2023, <https://www.youtube.com/watch?v=-qILM2ccFs>

Аналоговые и цифровые устройства в экспериментальной практике**В.И. Пономаренко^{1,2}**

¹*Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
Саратов, Россия*

²*Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия
E-mail: ponomarenkovi@gmail.com.*

Курс лекций посвящен практике применения аналоговых и цифровых устройств при проведении радиофизического эксперимента и радиофизического моделирования и в основном отражает личный опыт автора. Несмотря на потрясающе быстрое развитие компьютерных технологий и возможность проведения расчетов все более возрастающей сложности, роль реального эксперимента также остается весьма высокой, а зачастую и решающей, поскольку позволяет придать интересному эффекту, полученному в численном эксперименте, статус реально существующего. В целом ряде случаев радиофизический эксперимент позволяет по-новому взглянуть на исследуемую систему и в том числе спланировать дальнейшие численные исследования.

Курс условно разбит на три части. Первая часть «Аналоговая электроника в радиофизическом эксперименте» посвящена рассмотрению базовых концепций [1], используемых для моделирования различных колебательных систем. Представлены основные пассивные элементы, используемые в схемотехнике, рассмотрены концепции активных элементов. Представлены модели идеального и неидеального операционного усилителя, а также различные полезные схемы на его основе. Рассмотрен способ реализации отрицательного сопротивления на основе операционного усилителя и его использование в автоколебательных системах, в том числе в системах с динамическим хаосом. Рассмотрены также принципы построения схем, предназначенных для контроля начальных условий [2].

Во второй части «Принципы аналогового моделирования и реализация колебательных систем» рассмотрен основной принцип аналогового моделирования [3, 4], представлен ряд простых колебательных систем, которые могут быть хорошо реализованы с использованием принципов аналогового моделирования [5]. Обсуждается масштабирование дифференциальных уравнений по времени для получения сигналов в разумном частотном диапазоне. Обсуждается моделирование мемристорных цепей и использование гираторов для реализации индуктивностей высокого качества.

В третьей части «Моделирование кольцевых систем с запаздыванием и дискретных отображений» обсуждаются способы реализации систем с запаздыванием с использованием аналоговых и цифровых технологий, проводится их сравнение.

Рассмотрена возможность изготовления модели кольцевой системы с задержкой [6]. Радиотехническая система, отвечающая этому уравнению, представляется в виде замкнутых в кольцо линии задержки, нелинейного элемента и фильтра. Поскольку в такой системе 3 элемента, и каждый можно

реализовать аналоговым и цифровым способом, то возможно 8 вариантов реализации схем моделирования системы с задержкой. Эти варианты представлены на рис.1, а-з.

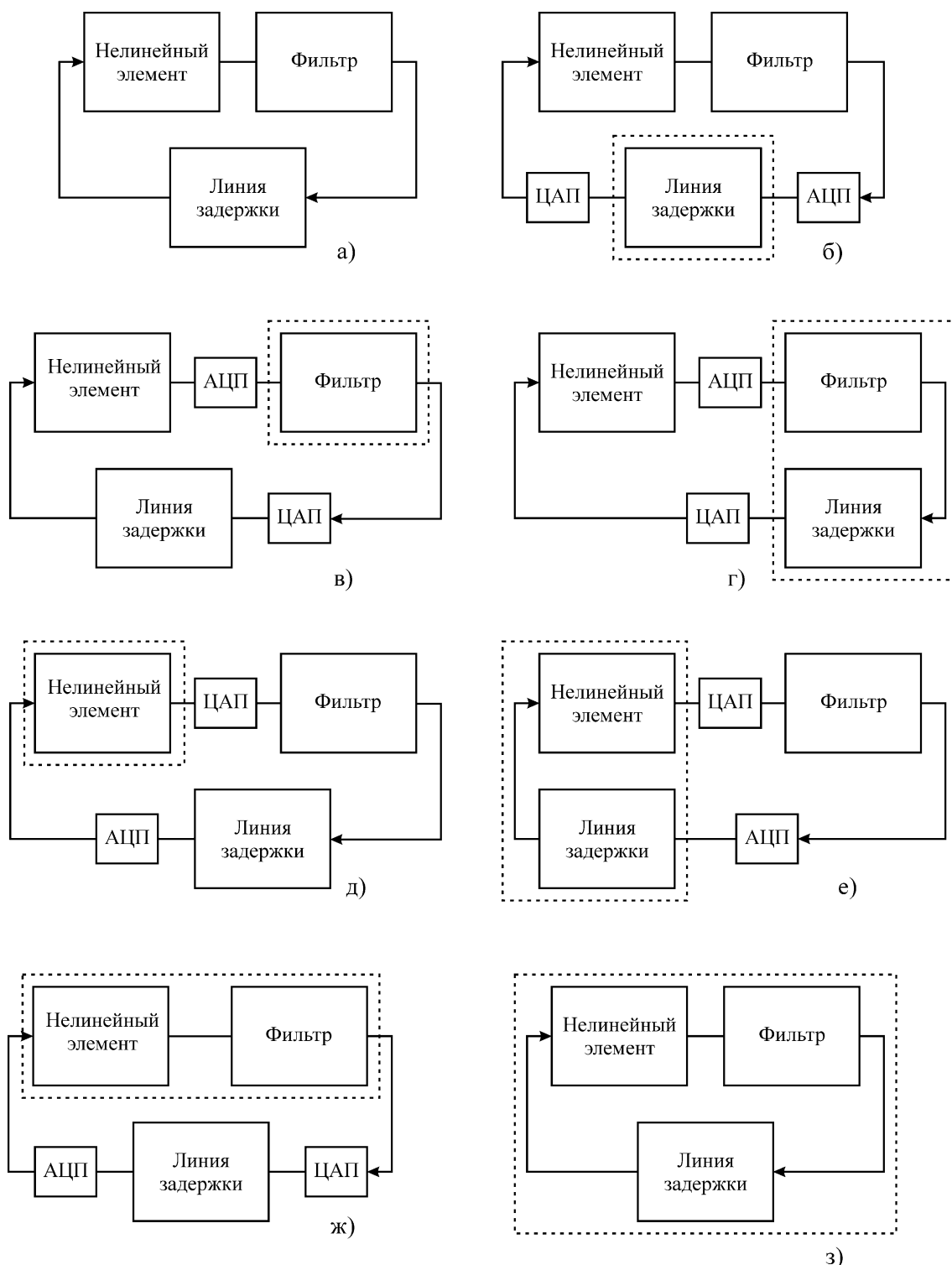


Рис.1. Варианты генератора с задержкой. Штриховой линией обведены цифровые узлы.

Реальные устройства, содержащие аналоговую линию задержки, весьма распространены. При моделировании в качестве задержки используют эффекты, связанные с распространением волн в открытом пространстве, внутри волновода или коаксиального кабеля. Используют механические (как это

сделано в кинематической схеме магнитофона) или аналоговые электронные устройства. Однако качественную линию задержки изготовить достаточно сложно, поскольку на ее характеристики влияет большое количество мешающих факторов. К ним относятся отражения от краев, наличие распределенной нелинейности, инерционные свойства. Наличие этих недостатков не дает возможности построить «идеальную» линию задержки аналоговыми способами. Схемы, содержащие аналоговую линию задержки, представлены рис.1 а, в, д, ж.

В некоторых случаях применение аналоговой линии задержки может быть оправдано, но для подробного исследования «чистой» модели лучше воспользоваться схемами с цифровой линией задержки. Схемы на рис.1 б, г, е, з содержат цифровую линию задержки. Обсуждаются достоинства и недостатки схем на рис.1 б, г, е.

Представлены блок–схема лабораторной установки и принципиальная схема экспериментальной модели одномерного дискретного отображения. Обсуждаются вопросы реализации многомерных и комплексных дискретных отображений. Представлена схмотехническая реализация системы, описываемой комплексным квадратичным отображением [7].

Библиографический список

1. *Tutце У., Шенк К.* Полупроводниковая схмотехника: в 2-х т.: пер. с нем. – Т. 1, 2. М.: Додэка-XXI, 2008.
2. *Kuznetsov N., Mokaev T., Ponomarenko V. Seleznev E., Stankevich N., Chua L.* // *Nonlinear Dynamics*. 2023. V. 111. P. 5859–5887.
3. *Кириллов В.В., Мусеев В.С.* Аналоговое моделирование динамических систем. Л., Машиностроение (Ленингр. отд-ние), 288 с.
4. *Itoh M.* // *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2001. Vol. 11. No. 3. P. 605-653.
5. *Kulminskiy D.D., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D., Hramov A.E.* // *Nonlinear Dynamics*. 2019. V. 98. P. 735–748.
6. *Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Каменский В.Ю., Пономаренко В.И.* // *Письма в ЖТФ*. 1988. Т.14, вып.11. С.1014-1019
7. *Isaeva O.B., Kuznetsov S.P., Ponomarenko V.I.* // *Physical Review E*. 2001. Vol.64. 055201(R).

Вынужденная синхронизация релейных систем с гистерезисом

Ж.Т. Жусубалиев^{1,2}, У.А. Сопуев²

¹Юго-Западный государственный университет, Международная научная лаборатория динамики негладких систем, Курск

E-mail: zhanybai@gmail.com.

²Ошский государственный университет, Ош, Киргизия

E-mail: ulansopuev@mail.ru.

В работе изучается необычная форма вынужденной синхронизации релейных автоматических систем внешним периодическим возбуждением [1], которая проявляется в возникновении периодических колебаний, близких к «пачечной» ритмической активности нейронов, когда пакеты быстрых колебаний перемежаются с интервалами «молчания»[2,3]. Интервалам «молчания» отвечают фазы колебаний низкочастотной вынуждающей силы, которые прерываются пачками быстрых переключений релейного элемента.

Для изучения явления мы вводим отображение первого возвращения [4,5]

$$\theta \rightarrow F(\theta) \bmod 2\pi, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad \theta, F \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

К отображению вида (1) приводят многие задачи механики, теории управления, физики, биологии и медицины. Сюда относятся, например, математические модели для изучения атриовентрикулярной блокады Венкебаха в кардиологии [6-8], биологических механизмов регуляции сна и бодрствования[9,10]. В [5] показано, что при принятых идеализациях к (1) можно свести математическую модель вибрационной машины с дебалансным возбуждением колебаний и релейным управлением.

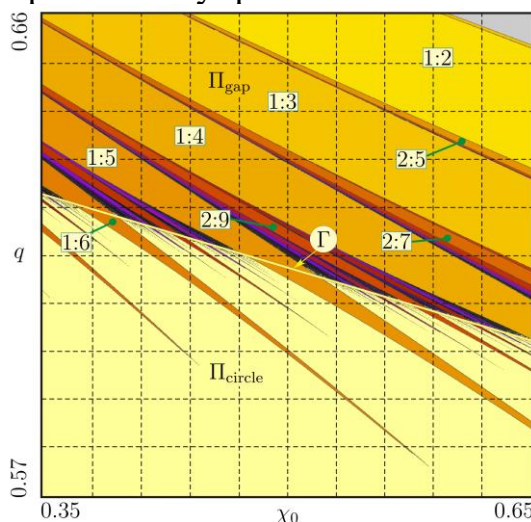


Рис.1. Бифуркационная структура на плоскости параметров (χ_0, q) . На диаграмме показаны области синхронизации (резонансные языки или языка Арнольда с числами вращения) относительно «большой площади». Здесь q –задающий сигнал, χ_0 – гистерезис релейного элемента [5].

В зависимости от параметров, отображение (1) является диффеоморфизмом на окружности или разрывным. Получено аналитически

уравнение для границ разрыва (многообразий переключения) и границ инвариантной поглощающей области в фазовом пространстве.

Определена граница Γ , разделяющая пространство параметров на области существования разрывного отображения Π_{gap} и диффеоморфизма на окружности Π_{circle} (рис.1). В обоих случаях отображение демонстрирует так называемую бифуркационную структуру добавления периода («period-adding») (рис.1).

Выявлено, что в области параметров, где отображение разрывное, число пачек на периоде периодического движения определяется числом вращения, а длина интервалов между пачками – границами поглощающей области (см. рис. 1-2).

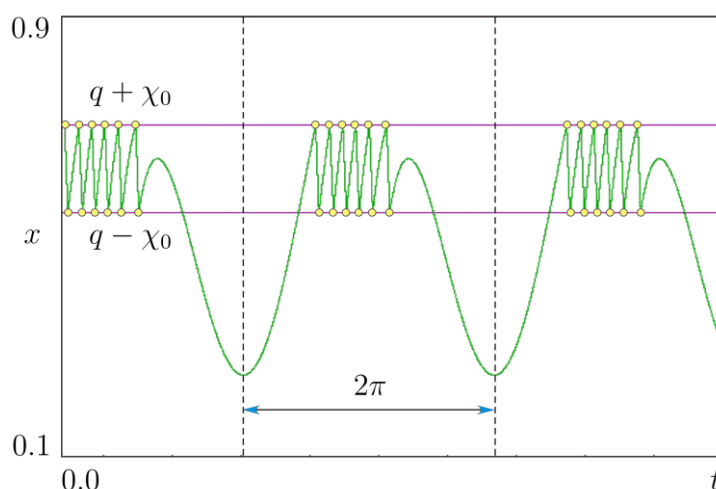


Рис.2. Пример «пачечной» динамики в языках резонанса. Здесь x – выход релейной системы [1], t – безразмерное время

Изменение числа импульсов в пачке происходит через бифуркацию граничного столкновения («border collision» [11]).

Работа Жусубалиева Ж.Т. поддержана Минобрнауки РФ в рамках «Программы стратегического академического лидерства Приоритет-2030», проекты № 1.71.23П, № 1.7.21/S-2. Сопуев У.А. поддержан грантом № 14-22 Омского государственного университета.

Библиографический список

1. *Tsytkin Ya. Z.* Relay control systems. UK: Cambridge, University Press, 1984. 530 p.
2. *Shilnikov A.L., Rulkov N.F.* //Physics Letters A. 2004. V. 328, № 2-3. P. 177 – 184.
3. *Courbage M., Nekorkin V.I., Vdovin L.V.* //Chaos. 2007. V. 17. №. 4. P. 043109.
4. *Zhusubaliyev Zh.T., Avrutin V., Kucherov A.S., Haroun R., El Aroudi A.* // Physica D. 2023. № 444. P. 133600.
5. *Zhusubaliyev Zh.T., Avrutin V., Rubanov V.G., Bushuev D.A.*//Physica D. 2021. № 420. P. 32870
6. *Arnold V.I.* // Chaos. 1991. V. 1. № 1. P. 20 – 24.
7. *Glass L.*// Chaos. 1991. V. 1. № 1. P. 13 – 19.
8. *Keener J.P.* // J. Math. Biol. 1981. № 12. P. 215–225.
9. *Bailey M.P., Derks G., Skeldon A.C.* // European J. Appl. Math. 2018. № 29 P. 845 – 868.
10. *Sayli M., Skeldon A.C., Thul R., Nicks R., Coombes S.*// Physica D. 2023. № 444. P. 133595.
11. *Nusse H. E., Yorke J. A.*// Physica D. 1992. V. 57. P. 39 – 57.

Математическое описание фазовых превращений в тонких пленках халькогенидных материалов под действием лазерного излучения
А.А. Бурцев, А.А. Невзоров, В.А. Михалевский, В.В. Ионин, А.В. Киселев, Н.Н. Елисеев, А.А. Лотин

*Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, Шатура, Московская область
E-mail: murrkiss2009@yandex.ru.*

Халькогенидные соединения IV-VI групп периодической таблицы являются уникальными материалами, поскольку их физические свойства существенно различаются для двух стабильных фазовых состояний — кристаллического и аморфного [1]. Для большинства приложений идеальный фазоизменяемый материал (ФИМ) должен обеспечивать переключение фаз с высокой скоростью и низким энергопотреблением, большое количество циклов переключения, долгосрочную термическую стабильность аморфной фазы и большой оптический / электрический контраст между двумя фазами. Одним из наиболее известных и первым нашедшим применение фазоизменяемых материалов является бинарное соединение теллурид германия (GeTe). С середины прошлого века GeTe исследуется с фундаментальной и технологической точек зрения. Более оптимальный с точки зрения скорости переключения и стабильности фазовых состояний сплав Ge-Sb-Te (GST225) нашел широкое применение в устройствах оптической и электронной памяти, оптических фильтрах и поглотителях, а также нейроморфных устройствах [2-3].

Многочисленные применения ФИМ основаны на обратимом фазовом превращении халькогенидного сплава между аморфным и поликристаллическим состояниями [2]. Таким образом, необходимо иметь полное представление о процессах фазового превращения, которые делают эти материалы столь интересными для оптических и электронных приложений. Это позволит осуществить точное управление фазовым состоянием активных ячеек ФИМ и, как следствие, их свойствами. Для отладки и оптимизации устройств на основе ФИМ необходимо иметь достоверную модель, описывающую влияние оптического воздействия на состояние и динамику свойств таких устройств. Для эффективного описания модель должна учитывать параметры воздействия — энергию и длительность лазерного импульса, оптические свойства материала, распределение энергии по поверхности и в глубине материала и кинетические особенности материала — преобладание зародышеобразования или роста кристаллитов, равномерность их распределения по размерам и по объему материала, гомогенность и гетерогенность процесса кристаллизации, зависимость кинетических свойств от температуры.

В качестве примера простой качественной модели можно привести анализ прогрева материала на основе уравнения теплопроводности. Для оценки кинетики фазовых переходов на протяжении многих лет применялся формализм на основе теории Джонсона-Мела-Аврами-Колмогорова (ЖМАК) [4]. К сожалению, многие из предположений, на которых основан формализм

ЖМАК, нарушаются в реальных устройствах на основе ФИМ [5]. Модели на основе клеточных автоматов и двух-температурные подходы, учитывающие взаимодействие электронов с атомами решетки при ультракоротких импульсах, часто опираются на косвенные данные и трудно однозначно верифицируются в экспериментах [5-6].

В работе приводится модель на основе термокинетического подхода с корректирующими параметрами, которые будут выбираться исходя из полученных экспериментальных данных [7]. Фазовые трансформации анализируются на основе данных просвечивающей электронной микроскопии образцов тонких пленок GST, облученных лазерными импульсами нано- и фемтосекундной длительности с разной плотностью энергии. Разработанная модель основана на рассмотрении небольшого участка пленки в приближение, что динамика кристаллизации на каждом участке пленки одинакова. Такой подход позволяет построить дискретную модель фазовых превращений в материале. Термокинетическая теория разделяет и рассматривает независимо процессы нуклеации и роста кристалла. Предлагаемая модель должна хорошо описывать как процесс кристаллизации, так и процесс реаморфизации, однако она содержит некоторые случайные факторы (случайное расположение кристаллита в слое при нуклеации), влияние которых, однако можно исключить простым усреднением результатов. Кроме того, динамика доли кристаллической фазы, построенная по разработанной модели, сразу учитывает и перекрываемость кристаллических областей в процессе роста и разрастание кристалла по всем слоям пленки.

Показано, что с ростом плотности энергии после воздействия двух одинаковых импульсов в пленке образуется относительно монолитный кристаллический слой. Степень его кристалличности и его ширина прямо пропорциональны энергии импульса. При этом чем выше энергия, тем глубже залегает кристаллический слой, верхний участок пленки успевает реаморфизоваться [8]. После одиночных импульсов малой энергии говорить о детерминированной структуре материала сложно, поскольку кристаллической фазы образуется относительно мало и на практике такая структура очень хаотична. Это связано с кинетическими свойствами материала, в частности, с преобладанием нуклеации над ростом кристаллитов при быстрых фазовых переходах [9].

Библиографический список

1. Wuttig M., Yamada N. // Nature materials. 2007. V. 6. №. 11. P. 824-832.
2. Guo P., Sarangan A. M., Agha I. // Applied sciences. 2019. V. 9. №. 3. P. 530.
3. Zhang W., et al. // Nature Reviews Materials. 2019. V. 4. №. 3. P. 150-168.
4. Senkader S., Wright C.D. // Journal of Applied Physics. 2004. V. 95. №. 2. P. 504-511.
5. Ashwin P., et al. // Journal of Applied Physics. 2008. V. 104. P. 084901.
6. Kunkel T. et al. // Materials Science in Semiconductor Processing. 2022. V. 139. P. 106350.
7. Nevzorov A. A. et al. // Applied Physics Letters. 2023. V. 122. P. 191106.
8. Raoux S. et al. // MRS bulletin. 2014. V. 39. №. 8. P. 703-710.
9. Liang G. et al. // Physica B: Condensed Matter. 2013. V. 424. P. 1-7.

Нейросетевая модель, идентифицирующая синхронные временные ряды связанных отображений

И.Д. Несмелов^{1,2}, П.В. Купцов^{1,2}

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова
Российской академии наук, Саратов

²Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов
E-mail: sneeds@mail.ru.

В настоящей работе мы исследуем использование нейронных сетей для идентификации синхронных режимов систем с дискретным временем на примере связанных отображений Эно [1], Икеды [2] и логистических отображений [3]. Система связанных отображений Эно задается следующим образом:

$$\begin{aligned}x_n(t+1) &= \alpha - [x_n(t) + \varepsilon h_n(t)]^2 + y_n(t), \\y_n(t+1) &= \beta x_n(t),\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь α , β — параметры, управляющие локальной динамикой, ε — сила связи, N — количество связанных отображений, $t = 0, 1, 2, \dots$ — дискретное время. За связь между подсистемами отвечает $h_n(t)$, который задается формулой (2):

$$\begin{aligned}h_n(t) &= \sum_{j=1}^N \frac{a_{nj}}{k_n} x_j(t) - x_n(t), \\k_n &= \sum_{j=1}^N a_{nj}\end{aligned}\quad (2)$$

Конфигурацию связей описывают коэффициенты матрицы связности a_{nj} . Во всех рассматриваемых случаях мы будем задавать связи в форме звезды: имеется центральный узел связанный с узлами-лучами, лучи не имеют прямой связи друг с другом. Для звезды с тремя лучами, т. е. при $N = 4$, матрицы связности имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\quad (3)$$

Система связанных отображений Икеды имеет вид:

$$z_n(t+1) = \alpha + \beta W_T(z_n(t)) + \varepsilon \left(\sum_{j=1}^N \frac{a_{nj}}{k_n} W_T(z_j(t)) - W_T(z_n(t)) \right),\quad (4)$$

$$W_T(z) = z \exp(i |z|^2 + \phi)$$

Здесь z — комплекснозначная динамическая переменная, α , β и ϕ — управляющие параметры. Наконец, систему логистических отображений зададим следующим образом:

$$x_n(t+1) = 1 - \lambda x_n(t)^2 - \varepsilon h_n(t),\quad (5)$$

где λ — управляющий параметр, а $h_n(t)$ вычисляется по формуле (2).

Для верификации результатов мы будем применять метод фазовых расстояний, разработанный для систем с дискретным временем [5]. Пусть имеются два связанных осциллятора с дискретным временем. Обозначим их через m и n . Вычислим последовательности их состояний на одном и том же интервале времени. Под синхронизацией мы будем понимать точное совпадение положений минимумов на этих двух последовательностях независимо от глубины минимумов. Числовой критерий, характеризующий степень совпадения минимумов, называется фазовым расстоянием [1, 2]. Также нужно учесть синхронизацию со сдвигом по фазе S , а также в противофазе I , где S — количество шагов сдвига одной последовательности относительно другой, $I \in \{0, 1\}$ — отсутствие или наличие инверсии. Вычислим фазовое расстояние по следующей формуле:

$$d_{m,n}(S, I) = \begin{cases} 1 - v_{m,n} / \max\{v_m, v_n\} & \text{если } \max\{v_m, v_n\} > 0, \\ \infty & \text{если } \max\{v_m, v_n\} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

где $v_{m,n}$ — количество минимумов.

Построенная нейронная сеть имеет архитектуру ансамбля сетей, которая называется также «машинная ассоциация», рис. 1. Обучение происходит на заранее подготовленном наборе данных, представляющим из себя сгенерированные пары последовательностей. Для каждого из рассматриваемых вариантов синхронизации — полная, со сдвигом, с инверсией, строится отдельная сеть-эксперт. Эксперты включают в себя сверточные и рекуррентные слои [4] и схематически показаны на рис. 1. Входные данные предъявляются параллельно каждому эксперту, а их ответы затем ассемблируются при помощи нескольких дополнительных слоев, выполняющих функцию арбитра.

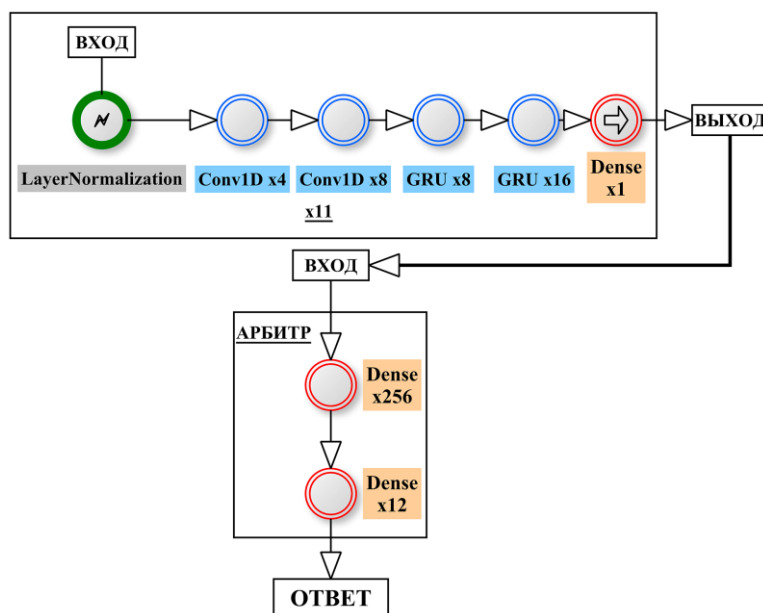


Рис.1. Архитектура нейросети в виде машинной ассоциации.

На рис. 2 приведены результаты проверки синхронизации при помощи нейронной сети и по методу фазовых расстояний для отображений Икеды. Мы объединили значения сдвига и инверсии от нашей нейросетевой модели и метода фазового расстояния по формуле $R = S + 0.25 - 0.5I$, чтобы у нас получилась одна кривая на каждый метод. Также значения ответов фазового расстояния мы увеличили на 0.3, для того чтобы графики не накладывались друг на друга. Значения ответов разработанной нейросетевой модели полностью соответствуют значениям метода фазового расстояния, что говорит о корректной работе нейросети.

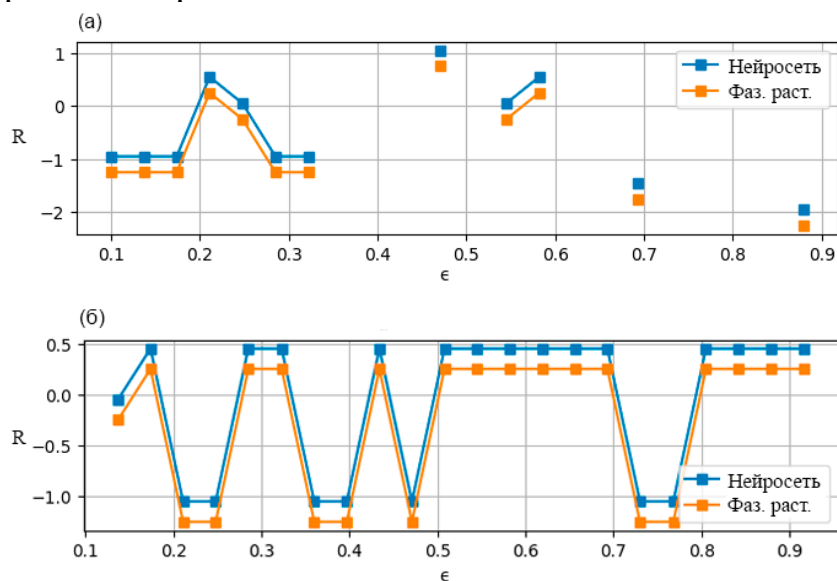


Рис.2. Результаты проверки синхронизации при помощи нейронной сети и по методу фазовых расстояний для отображений Икеды, (а) — не консервативный случай, (б) — консервативный случай.

Созданная нейронная сеть была также протестирована на примере связанных отображений Эно и логистических отображениях. Во всех случаях она показала высокую точность работы.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда №21-12-00121

Библиографический список

1. Kuptsov P. V., Kuptsova A. V. Variety of regimes of starlike networks of Henon maps // Physical Review E. 2015. V. 92, 042912 p.
2. Купцов П. В., Купцова А. В. Физически мотивированные модели динамических сетей на основе отображений Икеды // Вестник СГТУ. 2015. Т. 81, № 4, С. 35-41.
3. Кузнецов С.П. Динамический хаос. Москва : Физмалитт, 2001. 296 с.
4. Amritkar R.E., Jalan Sarika. Self-Organized and Driven Phase Synchronization in Coupled Maps // Physical Review Letters. 2003. V. 90, 014101 p.
5. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальный нелинейный эффект // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика, 2003. Т. 11, № 3, С. 195-201.

Многомерный хаос в неавтономных моделях радиофизических генераторов

А.К. Килина, Н.В. Станкевич

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Нижний Новгород
E-mail: akkilina@edu.hse.ru.*

Системы, подвергающиеся периодическому воздействию, широко распространены в различных областях науки и техники. Хорошо известно явление синхронизации, проявляющееся в автоколебательных системах под периодическим воздействием [1]. Подача внешнего воздействия на автоколебательную систему увеличивает размерность динамической системы, что также может приводить к появлению в системе более сложного поведения. Так при подаче на двумерную автоколебательную систему внешнего воздействия может возбуждаться хаос. В рамках данной работы мы фокусируемся на выявлении условий возникновения многомерного хаоса в трехмерной потоковой системе, подвергающейся периодическому воздействию.

Модель генератора Анищенко-Астахова [2] под импульсным воздействием описывается системой трех обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= mx + y - xz + A \sum_{n=1}^{\infty} \delta(t - nT), \\ \dot{y} &= -x, \\ \dot{z} &= -gz + g\Phi(x)x^2, \end{aligned} \tag{1}$$

где функция $\Phi(x)$ – кусочно-линейная функция, определенная следующим образом: $\Phi(x)=0$, при $x \leq 0$ и $\Phi(x)=1$, при $x > 0$, A , T – амплитуда и период внешнего сигнала, n – номер импульса в последовательности.

В качестве основного инструмента для исследования многомерного хаоса мы будем использовать спектр показателей Ляпунова [3], который позволяет выделить для четырехмерной потоковой системы три типа хаоса:

- хаотические, С, $(\Lambda_1 > 0, 0 > \Lambda_2 > \Lambda_3)$;
- гиперхаотические, НС, $(\Lambda_1 > \Lambda_2 > 0, 0 > \Lambda_3)$;
- хаотические с дополнительным нулевым показателем Ляпунова, С0, $(\Lambda_1 > 0, \Lambda_2 = 0, 0 > \Lambda_3)$.

На Рис.1 представлены карты показателей Ляпунова для модели генератора Анищенко-Астахова под периодическим импульсным воздействием (1) для различной динамики автономной системы: а) периодические автоколебания, $g=0.5$, $m=0.6$ и б) хаотические колебания $g=0.5$, $m=1.2$.

В случае периодических автоколебаний, подвергающихся внешнему воздействию, картина синхронизации близка к той, что имеет место для классического осциллятора ван дер Поля. При малых амплитудах воздействия наблюдаются языки синхронизации периода 1. Основания данных языков выходят из точек, где период внешнего сигнала кратен периоду автоколебаний модели (1). Выход из языка синхронизации отвечает бифуркации седло-узел и

смене динамического режима на двухчастотные квазипериодические колебания. Внутри квазипериодических колебаний можно обнаружить языки регулярных колебаний с различным периодом – так называемые языки синхронизации на субгармонических частотах. С ростом амплитуды внешнего воздействия языки расширяются, перекрываются и наблюдается разрушение тора с формированием хаотических колебаний. При этом области сложного поведения локализованы в пространстве параметров. При достаточно большой амплитуде сигнала происходит стабилизация периодических автоколебаний. Хаотические колебания в пространстве параметров занимают небольшие области, при этом они имеют два порога по амплитуде внешнего сигнала: ниже линии перекрытий языков синхронизации наблюдается квазипериодика. Верхний порог возникновения хаоса соответствует различным сценариям его развития при уменьшении амплитуды сигнала. Отметим, что есть возможность для развития многомерного хаоса в неавтономной системе. На карте мы можем видеть слева от языка синхронизации на основной частоте небольшую область гиперхаоса (выделена прямоугольником на рис. 1а). С ростом периода внешнего сигнала многомерный хаос разрушается, и в окрестности удвоенной и утроенной частот мы видим только хаос с одним положительным и одним нулевым показателем Ляпунова.

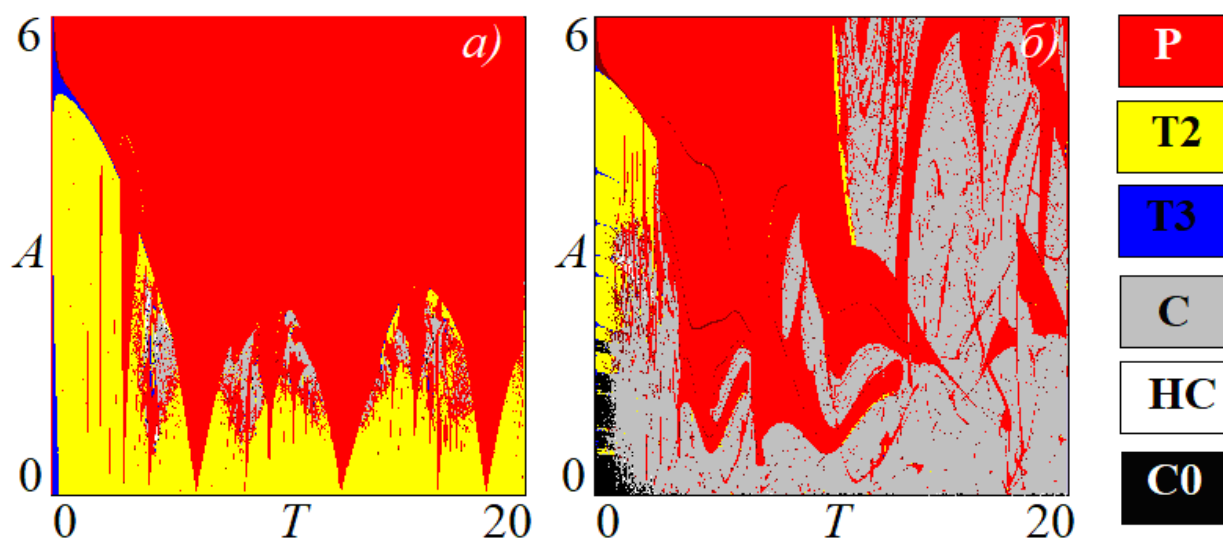


Рис.1. Карты показателей Ляпунова для модели генератора Анищенко-Астахова под импульсным воздействием (1). а) $g=0.5$, $m=0.6$; б) $g=0.5$, $m=1.2$

При воздействии на хаотические автоколебания картина режимов сильно изменилась в сравнении с той, что была для периодических автоколебаний. Семейство языков синхронизации разрушилось и при малой амплитуде воздействия наблюдается хаотическое поведение. Отметим, что для значений амплитуды сигнала близкой к нулю, на карте идентифицируется хаос с дополнительным нулевым показателем Ляпунова. С увеличением амплитуды внешнего сигнала он трансформируется в классический хаос. Для больших значений параметра связи мы видим подавление собственной динамики и в системе реализуются устойчивые колебания периода 1. С уменьшением амплитуды мы можем наблюдать два основных сценария развития хаоса,

которые были и для предыдущего случая: каскад бифуркаций удвоения периода и разрушение инвариантного тора, родившегося в результате бифуркации Неймарка-Сакера. Для больших значений периода внешнего воздействия наблюдается доминирование классического хаоса, характеризующегося одним положительным и одним нулевым показателем Ляпунова, также отметим, что в этой области не прослеживаются бифуркации Неймарка-Сакера. При малых значениях периода внешнего сигнала (высокочастотное воздействие) наблюдаются области двухчастотных торов, можно отследить линии бифуркаций удвоения торов и развития хаоса с дополнительным нулевым показателем Ляпунова.

Аналогичное исследование было проведено для модели генератора Анищенко-Астахова под периодическим гармоническим воздействием:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= mx + y - xz + A \sin \omega t, \\ \dot{y} &= -x, \\ \dot{z} &= -gz + g\Phi(x)x^2.\end{aligned}\quad (2)$$

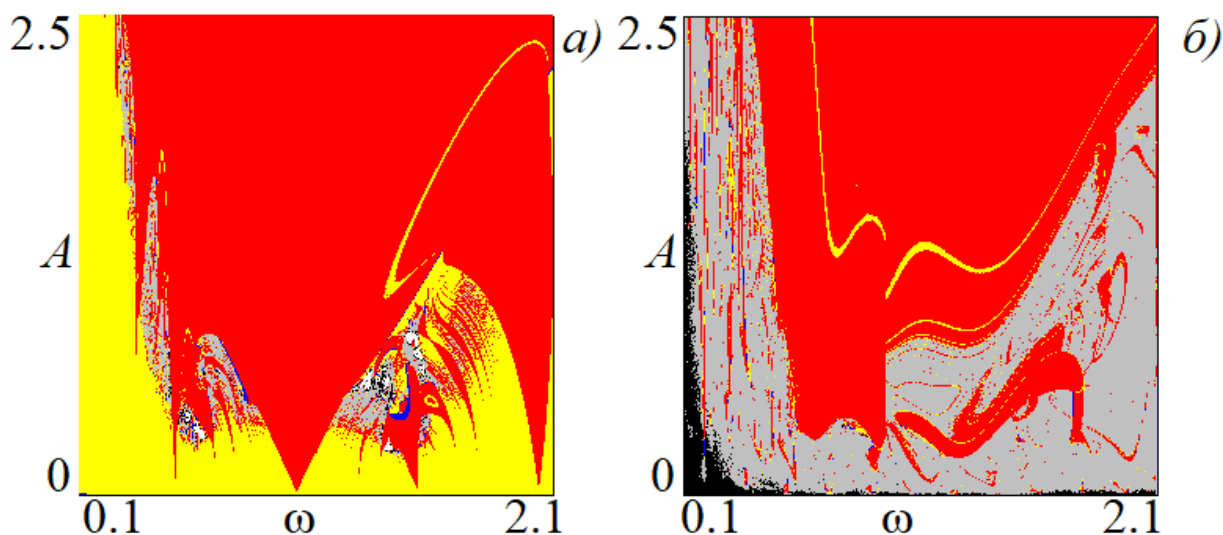


Рис.2. Карты показателей Ляпунова для модели генератора Анищенко-Астахова под гармоническим воздействием (2). а) $g=0.5, m=0.6$; б) $g=0.5, m=1.2$

На рис.2 представлены карты показателей Ляпунова для модели (2). На картах хорошо видны области многомерного хаоса.

В рамках доклада будет представлено детальное описание сценариев развития многомерного хаоса, а также иллюстрации картины синхронизации для другого радиофизического генератора – системы Чуа.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики».

Библиографический список

1. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Cambridge University Press. 2001
2. Анищенко В.С. М.: Наука. 1990. – Т. 312.
3. . Rössler O.E. // Physics Letters A. 1976. V. 57. №. 5. P. 397.

Простейшая модель со смешанной динамикой, ее устойчивость к линейному смещению

А.А. Юлин¹, Э.Р. Багаутдинова¹, А.С. Караваяев²,
В.И. Пономаренко³, Н.В. Станкевич¹

¹Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Нижний Новгород

²Саратовский государственный медицинский университет им. В.И. Разумовского, Саратов

³Саратовский филиал ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, Саратов

E-mail: aayulin@edu.hse.ru

Одним из новых направлений исследований в нелинейной динамике является изучением так называемой смешанной динамики, при которой фазовая траектория динамической системы посещает области фазового пространства, соответствующие хаотическому аттрактору и репеллеру. Возможность такого поведения продемонстрирована в различных моделях, в том числе и прикладных, а также развита теория трех типов хаотического поведения [1-4]. Однако на сегодняшний день не известно примеров реализации смешанной динамики в эксперименте. Одним из наиболее простых способов реализовать динамическую систему в эксперименте является создание лабораторного макета радиофизического генератора на основе аналогового моделирования. При этом важным вопросом является чувствительность желаемых режимов и явлений к учету различных физических свойств аналоговых элементов. Одним из наиболее часто используемых элементов в радиофизических генераторах является операционный усилитель. Реальный операционный усилитель имеет ненулевое смещение, которое может вносить в систему изменения и разрушать или изменять определенные динамические режимы. В рамках данной работы мы проведем математическое моделирование трехмерной динамической системы, в которой можно наблюдать пересечение аттрактора и репеллера, и исследуем влияние учета ненулевого смещения на аттрактор и репеллер системы.

В качестве объекта исследования мы рассмотрим трехмерную динамическую систему, предложенную в [5], обладающую следующей симметрией: $(t, x, y, z) \rightarrow (-t, x, -y, -z)$, следующего вид:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= -x - yz, \\ \dot{z} &= y^2 - a - x.\end{aligned}\tag{1}$$

При $a=1.2$ система (1) демонстрирует сложное поведение, в ней может наблюдаться хаотический аттрактор при интегрировании в прямом времени, и хаотический репеллер при интегрировании системы в обратном времени. Также в фазовом пространстве имеется мультистабильные тор-аттрактор и тор-репеллер. На рис.1 представлены отображения Пуанкаре для аттрактора (красный цвет) и репеллера (черный цвет), полученных для начальных условия $(0.5; 0.51; 0.52)$ и $(0.5; -0.51; -0.52)$ в прямым и обратным интегрированием, соответственно. Рисунок 1 демонстрирует два различных варианта выбора секущей Пуанкаре, для рис.1а секущая $z=0$, для рис.1б - $x=0$. Хорошо видно,

что для любого выбора секущей плоскости аттрактор и репеллер пересекаются, что говорит о том, что мы наблюдаем смешанную динамику. В силу указанного свойства симметрии аттрактор и репеллер в отображениях, полученных сечением плоскостью $z=0$, обладают симметрией относительно $y=0$.

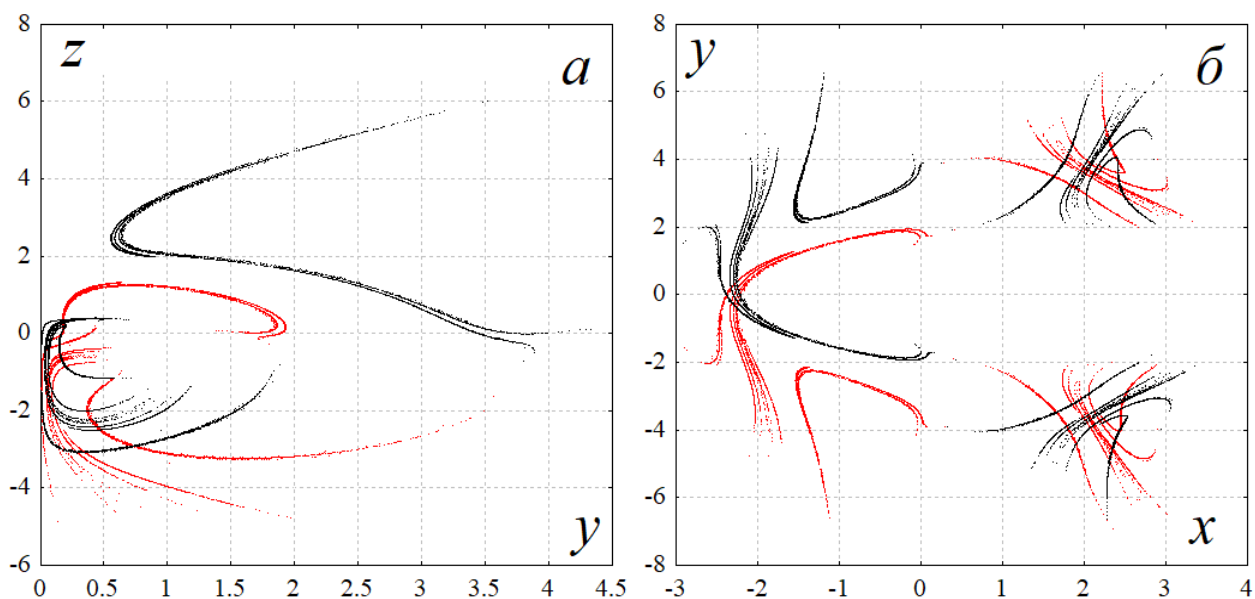


Рис.1. Отображения Пуанкаре хаотического аттрактора (красный цвет) и репеллера (черный цвет) в модели (1) при $a=1.2$ для секущей плоскости а) $x=0$; б) $z=0$

Учтем в нашей модели свойство операционных усилителей – ненулевое смещение. Смещение тока в операционном усилителе приводит к небольшому изменению фазовой переменной. Для его моделирования в численной схеме решения дифференциального уравнения мы на каждом шаге интегрирования учтем небольшую аддитивную добавку *shift*. В рамках данной работы мы рассмотрели только случай учета добавки по переменной, которой мы не реализуем процедуру сечения Пуанкаре – переменная y . На рис. 2 представлены отображения Пуанкаре для двух значений параметра *shift*. При малых значениях ненулевого смещения аттрактор и репеллер изменяются мало. Отображения на рис.2а и 2б по структуре остались такими же, как и были при нулевом смещении. Хорошо видно, что аттрактор и репеллер пересекаются. С увеличением аддитивной добавки *shift* динамика системы изменяется. На рис. 2в и 2г представлены примеры инвариантных кривых, которые отвечают консервативной динамике системы. Таким образом аддитивная добавка влияет на поведение системы как некоторый параметр и таким образом, большая аддитивная добавка может разрушить смешанную динамику.

В рамках доклада также мы представим результаты численного анализа системы при вариации параметра a в модели (1), а также зависимость бифуркационных деревьев от аддитивной добавки *shift*. также мы представим результаты учета ненулевого смещения для других динамических переменных.

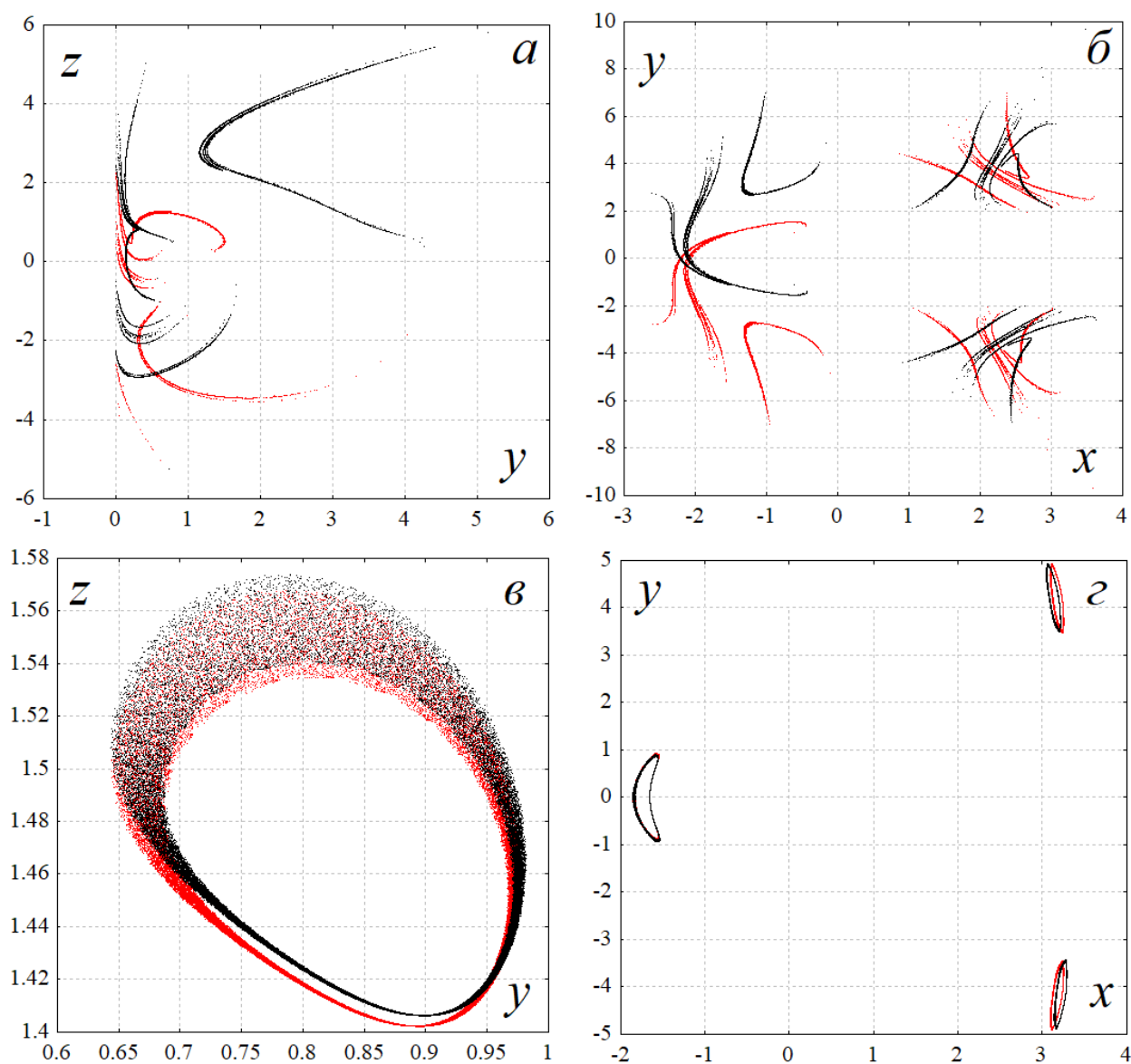


Рис.1. Отображения Пуанкаре хаотического аттрактора (красный цвет) и репеллера (черный цвет) в модели (1) при $a=1.2$ для различных секущих плоскостей $aв$) $x=0$; $б$), $г$) $z=0$ и различных значениях аддитивной добавки: a), $б$) $shift=0.001$; $в$), $г$) $shift=0.005$

Работа выполнена в рамках проекта «Зеркальные лаборатории» Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики».

Библиографический список

1. Гонченко С.В., Тураев Д.В. // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. 2017. Т. 297. С.133.
2. Гонченко С.В. // Известия вузов. Радиофизика. Т. 63. № 9-10. С. 840.
3. Gonchenko A.S., Gonchenko S.V., Kazakov A.O., Turaev D.V. // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2017. Vol. 350. P. 45.
4. Kazakov A.O. // Chaos. 2020. Vol. 30. P. 011105.
5. Sprott J.C. // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2015. Vol. 25. No.5. P. 1550078.

Квазипериодический генератор с адаптивным внешним воздействием**Д.А. Крылосова^{1,2}, А.П. Кузнецов², Ю.В. Седова², Н.В. Станкевич²**¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова

Российской академии наук, Саратов

E-mail: krylosovadarina@gmail.com

В природе и технике часто встречаются ситуации, когда внешнее воздействие на систему зависит не только от времени, но и от состояния самой системы. Примерами в радиотехнике и задачах коммуникации могут служить системы фазовой автоподстройки частоты [1–3]. Подобные ситуации могут быть охарактеризованы, как адаптивные свойства системы, когда воздействие на нее управляется динамикой самой системы. В качестве простейшего объекта для изучения адаптивных свойств могут выступать неавтономные колебательные системы в случае, когда фаза воздействия зависит от ее динамической переменной [4]. При этом автономная система, подвергаемая воздействию, может быть разного типа и демонстрировать различное поведение. В настоящей работе рассматривается управляемая система с автономной квазипериодичностью и в режиме, когда эргодический тор теряет гладкость.

Генератор квазипериодических колебаний, имеющей единственное состояние равновесия, [5] с адаптивным внешним воздействием можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= (\lambda + z + x^2 - \beta x^4)y + \omega_0^2 x + A \sin(pt + kx), \\ \dot{z} &= b(\varepsilon - z) - \mu y^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь λ – управляющий параметр генератора, а ω_0 – его собственная частота. В рамках данной работы мы сконцентрируемся на случае разрушения квазипериодических колебания. Для этого мы зафиксируем параметры следующим образом: $\varepsilon = 4$, $b = 1$, $\mu = 0.02$, $\beta = 1/30$, $\lambda = 3$. При таком выборе параметров автономная система (1) может демонстрировать как периодические, так и квазипериодические колебания, а также хаотические в зависимости от значения собственной частоты ω_0 . Также модель имеет три параметра, отвечающие за внешний сигнал: A , p – амплитуда и период внешней силы, k – коэффициент адаптивности.

В качестве основных методов исследования в работе используются метод карт динамических режимов и метод карт показателей Ляпунова. На рисунке 1 представлены карты показателей Ляпунова для модели (1) на плоскости амплитуда - период внешнего воздействия, для различных типов автоколебаний в автономном генераторе: двухчастотные квазипериодические и хаотические. Карта на рис.1а соответствует случаю автономных квазипериодических колебаний при $\omega_0 = 2\pi$. Хорошо видно, что внешнее адаптивное воздействие при малой амплитуде сигнала возбуждает в системе трехчастотные квазипериодические колебания. В области трехчастотных

колебаний можно обнаружить языки двухчастотной квазипериодичности, внутри которых можно также видеть языки полной синхронизации. С увеличением амплитуды внешнего сигнала квазипериодические колебания разрушаются и при достаточно больших амплитудах можно наблюдать чередование областей хаоса и периодических режимов.

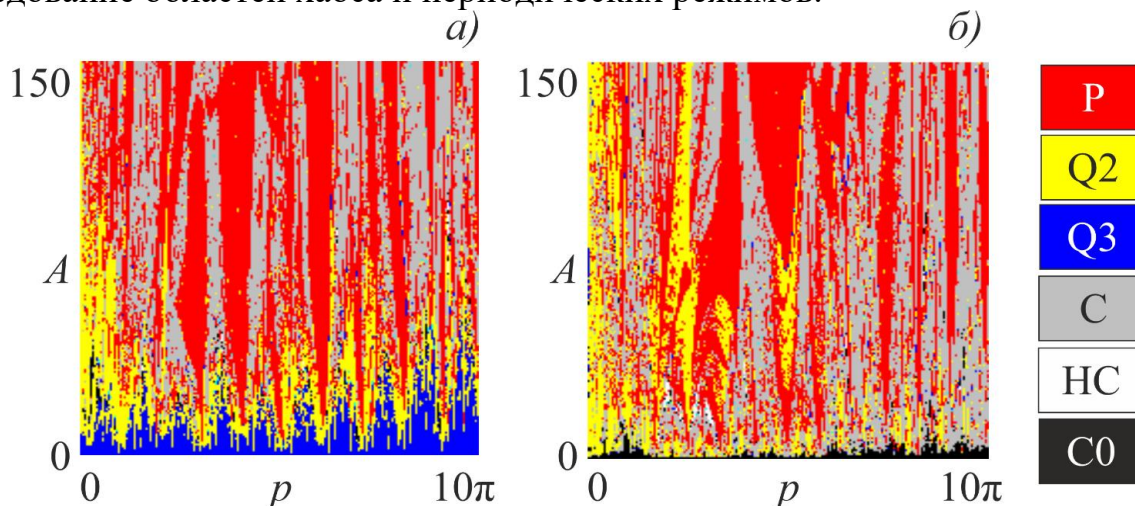


Рис.1. Карты показателей Ляпунова для системы 1, $k = 0.5$ а) $\omega_0 = 2\pi$, б) $\omega_0 = 7.85$.
Динамические режимы: P – периодические; T2, T3 – двух- и трехчастотные квазипериодические; C, C0 – хаотические

При $\omega_0 = 7.85$ в автономной системе можно наблюдать разрушение гладкой инвариантной кривой. Отметим, что форма аттрактора остается близкой к тору, но показатель Ляпунова режима слабо положительный. На рис.1б представлена карта показателей Ляпунова для данного случая. Несмотря на то, что параметр изменился мало, инвариантная кривая разрушилась локально (появились перегибы) и нет сильно развитого хаоса, в неавтономной адаптивной системе разрушаются области трехчастотного тора. Для малой амплитуды воздействия мы видим хаос, который содержит в спектре показателей Ляпунова одну положительную и две нулевые экспоненты. Данный режим отвечает слабой модуляции хаотического сигнала, а также может представлять результат разрушения трехчастотного тора. В рамках работы будут представлены результаты детального исследования различных плоскостей параметров, описан детальный механизм разрушения трехчастотного тора.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда, проект № 21-12-00121, <https://rscf.ru/project/21-12-00121/>

Библиографический список

1. Best R. Phase-Lock Loops: Design, Simulation and Application. McGraw-Hill. 2007, 489 p.
2. Матросов В. В., Шалфеев В. Д. Нелинейная динамика систем фазовой синхронизации. Н.Новгород. 2013, 336 с.
3. Leonov G. A., Kuznetsov N. V. Nonlinear Mathematical Models of Phase- Locked Loops. Cambridge Scientific Publisher, 2014.
4. Krylosova D.A., Seleznev E.P., Stankevich N.V. // Chaos, Solitons & Fractals. 2020. V.134. №5. P. 109716.
5. Kuznetsov A. P., Kuznetsov S. P., Mosekilde E., Stankevich N. V. // The Eur. Phys. Journal Special Topics. 2013. V. 222. №. 10. P. 2391.

Многомерные торы в многоконтурном генераторе: моделирование и эксперимент

Н.В. Станкевич¹, М.И. Балакин¹, П.В. Купцов¹

¹*Саратовский филиал Института радиотехник и электроники им. В.А. Котельникова
Российской академии наук, Саратов
E-mail: stankevichnv@mail.ru*

Многомерные квазипериодические колебания характерны для ансамблей связанных осцилляторов [1-2]. При малой силе связи взаимодействующие автоколебательные осцилляторы демонстрируют торы максимальной размерности, с ростом связи можно наблюдать частичные захваты частот и возникновение полной синхронизации. Данные перестройки отчасти соответствуют развитию турбулентности по сценарию Ландау-Хопфа. Однако для ансамбля осцилляторов появление новых частот обычно не приводит к развитию хаоса, ему предшествует частичная синхронизация [2-3]. Если организовать ансамбль со связью через общее среднее поле, то развитие хаоса станет более заметным [4]. Возможны различные типы хаоса: хаос, развивающийся на базе двухчастотного тора, наблюдается для больших значений параметров связи; хаос, возникающий в результате разрушения многочастотных торов, при малой силе связи. В рамках данной работы мы рассмотрим две модели многоконтурного генератора с линейной связью через общее среднее поле и нелинейной связью через общее среднее поле и сопоставим результаты численного моделирования и эксперимента, где можно наблюдать многочастотные квазипериодические колебания.

Модель многоконтурного генератора с линейной связью через общее среднее поле может быть записана в следующем виде:

$$\ddot{x}_i - (\lambda_i - x_i^2)\dot{x}_i + (1 + \Delta_i)x_i + M_c \left(\sum_{j=1}^N k_j \dot{x}_j - k_i \dot{x}_i \right) \quad (1)$$

где x_i – динамические переменные колебательных контуров, λ_i – параметры возбуждения каждого контура, Δ_i – частотные расстройки контуров, k_i – коэффициенты M_c – параметр связи, отвечающий за общее среднее поле. Данный генератор может быть реализован в виде N контуров осциллятора типа ван дер Поля, соединенных через общее среднее поля. На рис. 1а представлена схема такого генератора на базе пяти контуров, так называемый пятиконтурный генератор.

Модель многоконтурного генератора с нелинейной связью через общее среднее поле может быть записана в следующем виде:

$$\ddot{x}_i - (\lambda_i - x_i^2)\dot{x}_i + (1 + \Delta_i)x_i + M_c \left(\sum_{j=1}^N k_j x_j - k_i x_i \right) + K_c \sum_{j=1}^N k_j \dot{x}_j^2 \quad (2)$$

где K_c – параметр, отвечающий за нелинейное общее среднее поле. На рис.1б представлена схема многоконтурного генератора с нелинейным общим средним полем.

Схемы генераторов имеют схожую структуру. В основе лежат пять контуров, которые соединены общей схемой управления. Для первого случая в каждый контур входит нелинейность, определяемая парой встречно-

параллельных диодов. Для второй схемы мы видим только LC -контура. Встречно-параллельные диоды включены в цепь общей схемы управления, таким образом сигнал, получаемый с контуров проходит через общий нелинейный элемент, таким образом среднее поле связи является нелинейным.

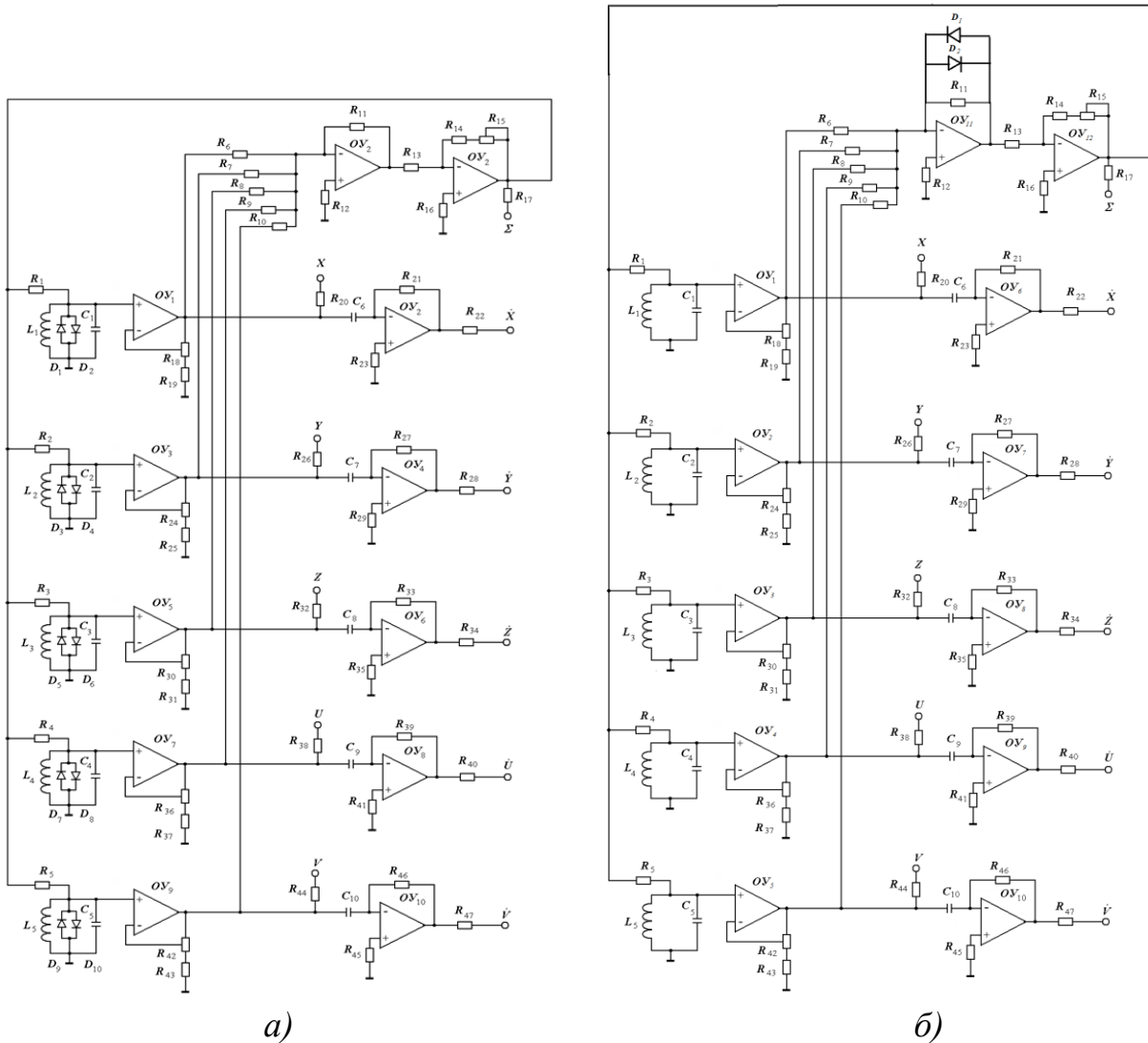


Рис.1. Схематическое представление пятиконтурных автогенераторов: а) генератор с линейной связью через общее среднее поле; б) генератор с нелинейной связью через общее среднее поле

Численное исследование динамики моделей показало, что при определенном выборе параметров в многоконтурных генераторах сохраняются многочастотные торы. Максимальное количество несоизмеримых частотных компонент равно 5. С увеличением силы связи в автогенераторах наблюдаются частичные резонансы и переходы к торам меньшей размерности, как в результате бифуркации село-узел, так и в результате квазипериодической бифуркации Андронова-Хопфа.

Схемы многоконтурных генераторов, представленные на рис.1, достаточно легко могут быть реализованы в радиофизическом эксперименте. Установки были реализованы в виде лабораторного макета. Исследование макетов проводилось с помощью метода кратных сечений Пуанкаре. Было показано соответствие динамики математических моделей и радиофизических

генераторов. На рис.2 представлены примеры фазовых портретов с экрана осциллографа для каждого из генераторов.

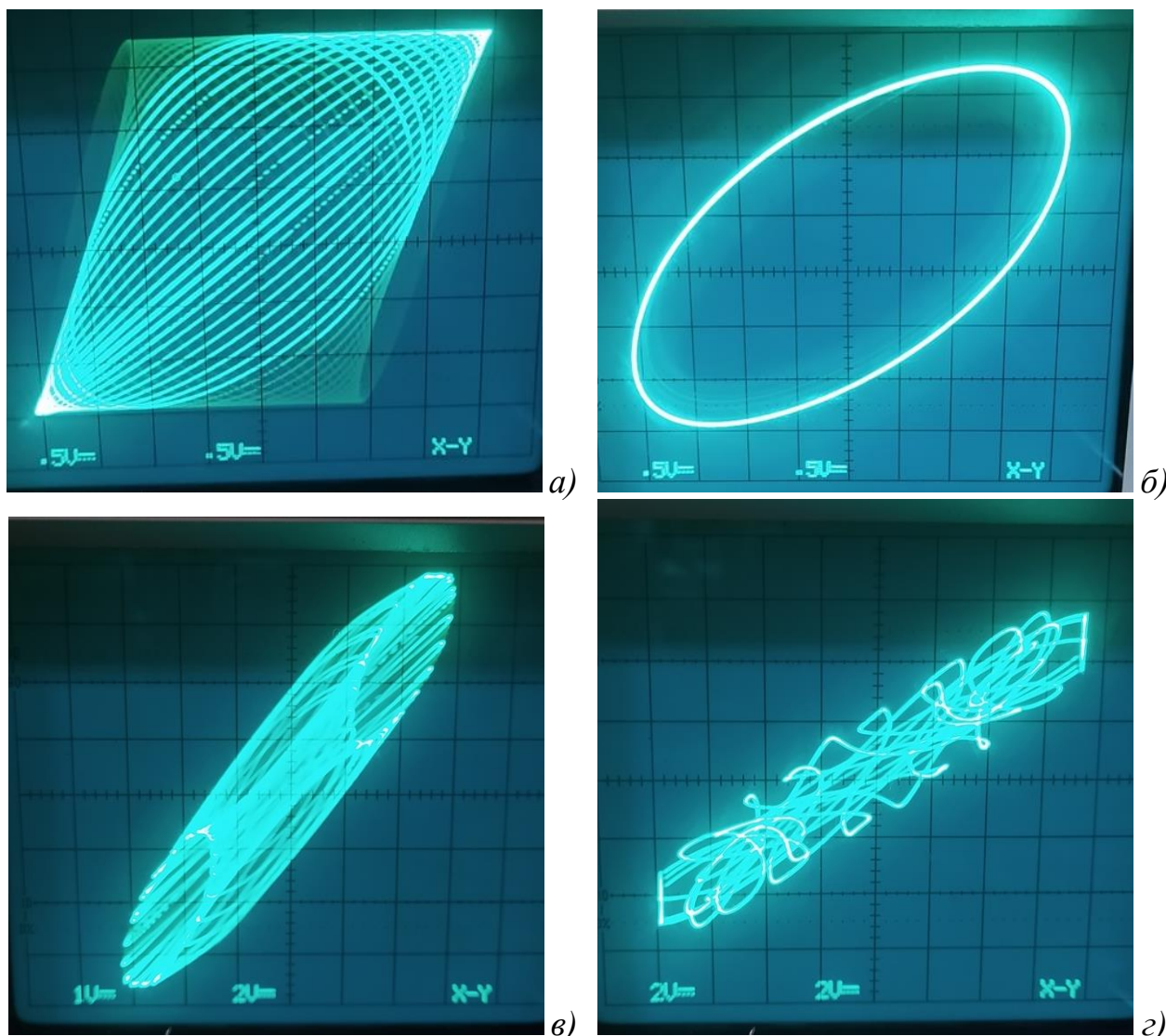


Рис.2. Примеры аттракторов в многоконтурном генераторе с линейной связью: а) пятичастотный тор, б) устойчивый предельный цикл; и нелинейной связью: в) двухчастотный тор, г) резонансный цикл

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 21-12-00121

Библиографический список

1. Кузнецов А.П., Сатаев И.Р., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Физика квазипериодических колебаний. Саратов: Научная книга, 2013. 252 с.
2. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Сатаев И.Р., Тюрюкина Л.В. // Нелинейная динамика. 2012. Т.8, №5. С. 863.
3. Станкевич Н.В., Попова Е.С., Кузнецов А.П., Селезнев Е.П. // Письма в ЖТФ. 2019. Т.45. С. 17.
4. Stankevich N.V., Kuznetsov A.P., Seleznev E.P. // Chaos, Solitons & Fractals. 2021. V.147. P. 110998.

**Математическое моделирование сети линейно связанных осцилляторов
типа Ходжкина-Хаксли с дефектом коммуникации
с помощью нейросетевого отображения**

Э.Р. Багаутдинова¹, П.В. Купцов¹, Н.В. Станкевич¹

¹Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Нижний Новгород

E-mail: bagautdinovaer@mail.ru.

В данном исследовании рассматривается создание искусственной нейронной сети для воспроизведения динамики ансамбля линейно связанных осцилляторов, где каждый единичный элемент описывается моделью типа Ходжкина-Хаксли. Такие модели описывают процессы ионного транспорта через ионные каналы в мембране различных типов клеток, таких как нейроны, кардиомиоциты, бета-клетки поджелудочной железы и др. [1,2].

В качестве системы уравнений для описания динамики линейного осциллятора была выбрана модель, основанная на формализме Ходжкина-Хаксли предложенная Шерманом и его коллегами [3], которая имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \tau \dot{V} &= -I_{Ca}(V) - I_K(V, n) - I_S(V, S), \\ \tau \dot{n} &= \sigma(n_\infty(V) - n), \\ \tau_S \dot{S} &= S_\infty(V) - S. \end{aligned} \quad (1)$$

где V описывает мембранный потенциал, n – концентрация калия, а S – концентрация кальция. Функции

$$\begin{aligned} I_{Ca}(V) &= g_{Ca} m_\infty(V)(V - V_{Ca}), \\ I_K(V, n) &= g_K n(V - V_K), \\ I_S(V, n) &= g_S S(V - V_K), \end{aligned} \quad (2)$$

определяют три тока, проходящие через мембрану клетки, быстрый ток, создаваемый каналами кальция и калия и медленный от ионов калия. Уравнение для тока, проходящего через дополнительный канал калия с немонотонной характеристикой $IK_2(V)$, записывается следующим образом:

$$I_{K_2}(V) = g_{K_2} p_\infty(V)(V - V_K), \quad (3)$$

Функция, описывающая открытие ионных каналов в оригинальной модели, имеет следующий вид:

$$\omega_\infty(V) = [1 + \exp \frac{V_\omega - V}{\theta_\omega}]^{-1}, \quad \omega = m, n, S. \quad (4)$$

Однако, функция, описывающая открытие дополнительного ионного канала описывается немонотонной вероятностной характеристикой:

$$p_\infty(V) = \frac{1}{\exp \frac{V_p - V}{\theta_p} + \exp \frac{V - V_p}{\theta_p}}. \quad (5)$$

За счет чего в модели может возникать бистабильность между устойчивым состоянием равновесия и берстовым аттрактором, что может быть интерпретировано как дефект коммуникации. Данное поведение является

патологическим с точки зрения единичных клеток и соответственно может дать более глубокое понимание патологий сети таких клеток.

Математическое моделирование рассматриваемой системы уравнений является задачей высокой вычислительной сложности, что создает препятствия в изучении ее динамики. Машинное обучение позволяет воспроизвести динамику исследуемой модели, сохранив все наблюдаемые в ней эффекты и значительно ускорить вычисление.

Была создана сеть, которая работает как рекуррентное отображение, т. е. воспроизводит динамику как дискретную во времени систему. Она обучается как сеть прямого распространения с использованием стандартной процедуры обратного распространения ошибки на разрезах траектории, выбранных при случайных значениях параметров в определенном диапазоне. Структура сети разработана с учетом различных временных масштабов переменных моделируемой системы. Хотя сеть обучается только на осциллирующих разрезах траектории, результирующая рекуррентная сеть также обнаруживает неподвижные точки, положение и даже собственные значения которой хорошо совпадают с неподвижной точкой исходной системы ОДУ. В частности, это означает, что при моделировании бистабильного режима сеть, обучающаяся на одной ветви решений, обнаруживает другую, никогда не встречавшуюся в процессе обучения.

Полученные результаты, то есть способность созданной искусственной нейронной сети воспроизводить динамику, включая динамические характеристики, которые никогда не были замечены в процессе обучения, на наш взгляд, способны инициировать новые подходы к проблеме восстановления сложной динамики. Потенциально можно разработать методы анализа, при которых нейронная сеть обнаруживает ранее неизвестные динамические характеристики анализируемой системы.

Работа выполнена при поддержке РФФ 20-71-10048-П.

Библиографический список

1. *Hodgkin A. L., Huxley A. F.* // The Journal of physiology. 1952. V. 116. P. 449–472.
2. *Simms B. A., Zamponi G. W.* // Neuron. 2014. Vol. 82, №. 1. P. 24–45.
3. *Stankevich N., Mosekilde E.* // Chaos. 2017. V. 27, №. 123101. P. 12.

Программный комитет

Гонченко С.В. – НИУ ВШЭ, Нижний Новгород, Россия
Караваев А.С. – СГМУ им. В.И. Разумовского, Саратов, Россия
Кудрявцев Д.С. – ИБХ РАН, Москва, Россия
Кузнецов Н.В. – СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
Масловская А.Г. – АмГУ, Благовещенск, Россия
Пономаренко В.И. – СФ ИРЭ РАН им. В.А. Котельникова, Саратов, Россия
Посненоква О.М. – СГМУ им. В.И. Разумовского, Саратов, Россия
Починка О.В. – НИУ ВШЭ, Нижний Новгород, Россия
Станкевич Н.В. – НИУ ВШЭ, Нижний Новгород, Россия

Программа конференции

16 ноября, четверг, Большая Печерская 25/12, ауд. 125

| | | |
|---------------------------------|---|--|
| 09.00-09.50 | Регистрация | |
| 10.00-10.15 | Открытие | |
| 10.15-10.55 Пленарная лекция | Починка О.В. (НИУ ВШЭ НН) <i>Топология несущих многообразий 3-диффеоморфизмов Морса-Смейла с седлами одинакового индекса</i> | |
| 11.00-11.40 Пленарная лекция | Пономаренко В.И. (СФ ИРЭ РАН) <i>Аналоговые и цифровые устройства в экспериментальной практике. Аналоговая электроника в радиофизическом эксперименте</i> | |
| 11.45-12.15 | Кофе-брейк | |
| | Секция 1. Анализ экспериментальных данных | |
| 12.15-12.55 Пленарная лекция | Кудрявцев Д.С. (ИБХ РАН) <i>Нейроимунные взаимодействия от молекул до физиологии: какие данные можно собрать?</i> | |
| 13.00-13.25 | Салмиянов В.О. (АМГУ) <i>Интеллектуальная платформа спецификации и оценки цифровых КТ изображений легких с использованием адаптивных алгоритмов сегментации</i> | |
| 13.30-13.45 | Гуйо Г.А. (СГУ) <i>Исследование сигналов ЭЭГ с помощью вейвлет-анализа и его дополнений (онлайн)</i> | |
| 13.50-15.00 | Обед | |
| 15.00-15.40 Пленарная лекция | Караваев А.С. (СГМУ) <i>Взаимодействие процессов вегетативной регуляции кровообращения в математических моделях сердечно-сосудистой системы (онлайн)</i> | |
| 15.45-16.00 | Пуртова К.А. (ННГУ) <i>Анализ, обобщение и переобработка результатов исследований, полученных в статье "Automated Atrial Fibrillation Detection using a Hybrid CNN-LSTM Network on Imbalanced ECG Datasets"</i> | |
| 16.05-16.20 | Евдокимова В.В. (АМГУ) <i>Система диагностики фрактальных и спектральных характеристик биомедицинских сигналов (онлайн)</i> | |

17 ноября, пятница, Большая Печерская 25/12, ауд.125

| | | |
|---------------------------------|---|--|
| 10.00-10.15 | Кофе-брейк | |
| 10.15-10.55 Пленарная лекция | Масловская А.Г. (АМГУ) <i>Математические модели и in silico исследования коммуникации эволюционирующих бактериальных популяций (онлайн)</i> | |
| 11.00-11.40 Пленарная лекция | Пономаренко В.И. (СФ ИРЭ РАН) <i>Аналоговые и цифровые устройства в экспериментальной практике. Принципы аналогового моделирования и реализация колебательных систем.</i> | |
| 11.45-12.15 | Кофе-брейк | |
| | Секция 2. Сложное поведение динамических систем | |
| 12.15-12.55 Пленарная лекция | Гонченко С.В. (НИУ ВШЭ НН) <i>Смешанная динамика: теория и приложения</i> | |
| 13.00-13.25 | Жусубалиев Ж.Т. (ЮЗФУ) <i>Вынужденная синхронизация релейных систем с гистерезисом (онлайн)</i> | |
| 13.30-13.55 | Болотов М.И. (ННГУ) <i>Циклопные режимы в ансамблях глобально связанных фазовых осцилляторов Курамото–Сакагучи с инерцией</i> | |
| 14.00-15.00 | Обед | |
| 15.00-15.15 | Посненкова О.М. (СГМУ) <i>Характеристики и подходы к анализу временных рядов данных телеметрии при сердечно-сосудистой патологии (онлайн)</i> | |
| 15.20-15.35 | Саруханян С.К. (АМГУ) <i>Дискретно-динамическая 2D модель роста биопленки с учетом процессов бактериальной коммуникации</i> | |
| 15.40-15.55 | Шевкун И.А. (АМГУ) <i>Управляющие параметры формирования дендритных паттернов в гибридной модели бактериального роста</i> | |
| 16.00-16.15 | Станкевич Н.В. (НИУ ВШЭ НН) <i>Многомерный хаос в ансамбле репрессилаторов, взаимодействующих посредством связи «кворум сенсинг»</i> | |
| 16.20-18.00 | Постерная секция | |

18 ноября, суббота, ул. Большая Печерская 25/12, ауд. 305

| | | |
|---------------------------------|---|--|
| 10.00-10.15 | Кофе-брейк | |
| 10.15-10.55 Пленарная лекция | Кузнецов Н.В. (СПбГУ) <i>Нелинейный анализ и синтез систем фазовой автоподстройки частоты: задачи Витерби, Игана, Гарднера</i> | |
| 11.00-11.40 Пленарная лекция | Пономаренко В.И. (ИРЭ РАН) <i>Аналоговые и цифровые устройства в экспериментальной практике. Моделирование кольцевых систем с запаздыванием и дискретных отображений.</i> | |
| 11.45-12.15 | Кофе-брейк | |
| | Секция 3. Радиофизическое моделирование | |
| 12.15-12.55 Пленарная лекция | Купцов П.В. (НИУ ВШЭ НН) <i>Ляпуновский анализ модели сердечно-сосудистой системы в присутствии шума (онлайн)</i> | |
| 13.00-13.25 | Бурцев А.А. (ИПЛИТ РАН) <i>Математическое описание фазовых превращений в тонких пленках халькогенидных материалов под действием лазерного излучения</i> | |
| 13.30-13.45 | Несмелов И.Д. (СГТУ) <i>Нейросетевая модель, идентифицирующая синхронные временные ряды связанных отображений (онлайн)</i> | |
| 13.50-15.00 | Обед | |
| 15.00-15.15 | Килина А.К. (НИУ ВШЭ НН) <i>Многомерный хаос в неавтономных моделях радиофизических генераторов</i> | |
| 15.20-15.35 | Крылосова Д.А. (СГТУ) <i>Генератор квазипериодических колебаний под адаптивным внешним воздействием (онлайн)</i> | |
| 15.40-15.55 | Абрамов С.С. (ННГУ) <i>Синхронизация и стабилизация химер внешним периодическим воздействием в ансамблях глобально связанных фазовых осцилляторов</i> | |
| 16.00-16.15 | Смирнов Р.О., Рыбкин А.В. (ННГУ) <i>Анализ эпикардальных электрограмм средствами искусственного интеллекта (онлайн)</i> | |
| 16.20-17.00 | Заккрытие | |

Список постерных докладов

Формат постера А1

1. **М.И. Самбунова, Разин В.В.** Анализ и предсказание локальных полевых потенциалов для восстановления активности в срезах гиппокампа мышей с помощью технологий искусственного интеллекта
2. **С.М. Оленин** Средне-полевая модель ритмов мозга с учетом воздействия глии
3. **А.А. Ноздринов** Зацепление как полный инвариант 3-диффеоморфизмов Морса-Смейла
4. **Е.В. Ноздринова** Устойчивая изотопическая связность диффеоморфизмов Палиса
5. **В.И. Шмуклер** О надстройках над декартовыми произведениями грубых преобразований окружности
6. **А.А. Юлин** Простейшая модель со смешанной динамикой, ее устойчивость к линейному смещению
7. **А.А. Бобровский** Исследование пространства параметров потоковых систем с симметриями.
8. **А.А. Панюшев, И.А. Бондаренко** Бифуркационные механизмы рождения колебательной активности в дискретной модели нейрона
9. **Э.Р. Багаутдинова** Математическое моделирование сети линейно связанных осцилляторов типа Ходжкина-Хаксли с дефектом коммуникации с помощью нейросетевого отображения
10. **Н.В. Станкевич** Многомерные торы в многоконтурном генераторе: моделирование и эксперимент.
11. **А.В. Петухов** Выделение участков электрокардиограммы, связанных с признаками сердечно-сосудистых заболеваний, при помощи архитектуры машинного обучения трансформер.

«Моделирование и экспериментальные исследования
динамики сложных систем»

Сборник трудов Всероссийской научной конференции

16-18 ноября 2023 года

Подписано в печать 14.11.2023. Формат 60 x 84 1/16. Бумага офсетная.
Печать офсетная.. Тираж 50 экз.
Заказ № 144.

Нижегородский филиал
федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»